Normas de desigualdad y modelización*

María Teresa Rubio Sanz
Juan Vicente Perdiz
Universidad de Valladolid.

Resumen

En este artículo integramos algunos de los desarrollos recientes en los campos de la medición de la desigualdad y la Contabilidad Nacional. Primero empleamos una Matriz de Contabilidad Social de España (MCS) para mostrar los límites de los multiplicadores jacobianos a la hora de ordenar las políticas económicas por sus efectos sobre la desigualdad. Posteriormente, introducimos el concepto de norma de desigualdad y proponemos el cálculo de normas frontera con el fin de que los electores puedan elegir consistentemente según sus propios valores.
Palabras clave: *política económica, desigualdad social, Contabilidad Nacional, España.*
Clasificación JEL: *C67, D63.*

Abstract

This paper outlines some recent developments in the fields of measuring inequality and national accounting. Using a Spanish Social Accounting Matrix (SAM), we show the limits of the Jacobi multipliers in ranking economic policies by their effects on inequality. Subsequently, we introduce the concept of inequality norms and we propose the calculation of border norms in order that voters be able to make consistent choices in line with their own values.
Keywords*: economic policy, social inequality, national accounting, Spain.*
JEL Classification*: C67, D63.*

1. Introducción

El desarrollo de los Sistemas de Cuentas Nacionales (UNSO, 1968 y ONU y otros, 1993) y los avances en los métodos computacionales (Dixon y Parmenter, 1996) explican la proliferación de modelos construidos a partir de Matrices de Contabilidad Social (MCS) que extienden las Tablas Input-Ouput (TIO) para abarcar las operaciones de distribución de la renta. Pese a su declarado interés por los aspectos distributivos, la literatura sobre MCS apenas ha tenido en cuenta los avances más recientes en el campo de la medición de la desigualdad. El objetivo de este trabajo consiste precisamente en poner en contacto ambas literaturas. Para ello en la próxima sección, y a modo de ilustración, se presenta una MCS de España para 1990 basada en las orientaciones del Sistema de Cuentas Nacionales (SCN) de 1993. En la sección 3 se exponen las principales limitaciones del uso de los multiplicadores extendidos a la hora de analizar la distribución de la renta. En la sección 4 se introduce el espacio de las distribuciones y las representaciones básicas de la desigualdad. En

* Los autores agradecen los comentarios de C. Dagum, J. Y. Duclos, S. Keunning y G. Pyatt sobre versiones previas de este trabajo, así como la financiación recibida para el proyecto VA 108-02 de la Consejería de Cultura de la JCYL.

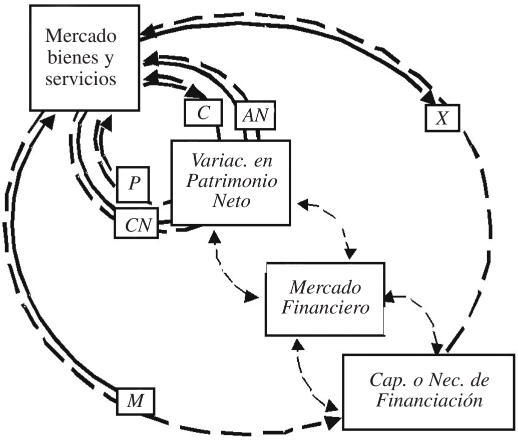
la sección 5 se revisan las medidas de desigualdad de uso más común y ponemos de manifiesto la relevancia de las normas subyacentes. En la sección 6 se propone el cálculo de normas frontera para resolver situaciones en las que el uso de los multiplicadores MCS no produce resultados concluyentes. La última sección incluye, junto con las consideraciones finales, algunas de las posibles extensiones del trabajo.

2. Una matriz de contabilidad social para España (MCSE-90) basada en el SCN-93

El Sistema de Cuentas Nacionales representa la actividad económica de un país como un circuito cerrado de flujos entre sus unidades residentes y entre éstas y las del resto del mundo. Como muestra la Figura 1 el SCN es un modelo general equilibrado en el que subyace la ley de Walras. Los datos se recogen *ex-post* y los precios de las transacciones de los productos y los activos son acordados entre dos unidades diferentes o por una unidad consigo misma.

