

*Daniel Fuentes Castro**

UNA NOTA SOBRE LA RELEVANCIA DEL SISTEMA DE AMORTIZACIÓN EN EL MERCADO HIPOTECARIO DE VALORES ENTRE 1998 Y 2008

A nadie se le escapa la importancia de la innovación financiera en los mercados hipotecarios. Una cuestión poco analizada hasta el momento es el efecto del sistema de amortización más aplicado en los últimos años: el de cuota fija a tipo variable. En este artículo se muestra cómo el sistema de cuota fija ha abaratado en el corto plazo los préstamos hipotecarios pero cómo los ha encarecido en el largo plazo. Con un sistema de amortización constante los compradores de vivienda habitual habrían soportado un coste financiero significativamente inferior. Además, la estructura de las cuotas por el sistema de amortización constante habría podido contener en cierta medida la entrada en el mercado hipotecario, contribuyendo a contener la especulación y evitando la concesión de una parte de las hipotecas *subprime*.

Palabras clave: amortización francesa, amortización lineal, vivienda, crisis *subprime*.

Clasificación JEL: R21, R31.

1. Introducción

Si se hiciese una encuesta preguntando sobre el precio de adquisición de la vivienda habitual buena parte de los encuestados sesgaría su respuesta haciendo referencia al precio bruto de adquisición; es decir, sin tener en cuenta el coste financiero de la operación. Esto es difícil de demostrar, pues aunque la inmensa mayoría de los compradores es consciente del impacto que los tipos de interés pueden tener en la cuota hipotecaria mensual, una buena parte de ellos ignora la cuantía de los intereses finalmente satisfechos al banco y, por lo tanto, el verdadero coste de su vivienda. Es altamente probable que casi ninguno de los encuestados tendría en cuenta el efecto de la inflación sobre las cuotas hipotecarias. Casi todos

habrían contestado con las cifras que los economistas llaman «nominales». El valor real de las cuotas hipotecarias se calcula a partir de la inflación de los alquileres y, sin embargo, el encuestado tipo se limitaría probablemente a hacer la suma nominal de las cuotas hipotecarias.

En el mercado hipotecario español la inmensa mayoría de los préstamos se realizan con el sistema de «cuota fija a tipo variable». El sistema se basa en un algoritmo que calcula una cuota fija mensual en función del plazo estipulado y del tipo de interés en vigor. La cuota mensual es la misma mientras no se revise el tipo de interés. Por supuesto, no debe confundirse la expresión «cuota fija» con «tipo fijo».

Nadie parece haberse planteado el porqué de este sistema de amortización ni su influencia en el monto final de los intereses. Es cierto que el sistema actual tiene la ventaja de hacer más entendi- ▷

* Departamento de Análisis Económico. Universidad de Zaragoza.

CUADRO 1
CUADRO DE AMORTIZACIÓN POR EL SISTEMA DE CUOTA FIJA

n	Cn	In	An	CAn	PAn
0	–	–	–	–	PA ₀
1	\bar{C}	$i \times PA_0 / 12$	$\bar{C} - I_1$	A ₁	PA ₀ - CA ₁
2	\bar{C}	$i \times PA_1 / 12$	$\bar{C} - I_2$	CA ₁ + A ₂	PA ₀ - CA ₂
...
k	\bar{C}	$i \times PA_{k-1} / 12$	$\bar{C} - I_k$	CA _{k-1} + A _k	PA ₀ - CA _k
...
12 × T	\bar{C}	$i \times PA_{12T-1} / 12$	$\bar{C} - I_{12T}$	PA ₀	0

Fuente: Elaboración propia.

bles los recibos de la hipoteca y facilitar, a primera vista, la elaboración de las cuentas familiares ya que cada mes se paga la misma cuota. Sin embargo, las cuentas se complican cuando las analizamos para comprender qué ocurre con la parte de la cuota destinada a amortizar el préstamo y con la parte destinada a los intereses. Como veremos, el sistema de amortización de cuota fija incrementa el coste final de la hipoteca frente al sistema de amortización constante. Pero las diferencias no acaban ahí: mientras que las cuotas son constantes en el sistema actual, si se aplica el sistema de amortización constante son decrecientes. La contrapartida es que las cuotas iniciales por el sistema de amortización constante son mayores que por el sistema de amortización actual.

2. El sistema de amortización francés frente al sistema de amortización lineal

2.1. Descripción de los sistemas de amortización

El sistema de amortización de préstamos hipotecarios más habitual es el conocido como de cuota fija o «sistema francés». Se caracteriza porque la cuota hipotecaria es constante en el tiempo y porque los intereses y la amortización se hacen efectivos por vencido (normalmente con periodicidad mensual). No ha de confundirse cuota fija con tipo fijo, pues en la práctica el tipo de interés suele ser revisable cada 6 ó 12 meses, siendo el euribor

el tipo de referencia empleado. La inmensa mayoría los préstamos en el mercado hipotecario español son de cuota fija y tipo variable. A tipo de interés constante, la cuota de interés es decreciente ya que la deuda pendiente es cada vez menor. Puesto que la cuota hipotecaria es constante y los intereses decrecientes, la amortización crece necesariamente: en los primeros plazos se pagan más intereses que amortización y en los últimos sucede lo contrario.