FIGURA 1

SCN. MODELO GENERAL EQUILIBRADO



Recursos

P: Producción
CN: Cesión activos no financieros
CF: Cesiones de activos financieros
X: Exportaciones

Empleos

C: Consumo (intermedio y final)
AN: Adquisiciones activos no financieros
AF: Adquisiciones activos financieros
M: Importaciones

FUENTE: Elaboración propia.

En la Figura 1 los bienes y servicios (líneas continuas) procedentes de la producción *(P)* o de la acumulación previa *(CN)* de las unidades residentes y del resto del mundo *(M)* se emplean para satisfacer el consumo *(C)* o la acumulación de capital *(AN)* de las unidades residentes y la demanda externa *(X)*.

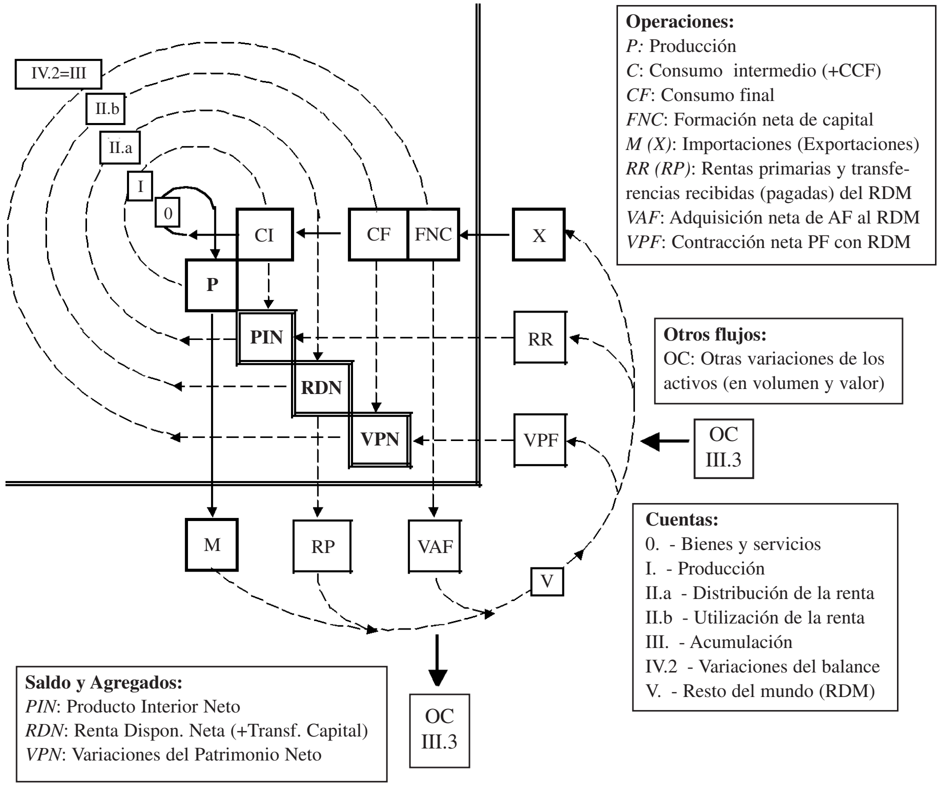
En una economía competitiva sin transferencias, las unidades institucionales reciben activos financieros (líneas discontinuas) como compensación a su contribución al proceso productivo (incremento del patrimonio neto) o por la venta de sus activos no financieros acumulados en años anteriores. Dichos activos financieros, junto con los acumulados previamente y los aparecidos durante el ejercicio en curso, pueden utilizarse para el consumo intermedio y final (reducción del patrimonio neto) o bien ser intercambiados por otros activos financieros y no financieros.

Los componentes de precio y volumen de cualquier transacción de bienes y servicios se estiman de forma más o menos directa, así como los de las transacciones financieras (donde el precio de la moneda es la unidad); en tanto que los activos previamente acumulados se valoran a precios de mercado homologables distinguiéndose entre cambios neutrales y reales (relativos a un índice general de precios).

La versión de 1968 del SCN introdujo la presentación matricial como una herramienta de gran utilidad para integrar las cuentas-T, porque permite reducir el número de registros a la mitad e incrementar la información al romper la pantalla entre las unidades de origen y destino que participan en cada uno de los flujos económicos registrados. Aunque la matriz de contabilidad social propuesta por el SCN-93 es aún provisional, su capítulo XX constituye un sólido puente entre el consolidado marco central del sistema y las cuentas satélites más abiertas y flexibles.

En la Tabla 1 se presentan los datos agregados de la MCS para España elaborados con datos de 1990 y siguiendo las propuestas del SCN-93[1]. Dado el objetivo de este estudio, consideramos prioritaria una amplia desagregación del sector hogares y de las categorías de valor añadido, en particular la del factor trabajo.

FIGURA 2
MCS. DIAGRAMA DE FLUJOS



FUENTE: Elaboración propia.

[1] Otras versiones de MCS de España para 1990 pueden consultarse en URIEL, *et al.* (1997) y POLO (2001). En RUBIO y VICENTE (2002) se comentan las principales diferencias y se detalla la empleada en este trabajo.

TABLA 1
MATRIZ DE CONTABILIDAD SOCIAL DE ESPAÑA, 1990
(En millones de pesetas)

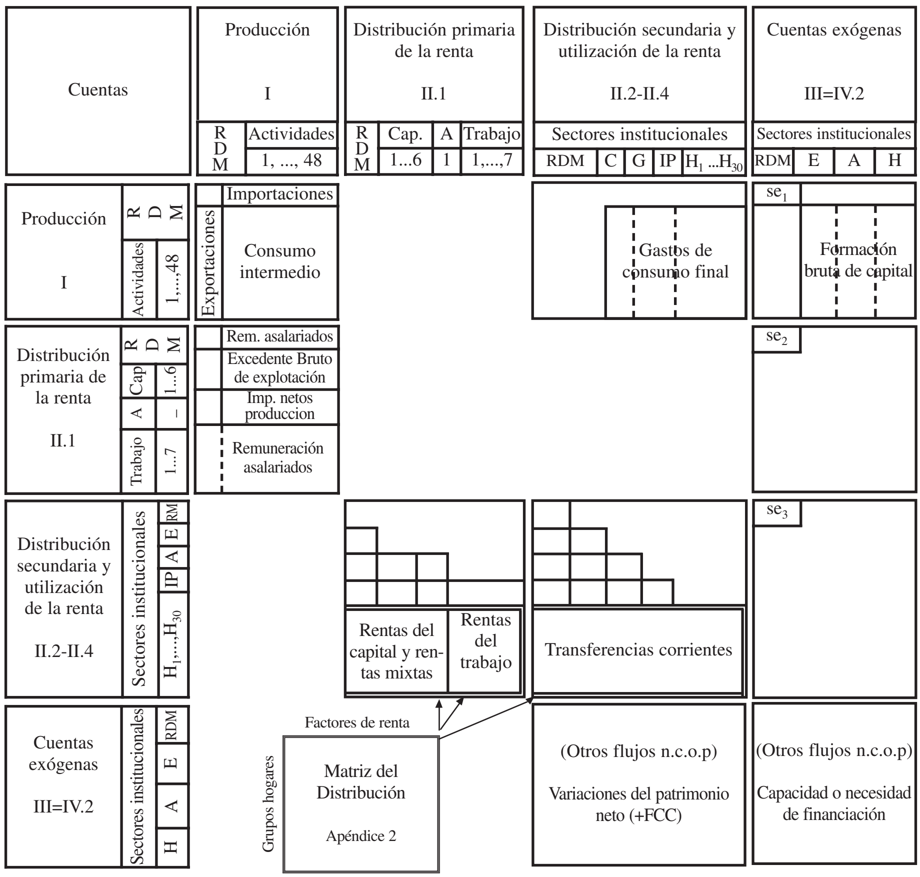
Cuentas			Bienes y servicios 0	Producción I	Generación de renta primaria II.1	Asignación, distribución y utilización de renta II.2-II.4 (+III.1.1)	Variaciones del balance III=IV.2	Cuentas del resto del mundo V	
			Productos	Actividades	Categ. VA	Sectores instituc.	Sect. instituc.	RDM	
			1, ..., 46	1, ..., 48	1, ..., 15	E, A, IP, $H_1 ... H_{30}$	E, A, H		
Bienes y servicios 0	Productos	1,..., 46	Márgenes comerciales y de transporte 0	Consumo intermedio 38.957.942		Gastos de consumo final 39.118.006	Formación bruta de capital 12.722.712	Exportaciones 8.555.137	
Producción I	Actividades	1,..., 48	Producción 85.961.529						
Generación de renta primaria II.1	Categ. VA	1,..., 15		Producto Interior Bruto 47.003.587				Remuneración de asalariados del RDM 35.448	
Asignación, distribución y utilización de la renta II.2-II.4 (+III.1.1)	Sectores instituc.	E, A, IP, $H_1 ... H_{30}$	IVA e Impuestos que gravan las importaciones 3.141.608		Renta generada bruta 47.037.318	Rentas de la propiedad y transferencias		Rentas de la propiedad y transferencias del RDM 1.788.989	
Variaciones del balance III=IV.2	Sect. instit.	E, A, H				Variaciones en el patrimonio neto (+CCF) 11.008.328	Adq. neta de activos no financieros no producidos	Contracción neta de pasivos 23.373.484	Otras variac. patrim. neto III.3
Cuentas del resto del mundo V	RDM		Importaciones 10.250.660		Remuneración de asalariados pagada al RDM 1.717	Rentas de la propiedad y transferencias pagadas al RDM 1.841.581	Adquisición neta de activos financieros 21.659.100		
							Otras variaciones del patrimonio neto III.3		