Alternativamente se puede considerar el sistema de amortización lineal (entre varios otros), que amortiza la misma proporción de capital en cada mensualidad. Puesto que los intereses son decrecientes, ya que el capital pendiente es cada vez menor, las cuotas resultan decrecientes. Esta es una diferencia sustancial con respecto al sistema francés. Las demás diferencias las veremos más adelante, una vez hayamos analizado los cuadros amortizativos de cada uno de ambos sistemas de amortización.

Los Cuadros 1 y 2 recogen los cuadros de amortización según el sistema de cuota fija y según el sistema de amortización lineal, respectivamente, donde las variables tienen el siguiente significado:

n = Número de meses correspondiente al plazo de amortización (de 1 a 12T, siendo T el plazo de amortización expresado en años).

C_n = Término amortizativo en el mes n (o cuota hipotecaria).

I_n = Intereses satisfechos en el mes n.

A_n = Capital amortizado en el mes n. ▷

CUADRO 2
CUADRO DE AMORTIZACIÓN POR EL SISTEMA DE AMORTIZACIÓN LINEAL

n	C _n	I _n	A _n	CA _n	PA _n
0	—	—	—	—	PA ₀
1	A + I ₁	i × PA ₀ / 12	PA ₀ / 12T	A	PA ₀ - CA ₁
2	A + I ₂	i × PA ₁ / 12	PA ₀ / 12T	CA ₁ + A	PA ₀ - CA ₂
...
k	A + I _k	i × PA _{k-1} / 12	PA ₀ / 12T	CA _{k-1} + A	PA ₀ - CA _k
...
12 × T	A + I _{12T}	i × PA _{12T-1} / 12	PA ₀ / 12T	PA ₀	0

Fuente: Elaboración propia.

CA_n = Capital amortizado desde el inicio del préstamo hasta el mes n.

PA_n = Pasivo ajeno en el mes n (o deuda pendiente).

i = Tipo de interés nominal anual.

La cuota por el sistema francés viene definida por el siguiente algoritmo:

$$\bar{C} = \frac{PA_0 \times \frac{i}{12}}{1 - \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-12T}} \quad (1)$$

y la suma de las 12T cuotas que componen el préstamo verifica la expresión siguiente:

$$\sum_{n=1}^{12T} \bar{C} = \frac{T \cdot PA_0 \cdot i}{1 - \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-12T}} \quad (2)$$

En cambio, la suma de las 12T cuotas por el sistema de amortización lineal se corresponde con la expresión siguiente:

$$\sum_{n=1}^{12T} C_n = PA_0 + \frac{PA_0 \cdot i \cdot (1 + 12T)}{24} \quad (3)$$

En cualquier caso se verifica que la suma de las cuotas es equivalente a la amortización del capital prestado más los intereses totales satisfechos:

$$\sum_{n=1}^k C_n = \sum_{n=1}^k I_n + \sum_{n=1}^k A_n \quad \forall k = 1, 2, \dots, 12T \quad (4)$$

2.2. Principales resultados teóricos

A partir de las ecuaciones (2) y (3) es posible

demostrar que la suma de las cuotas por el sistema francés en el instante 12T es mayor que por el sistema lineal o, dicho de otro modo, que el sistema de cuota fija es más caro a largo plazo que el sistema de amortización constante. Y no sólo eso, sino que cuanto mayor es el tipo de interés mayor es la diferencia entre ambos sistemas de amortización (siendo menos costoso el lineal). La demostración figura en el Anexo 1 y se basa en la idea de que la suma de las cuotas por el sistema de amortización constante crece de manera lineal con respecto al tipo de interés (a mayor *i* mayor cuota) mientras que la cuota total final por el sistema francés crece de manera convexa (no sólo se encarece la hipoteca con respecto a *i* sino que se encarece cada vez más). Además, también es posible demostrar que las cuotas por el sistema de amortización lineal son decrecientes, siendo mayores que la cuota fija en los primeros plazos y menores en los últimos. La demostración figura en el Anexo 2.

Llegados a este punto el economista más ortodoxo puede argumentar que la suma intertemporal de variables nominales (las que nos proporcionan los cuadros amortizativos de las hipotecas) no es correcta, ya que no tiene en cuenta el cambio en el valor real de las micromagnitudes consideradas. En rigor, hemos de decir que así es. Suponiendo que los inversores se comportan de manera racional éstos calcularán el valor actual neto (VAN) de la operación para decidir sobre la rentabilidad de la compraventa de vivienda. La cuota en valor real se actualiza de acuerdo a la siguiente expresión, ▷

y lo mismo con cualquiera de las variables nominales que figuran en los Cuadros 1 y 2:

$$VAN C_n = \frac{C_n}{(1+\pi_1)(1+\pi_2)\cdots(1+\pi_n)} \quad (5)$$

donde π_k representa la inflación de los alquileres en el periodo $k = 1, 2, \dots, n$. Esto es así porque el coste de oportunidad de la inversión en vivienda habitual es el derivado del alquiler de vivienda. Así pues los cuadros amortizativos en valor real son los mismos que se presentan en los Cuadros 1 y 2, pero deflacionados por los precios de la vivienda en alquiler.