TABLA 1 *(Continuación)*
Criterios de clasificación

Grupos de hogares (30)	Categorías de valor añadido (15)	Productos y actividades (46/48)
Nivel de renta	Trabajo asalariado por categorías socioeconómicas (7)	
	Cotizaciones sociales a cargo de empleadores	
Principal fuente de renta	Capital por sectores institucionales propietarios (5)	R.56 de la TIO
	Renta mixta	
Cualificación	Impuestos netos sobre la producción (excluido IVA)	

Para poder proceder a la modelización de la MCSE-90 eliminamos la cuenta de bienes y servicios aplicando el método de doble inversión o *apportionment* (Leontief, 1967 y Pyatt, 1989). Asimismo reordenamos los sectores y cuentas con el fin de disponer de un modelo centrado en los problemas distributivos y facilitar la descomposición de la desigualdad (véase Tabla 2). La matriz de distribución de la renta por grupos de hogares y fuentes de renta que utilizamos a lo largo de este trabajo figura como Apéndice 1.

TABLA 2
MATRIZ DE CONTABILIDAD SOCIAL DE ESPAÑA, 1990, REDUCIDA Y REORDENADA



3. Multiplicadores SAM-Jacobi

La modelización de la MCSE-90 requiere determinar qué cuentas o unidades son endógenas y cuáles son exógenas. En este trabajo consideramos como endógenas las tres cuentas corrientes (producción, distribución de la renta primaria y distribución secundaria y utilización de la renta) y como exógenas el resto (cuentas de acumulación y saldos exteriores). Con el fin de simplificar el análisis, suponemos i) que no podemos predecir ningún cambio en el comportamiento de los agentes económicos y, por tanto, que sus gastos van a ser una proporción fija del total de sus ingresos, y ii) que los recursos no producidos son ilimitados. El modelo derivado de la MCSE-90 puede escribirse, por tanto, en forma matricial reducida (ecuación [1]) y, además, si $(I\text{-}A)^{-1}$ existe, la única solución para cada vector de flujos exógenos B viene dada por la ecuación [2]. El Apéndice 2a recoge las expresiones sin reducir de ambas ecuaciones.

$$(I\text{-}\bar{A})X=B \qquad [1]$$

$$(I\text{-}\bar{A})^{-1}=MB=X \qquad [2]$$

La matriz de multiplicadores M en [2] puede descomponerse resolviendo [1] iterativamente: si $(I\text{-}\bar{A})=M_\alpha\text{-}M_\beta$, tal que M_α sea una matriz invertible, una solución a [1] satisface que $M_\alpha X = M_\beta X+B$ y $X = M_\alpha^{1} M_\beta X+ M_\alpha^{-1}B$. A partir de aquí puede definirse una sucesión por aproximaciones $X^{(n)} = M_\alpha^{-1}M_\beta X^{(n-1)} + M_a^{-1}B$ que se simplifica como: $X^{(n)}=M_\delta X^{(n-1)}+C$, donde M_δ se denomina matriz de iteración. Si $(I\text{-} \bar{A})$ es una matriz diagonal estrictamente dominante, $|M_{ii}|>\Sigma_{j\neq i}|M_{ij}|$, entonces la sucesión será convergente:

$$M_\delta X^{(n-1)}+C=M_\delta^2 X^{(n-2)}+(I+M_\delta)C=\ldots=M_\delta^k X^{(n-k)}+(I+M_\delta+M_\delta^2+\ldots+M_\delta^{(k-1)})C$$
$$n\rightarrow \infty \Leftrightarrow (X^{(n)} - X^{(n-k)})\rightarrow 0,\ X^{(n)}\rightarrow X \text{ y:}$$
$$X=(I - M_\delta^k)^{-1}(1+M_\delta+M_\delta^2+\ldots+M_\delta^{k-1})M_\delta^{-1}B$$

El método de Jacobi construye la matriz diagonal M_α con los elementos de la diagonal principal de la matriz $(I\text{-}\bar{A})$. Pyatt y Roe (1977) y Pyatt y Round (1979) propusieron una descomposición multiplicativa de la matriz de multiplicadores M (ecuación [3]) y Stone (1985), a partir de la anterior, propuso una descomposición aditiva (ecuación [4]), considerando en ambos casos 3 etapas (k=3):

$$X=MB=M_3M_2M_1B=(I - M_\delta^3)^{-1}(1+M_\delta + M_\delta^2)M_\alpha^{-1}B \qquad [3]$$
$$X=MB=(I+(M_1-I)+(M_2-I)M_1+(M_3-I)M_2M_1)B \qquad [4]$$

Como puede observarse en el Apéndice 2b, la matriz M_1 es una matriz diagonal cuyos elementos recogen los efectos intra-grupo producidos por inyecciones exógenas. Dado el modelo utilizado en este trabajo, dicha matriz comprende los multiplicadores input-output de los flujos interindustriales y los multiplicadores de las transferencias interinstitucionales. Los elementos de la matriz M_2 permiten medir los efectos denominados *«open-loop»* que muestran las repercusiones de una inyección exógena (I) en una cuenta sobre las otras dos (M_δ), (M_δ^2), tras completar una vuelta en un modelo de tres cuentas endógenas. Finalmente, la matriz M_3 recoge los efectos *«closed-loop»* producidos en las rondas sucesivas que completan el proceso, hasta que los efectos se desvanecen.

El procedimiento de descomposición anterior es empleado por la literatura sobre Matrices de Contabilidad Social para evaluar los efectos sobre la distribución de la renta producidos por cambios en las cuentas exógenas (véanse Bottiroli y Targetti, 1988, o Ferri y Uriel, 2000). Además del modelo descrito en el que se ha determinado como exógena una cuenta completa, a partir de la MCSE-90 pueden reformularse otros modelos alternativos en los que se considere exógeno algún sector institucional completo (RDM, AA., PP, etcétera) o flujos concretos de un determinado sector (transferencias públicas, inversiones extranjeras, etcétera). El realismo de dichos modelos obviamente aumenta a medida que se introducen los precios como resultado de las conductas modelizadas de los distintos agentes económicos (véase Decaluwé y otros, 1999). Un resultado destacado desde los primeros estudios en este campo ha sido la estabilidad de la distribución de la renta incluso ante políticas económicas de cierta entidad. Resultado que Dervis *et al.* (1982, 406) atribuyen a las reglas de cierre y las especificaciones de los modelos, mientras que Thorbecke (1985, p. 251) lo imputa, por una parte, al empleo de programas de políticas convencionales en lugar de cambios estructurales que afecten, por ejemplo, a la distribución de la riqueza y, por otra parte, al carácter mecánico de algunos análisis centrados en la distribución funcional de la renta. Además de las causas anteriores, en nuestra opinión, una de las razones fundamentales que explica la infravaloración de los cambios en la distribución de la renta es la ausencia de una discusión y definición previa del concepto de desigualdad empleado en cada caso.