Habría mucho que decir a este respecto, pero nos limitaremos a señalar que muchos inversores son objeto de ilusión monetaria y que prescinden de actualizar el cuadro amortizativo. Dicho de otro modo: es muy probable que el comprador tipo de vivienda haga la suma nominal de los recibos hipotecarios mensuales para calcular el coste real final de su inversión. Correcto o incorrecto, las cosas suceden así... y precisamente porque suceden así es por lo que se generan fallos en los mercados. Dar la espalda a esta manera incorrecta de tomar decisiones bajo el argumento cierto de que no está racionalmente fundamentada y que hace chirriar los goznes de la ortodoxia económica equivaldría a renunciar a comprender los procesos de decisión aplicados por buena parte de los compradores de vivienda habitual. Es difícilmente defendible la racionalidad inversora de los miles de individuos que han participado de la fiebre colectiva especuladora del sector de la vivienda en la última década. Para no faltar a la ortodoxia ni alejarnos del comportamiento real de los individuos en este artículo se analizan tanto las variables nominales como las reales.

3. Simulaciones para el mercado inmobiliario español durante la última década

3.1. Simulación con tipo fijo

De acuerdo con la Síntesis de Indicadores de la Vivienda elaborada por el Banco de España, el tipo

de interés nominal anual promediado entre 1998 y 2008 fue el 4,803 por 100 y la inflación de los alquileres, en tasa anual equivalente (TAE), un 4,155 por 100 en promedio acumulativo anual (lo que se corresponde con una tasa nominal anual del 4,077 por 100)¹. Con estos valores, y a partir de los cuadros de amortización en los cuadros 1 y 2, es posible obtener las cuotas mensuales de una hipoteca a 30 años por cada 100 euros de pasivo ajeno solicitado en 1998, es decir, en el inicio del último ciclo expansivo de la vivienda.

Entre 1998 y 2008 los tipos de interés reales estuvieron, en promedio, muy cerca de cero por lo que es esperable que la diferencia entre ambos sistemas de amortización sea mínima, de acuerdo con los resultados teóricos del apartado anterior. Es fácil apreciar en el Gráfico 1 no sólo que el sistema de amortización lineal arroja cuotas nominales decrecientes en el tiempo sino que la suma total es inferior en el primer caso. Se pagan 188,94 euros nominales según el sistema de cuota fija frente a los 172,24 del sistema lineal, lo que supone un 9,7 por 100 más (Cuadro 3).

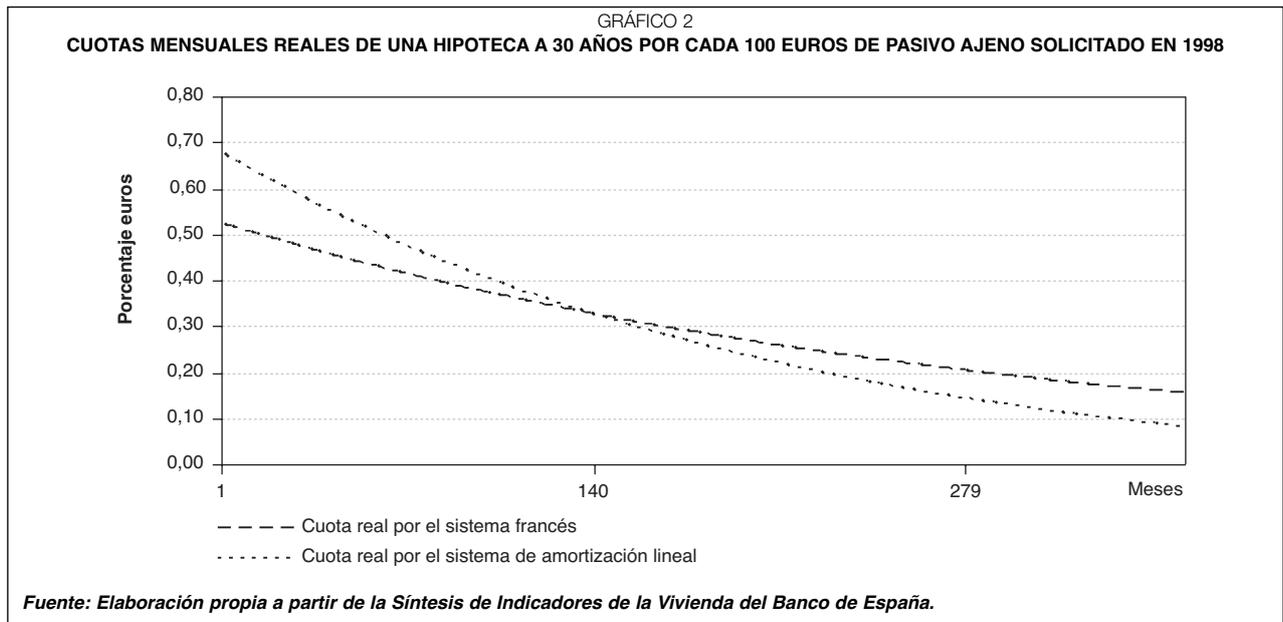
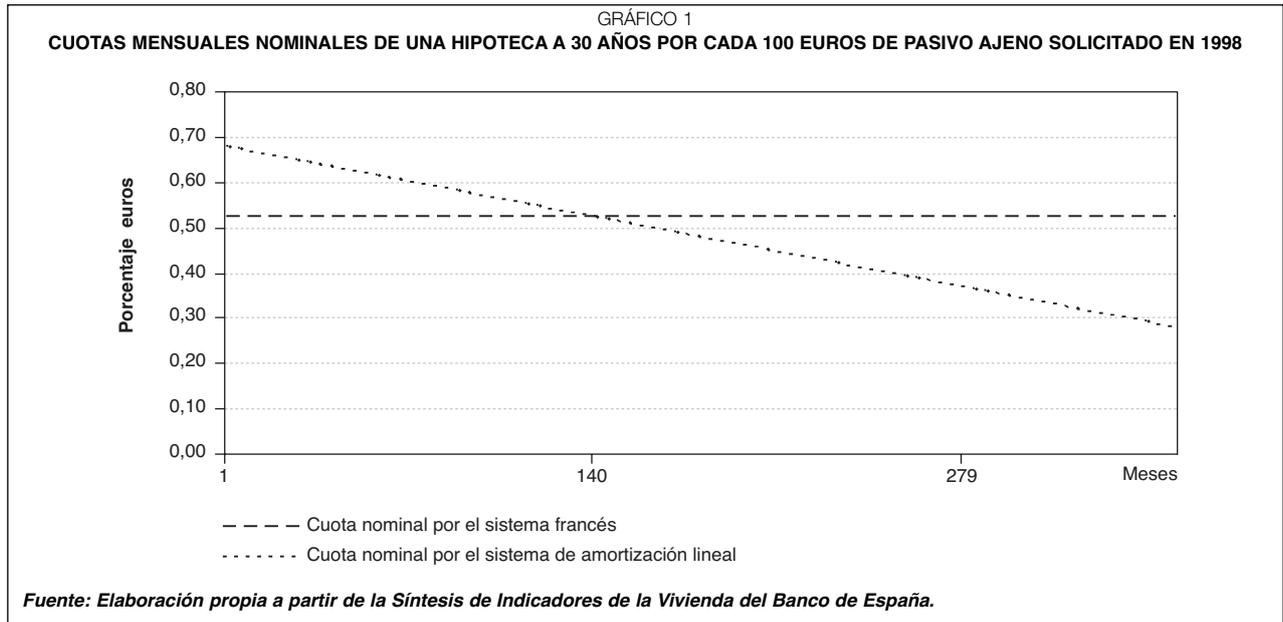
CUADRO 3
CUADRO AMORTIZATIVO A 30 AÑOS POR CADA 100 EUROS DE EMPRÉSTITO EL 01-01-1998

	Cuota constante		Amortización lineal	
	Nominal	Real	Nominal	Real
$\sum_{n=1}^{12T} A_n$	100,00	49,91	100,00	57,64
$\sum_{n=1}^{12T} I_n$	88,94	59,01	72,24	49,89
$\sum_{n=1}^{12T} C_n$	188,94	108,91	172,24	107,54

Fuente: *Elaboración propia a partir de la Síntesis de Indicadores de la Vivienda del Banco de España.*

Cuando hacemos la comparación de las cuotas en términos reales, se obtienen los resultados ilustrados en el Gráfico 2. La suma de las cuotas en valor actualizado es prácticamente la misma: 108,91 según el sistema de cuota fija frente a 107,54 del sistema lineal (Cuadro 3). Esto sucede porque el tipo de in- ▷

¹ $i = 12(\sqrt{1+TAE} - 1)$



terés real ha sido próximo a cero en la última década, como ya hemos señalado.

El Cuadro 3 resume los resultados al vencimiento por cada 100 euros prestados al inicio del ciclo expansivo del sector de la vivienda y suponiendo que durante todo ese tiempo el tipo de interés permaneciese constante en el valor promediado durante la última década. Los valores reales se pueden interpretar como el VAN de la inversión (tanto desde la óptica del banco como desde el punto de vista del hipotecado). Aunque la cuota en valor

real sea muy similar según ambos sistemas esconde algo relevante. Ese «algo» es la distribución entre el capital amortizado y los intereses: por lo que pagamos en el modelo francés (108,91) nos han prestado 49,91 euros mientras que en el modelo lineal por prácticamente lo mismo (107,54) nos habrían prestado 57,64 euros (un 15,5 por 100 más).

El préstamo de 100 euros a 30 años con el sistema de amortización de cuota fija equivale a un préstamo de 49,91 euros reales a cambio de unos intereses de 59,01 euros reales. Es decir, que en ▷

CUADRO 4
CUADRO AMORTIZATIVO NOMINAL A 31/12/2008 POR CADA 100 EUROS DE EMPRÉSTITO
(Valores nominales)

Año de compra ↓	Cuota constante (tipo variable)				Amortización constante (tipo variable)			
	CA ₂₀₀₈	I ₂₀₀₈	C ₂₀₀₈	I ₂₀₀₈ /CA ₂₀₀₈	CA ₂₀₀₈	I ₂₀₀₈	C ₂₀₀₈	I ₂₀₀₈ /CA ₂₀₀₈
1998	21,78	48,36	70,14	2,22	36,37	44,32	80,99	1,21
1999	19,68	43,39	63,08	2,20	33,33	40,15	73,48	1,20
2000	17,32	39,41	56,73	2,27	30,00	36,78	66,78	1,23
2001	15,45	34,18	49,63	2,21	26,67	32,21	58,57	1,21
2002	13,69	28,80	42,49	2,10	23,33	27,39	50,72	1,17
2003	11,70	24,39	36,10	2,08	20,00	23,40	43,40	1,17
2004	9,40	21,09	30,49	2,24	16,67	20,38	37,05	1,22
2005	7,04	18,08	25,11	2,57	13,33	17,60	30,93	1,32
2006	4,74	15,02	19,76	3,17	10,00	14,74	24,74	1,47
2007	2,83	10,98	13,82	3,88	6,67	10,87	17,54	1,63
2008	1,31	5,81	7,12	4,45	3,33	5,81	9,15	1,74

CA₂₀₀₈, I₂₀₀₈ y C₂₀₀₈ representan respectivamente el capital amortizado, los intereses y las cuotas acumuladas desde el año de compra de la vivienda hasta el 31-12-2008.

Fuente: *Elaboración propia a partir de la Síntesis de Indicadores de la Vivienda del Banco de España.*

realidad estamos pagando unos intereses del 118,2 por 100² (que serían del 86,6 por 100³ en caso de haber empleado el sistema de amortización lineal). La diferencia es sustancial, más de treinta puntos en términos reales.

La simulación recogida en el Cuadro 3 es suficientemente ilustrativa de cómo el crédito hipotecario se encarece en el largo plazo al utilizar el sistema de amortización francés. Sin embargo, tiene la limitación de haber considerado un tipo fijo equivalente al promediado en la última década. En la sección siguiente repetimos el mismo ejercicio tomando los tipos registrados en la última década, y por lo tanto sin realizar hipótesis alguna sobre su evolución en el tiempo.

3.2. Simulación con tipos variables

Los Cuadros 4 y 5 representan los cuadros de amortización a 31-12-2008 por cada 100 euros prestados en cada uno de los años del último ciclo expansivo del sector de la vivienda, dados los tipos de interés y la inflación de los alquileres registrados entre 1998 y 2008, y en función de los sistemas de amortización analizados.

Obsérvese la primera fila del Cuadro 4. El

² $59,01 / 49,91 \times 100 = 118,2$ por 100.

³ $49,89/57,64 \times 100 = 86,6$ por 100.

valor total de las cuotas satisfechas hasta el 31 de diciembre de 2008 por una vivienda adquirida en 1998 asciende a 70,14 euros nominales por cada 100 euros prestados, de los cuales 48,36 son en concepto de intereses y tan sólo 21,78 han sido destinados a amortizar la deuda. Es decir, que pasado más de un tercio del plazo total de amortización todavía se debe el 78,22 por 100 del crédito. Con un sistema de amortización constante se habrían pagado cuotas nominales por valor de 80,99 euros pero a cambio se habría amortizado ya el 36,67 por 100 del préstamo. En términos reales (Cuadro 5) se habrían pagado cuotas por valor de 55,92 euros según el sistema de cuota fija y 65,20 según el sistema de amortización constante.

La diferencia más significativa entre ambos sistemas de amortización es la ratio de los intereses con respecto al capital amortizado (I/CA). Así, por cada euro de capital ajeno solicitado en 1998 se habrían pagado más de 2,2 euros de intereses a finales de 2008 según el sistema de cuota fija, mientras que por el sistema de amortización constante se habrían pagado «tan sólo» 1,20 euros.

Por definición, tanto las cuotas como la amortización en términos reales son siempre inferiores a las nominales mientras la inflación de los alquileres sea positiva. Esto es independiente del sistema de amortización considerado. De acuerdo con los resultados en los Cuadros 4 y 5, las cuotas según el sis- ▷

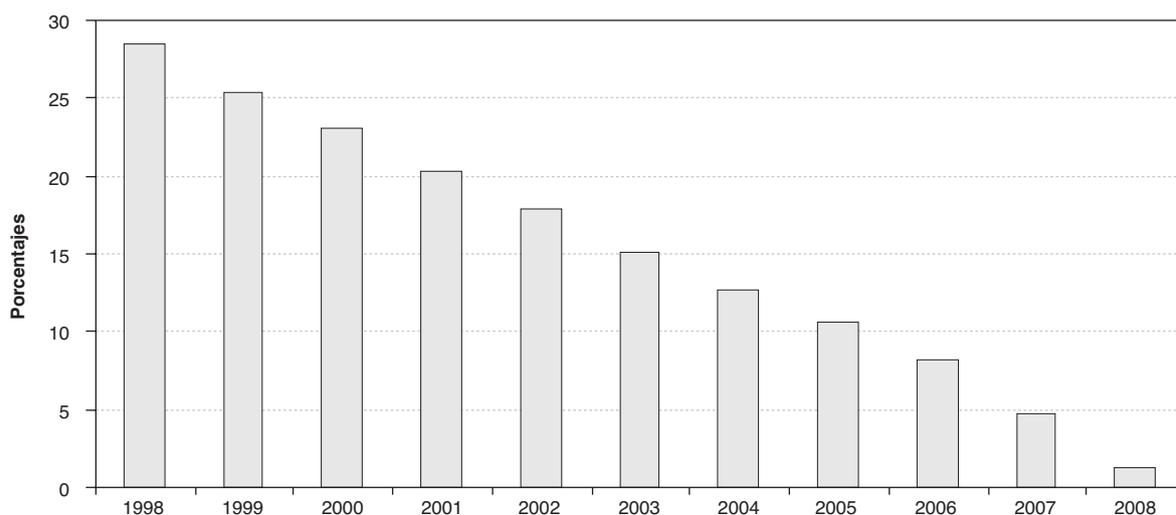
CUADRO 5
CUADRO AMORTIZATIVO REAL A 31/12/2008 POR CADA 100 EUROS DE EMPRÉSTITO
(Valores reales)

Año de compra ↓	Cuota constante (tipo variable)				Amortización constante (tipo variable)			
	CA ₂₀₀₈	I ₂₀₀₈	C ₂₀₀₈	I ₂₀₀₈ /CA ₂₀₀₈	CA ₂₀₀₈	I ₂₀₀₈	C ₂₀₀₈	I ₂₀₀₈ /CA ₂₀₀₈
1998	16,87	39,06	55,92	2,32	29,11	36,09	65,20	1,24
1999	15,60	35,50	51,10	2,28	26,94	33,07	60,01	1,23
2000	13,94	32,60	46,54	2,34	24,55	30,60	55,15	1,25
2001	1270	28,55	41,25	2,25	22,18	27,02	49,19	1,22
2002	11,58	24,35	35,93	2,10	19,82	23,22	43,05	1,17
2003	10,16	20,92	31,08	2,06	17,34	20,11	37,45	1,16
2004	8,35	18,46	26,81	2,21	14,75	17,87	32,62	1,21
2005	6,37	16,16	22,53	2,54	12,02	15,75	27,77	1,31
2006	4,36	13,74	18,10	3,15	9,18	13,49	22,67	1,47
2007	2,66	10,31	12,97	3,87	6,26	10,21	16,47	1,63
2008	1,25	5,57	6,82	4,45	3,18	5,57	8,75	1,74

CA₂₀₀₈, I₂₀₀₈ y C₂₀₀₈ representan respectivamente el capital amortizado, los intereses y las cuotas acumuladas desde el año de compra de la vivienda hasta el 31-12-2008.

Fuente: Elaboración propia a partir de la Síntesis de Indicadores de la Vivienda del Banco de España.

GRÁFICO 3
TASA DE VARIACIÓN DE LA CUOTA ANUAL POR EL SISTEMA LINEAL CON RESPECTO A LA CUOTA POR EL SISTEMA FRANCÉS PARA UNA COMPRA DE VIVIENDA EFECTUADA EN 1998

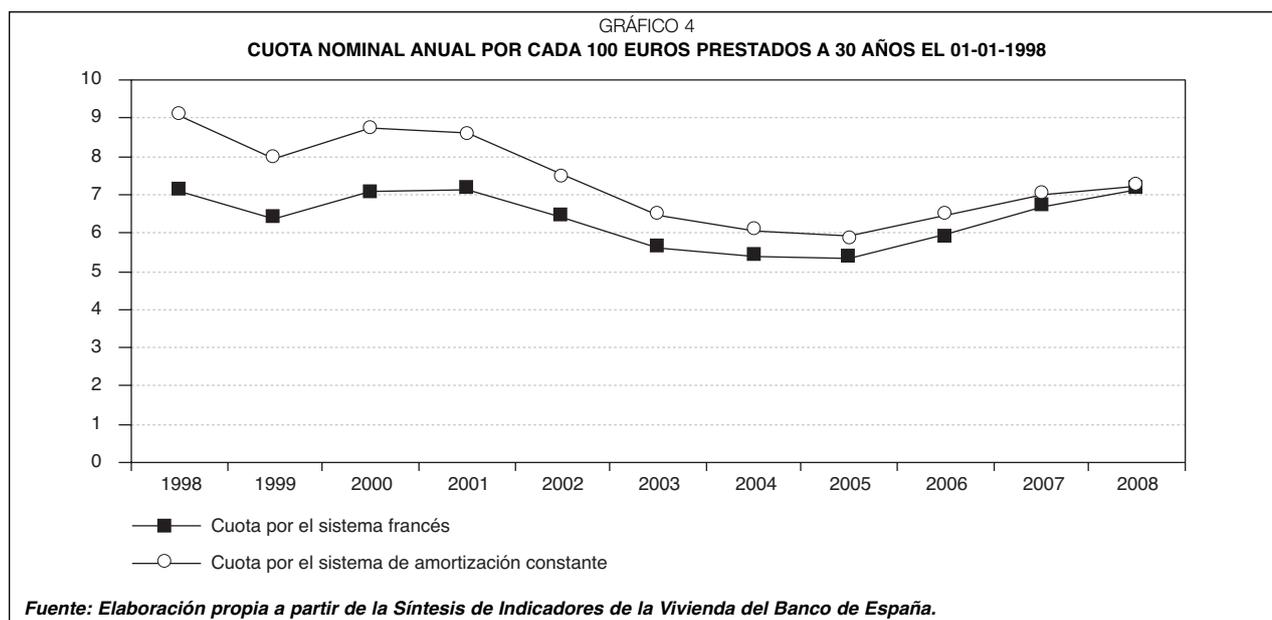


Fuente: Elaboración propia a partir de la Síntesis de Indicadores de la Vivienda del Banco de España.

tema de amortización lineal son superiores a las cuotas según el sistema francés. Esto desincentiva el endeudamiento a largo plazo para invertir en el corto plazo (la especulación), lo que sin embargo no tiene por qué penalizar al inversor a largo plazo ni tampoco al comprador de vivienda como residencia habitual. Como hemos visto anteriormente, aunque en los primeros periodos las cuotas sean mayores según el sistema lineal éstas decrecen con el tiempo; y lo que es más importante, la suma actualizada de las cuotas por este sistema es inferior a la suma por el sistema francés.

El Gráfico 3 muestra la diferencia entre las cuotas calculadas según cada uno de los sistemas de amortización para una compra efectuada en 1998. El sistema de amortización lineal habría supuesto un incremento de la primera cuota anual del 28 por 100 con respecto al sistema de cuota fija, de la segunda cuota anual del 25 por 100 y así sucesivamente.

El Gráfico 4 ilustra la evolución de las cuotas anuales. En el gráfico se aprecia no sólo que las cuotas por el sistema de amortización lineal son mayores que por el sistema actual sino que la diferencia se reduce progresivamente de modo que, ▷



transcurrido aproximadamente un tercio del plazo total, las cuotas son prácticamente iguales. A partir de 2009 ó 2010 las cuotas serían inferiores al sistema actual y harían disminuir el coste total final de la hipoteca (tal y como se muestra en la simulación recogida en el Cuadro 3).

El Gráfico 4 también tiene el interés de desmontar el mito de las cuotas reales decrecientes. De hecho, en los últimos años no era extraño escuchar razonamientos del tipo «me hipoteco por 700 euros al mes, que es demasiado, pero no pasa nada porque dentro de unos años 700 euros valdrán menos de lo que valen hoy». Esta creencia popular no sólo es falsa porque el sistema de amortización es dependiente del tipo de interés (y, por lo tanto, no se puede asegurar que la cuota hipotecaria sea constante más allá del periodo de revisión establecido) sino porque la evolución de las cuotas en términos reales depende también de los precios del alquiler de la vivienda (ecuación 5). Como se aprecia en el gráfico, no es posible afirmar que las cuotas reales hayan tenido una tendencia decreciente en la última década.

4. Conclusiones

El sistema de amortización de préstamos hipotecarios no es en absoluto neutral y tiene efectos

significativos sobre el coste financiero y, por lo tanto, sobre el precio final pagado por el comprador de vivienda habitual. En concreto, el sistema de amortización constante resultaría más barato a largo plazo que el sistema de cuota fija a tipo variable (que es el más habitual en el mercado hipotecario español). Los créditos se encarecerían en el corto plazo pero el pago final de intereses resultaría notablemente inferior en el largo plazo, lo que penalizaría a los especuladores y beneficiaría a los compradores de vivienda habitual.

De acuerdo con las simulaciones presentadas, la cuota nominal anual para una vivienda comprada al inicio del ciclo expansivo del sector de la vivienda habría sido un 28 por 100 más cara con el sistema de amortización constante que con el sistema actual. Sin embargo, transcurrido el primer tercio del plazo total el comprador habría amortizado ya un tercio del préstamo en términos nominales, mientras que por el sistema de cuota fija la amortización apenas alcanza el 20 por 100. Para el tipo de interés e inflación promediados en la última década, un préstamo hipotecario a 30 años habría resultado un 10 por 100 más barato en términos nominales y un 30 por 100 en términos reales.

El hecho de que el coste sea más caro en el corto plazo no sólo habría podido tener un efecto positivo para contener la especulación sino que ▷

además habría incrementado el coste de entrada al mercado hipotecario, lo que habría evitado la concesión de parte de las hipotecas denominadas *subprime*. A este respecto es importante señalar que las *subprime* en el mercado hipotecario español aún están por evaluar, enmascaradas por tipos de interés en mínimos históricos (sólo cuando los tipos suban saldrá a flote la realidad de este tipo de hipotecas). A la vista de los resultados, lo menos que se puede decir es que la llamada «innovación

financiera» no ha estado precisamente al servicio del consumidor.

Por último, la evidencia empírica muestra que el mito de las cuotas reales decrecientes no sólo es falso porque el sistema de amortización sea dependiente del tipo de interés sino porque la evolución de las cuotas en términos reales depende también de los precios del alquiler de la vivienda. No es posible afirmar que las cuotas reales hayan tenido una tendencia decreciente en la última década.

Anexo 1

Suma nominal de las cuotas según el sistema francés y según el sistema de amortización constante

Sean las ecuaciones (2) y (3) que definen, respectivamente, la suma total de las cuotas por el sistema francés y la misma suma según el sistema de amortización lineal.

Paso 1

Las cuotas tienen el mismo origen de ordenadas en el plano $i \times C$ independientemente del valor de T considerado, ya que se cumple que

$$\lim_{i \rightarrow 0} \sum_{n=1}^{12T} \bar{C} = 0 \quad \lim_{i \rightarrow 0} \sum_{n=1}^{12T} C_n = 0 \quad (6)$$

Paso 2

Consideramos que el tipo de interés nominal está acotado superiormente por el valor $i = 1$ (lo que representaría un tipo del 100 por 100). Cuando i alcanza semejante valor se tiene que la suma de las cuotas por el sistema francés es mayor que la suma por el sistema lineal:

$$\sum_{n=1}^{12T} \bar{C} \Big|_{i=1} > \sum_{n=1}^{12T} C_n \Big|_{i=1} \Leftrightarrow \frac{13^{12T} \cdot T}{13^{12T} - 12^{12T}} > \frac{25 + 2T}{24} \quad (7)$$

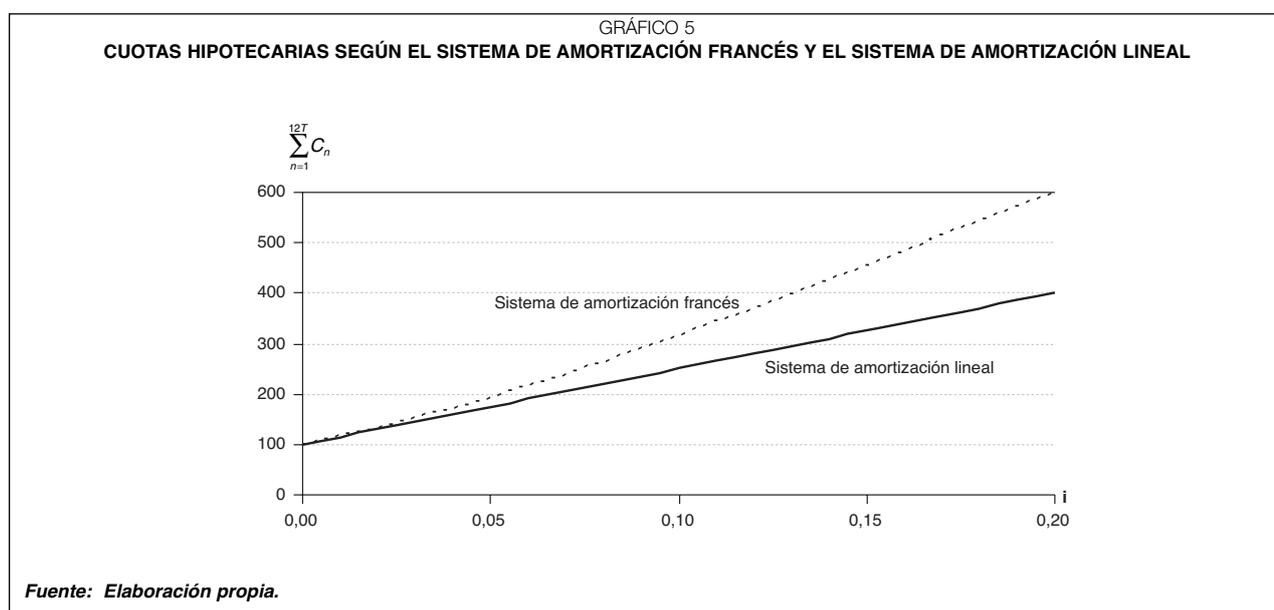
La condición anterior se verifica para cualquier valor de T (número natural). ▷

Paso 3

Dados los resultados de los pasos anteriores, la suma total de las cuotas por el sistema francés es mayor que la misma suma según el sistema de amortización lineal si la primera es convexa (ya que la segunda crece de manera lineal con respecto a i).

$$\frac{\partial^2}{\partial i^2} \left(\sum_{n=1}^{12T} \bar{C} \right) > 0 \Leftrightarrow 24 + i + 12Ti + \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12T} (-24 - i + 12Ti) > 0 \quad (8)$$

La condición anterior se verifica para cualquier valor de T (número natural) y para cualquier $i \in (0,1)$.



Anexo 2

Cuotas según el sistema de amortización lineal *versus* cuota por el sistema francés

Paso 1

La cuota por el sistema lineal es mayor que la cuota por el sistema francés en el instante $t = 1$. La cuota por el sistema lineal en $t = 1$ es, por el Cuadro 2

$$C_1 = \frac{PA_0}{12T} + \frac{i \cdot PA_0}{12} \quad (9)$$

La anterior ecuación se puede escribir del siguiente modo:

$$C_1 = \frac{i \cdot PA_0}{12} \frac{1}{\frac{i \cdot T}{1+i \cdot T}} \quad (10)$$

La cuota por el sistema francés es, por la ecuación (1)

$$\bar{C} = \frac{i \cdot PA_0}{12} \frac{1}{1 - \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-12T}} \quad (11)$$

Por lo tanto C_1 es mayor que \bar{C} si se verifica

$$1 - \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-12T} > \frac{i \cdot T}{1+i \cdot T} \quad (12)$$

que se puede reescribir

$$1 > (1+i \cdot T) \left(\frac{12}{12+i}\right)^{12T} \quad (13)$$

La condición anterior se verifica para cualquier $T \in (1,30)$ e $i \in (0,1)$.

Paso 2

Por definición, la cuota por el sistema lineal es decreciente (Cuadro 2).

Paso 3

La cuota por el sistema lineal en $t = 12T$ es, por el Cuadro 2,

$$C_{12T} = \frac{PA_0}{12T} + \frac{i}{12} PA_{12T-1} = \frac{PA_0}{12T} + \frac{i}{12} \frac{PA_0}{12T} \quad (14)$$

▷

La anterior ecuación se puede escribir del siguiente modo:

$$C_{12T} = \frac{i \cdot PA_0}{12} \frac{12+i}{12T \cdot i} \quad (15)$$

Por lo tanto C_{12T} es mayor que \bar{C} si se verifica

$$\frac{12T \cdot i}{12+i} > 1 - \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-12T} \quad (16)$$

que se puede reescribir

$$\frac{12T \cdot i}{12+i} + \left(\frac{12}{12+i}\right)^{12T} > 1 \quad (17)$$

La condición anterior se verifica para cualquier $T \in (1,30)$ e $i \in (0,1)$.

Dados los resultados de los pasos anteriores se puede afirmar que las cuotas por el sistema de amortización constante son decrecientes, siendo mayores que la cuota fija en los primeros plazos y menores en los últimos.