$$\xi_{ij}=\frac{m_{ij}}{x_j}=\frac{M_{ij}}{\sum\limits_i M_{ij}}\Big/\frac{X_i}{\sum\limits_i X_i}=\frac{\dfrac{\partial X_i}{\partial B_j}}{\sum\limits_i\dfrac{\partial X_i}{\partial B_j}}\Big/\frac{X_i}{\sum\limits_{\mathrm{i}} X_i}=\frac{\dfrac{\partial X_i}{X_i}\Big/\dfrac{\partial B_j}{B_j}}{\dfrac{\partial \sum\limits_i X_i}{\sum\limits_i X_i}\Big/\dfrac{\partial B_j}{B_j}} \qquad [5]$$

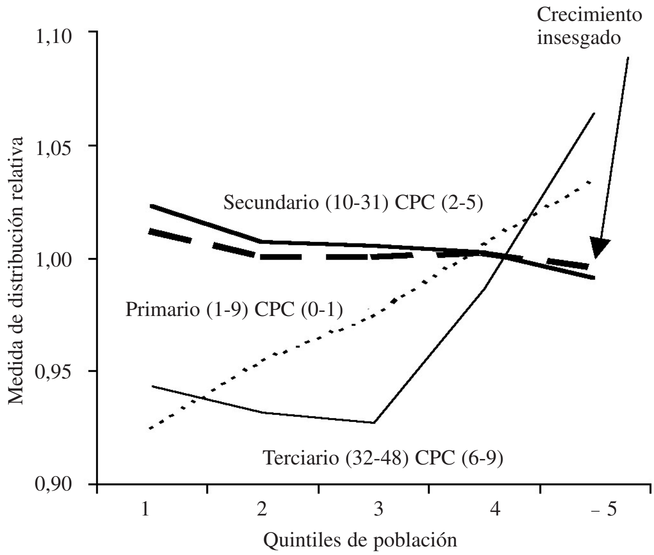
Como señalan Roland-Host y Sancho (1992) la matriz de multiplicadores SAM (M) es la matriz Jacobiana correspondiente a la transformación $B\rightarrow X$ en la ecuación [2] y sus elementos pueden emplearse para describir los efectos producidos por cambios exógenos sobre la distribución de la renta. De este modo, los efectos distributivos producidos por un aumento unitario de un flujo exógeno concreto pueden analizarse ordenando los multiplicadores relativos de cada grupo de hogares ponderados por la participación en la renta total de cada uno de ellos (Cohen y Tuyl, 1991).

Desde un punto de vista más general, la suma ponderada de las filas de la matriz de multiplicadores permite analizar los efectos distributivos producidos por cambios exógenos más amplios. Por ejemplo, la ecuación [6] puede utilizarse para simular el impacto que sobre la distribución de la renta disponible de los hogares produce una variación unitaria insesgada en la formación bruta de capital de origen interior ($dB_j/\Sigma_j dB_j = B_j/\Sigma_j B_j$ *y* $\Sigma_j dB_j=1, j=1,\ldots,48$).

$$\sum_j \xi_{ij}=\frac{\sum\limits_i M_{ij}dB_j}{\sum\limits_j\sum\limits_i M_{ij}dB_j}\Big/\frac{X_i}{\sum\limits_j X_i}=\frac{\sum\limits_j\dfrac{\partial X_i}{\partial B_j}\dfrac{B_j}{\sum\limits_i B_j}}{\sum\limits_j\sum\limits_i\dfrac{\partial X_i}{\partial B_i}\dfrac{B_j}{\sum\limits_j B_j}}\Big/\frac{X_i}{\sum\limits_i X_i}=\frac{dX_i}{X_i}\Big/\frac{d\sum\limits_i X_i}{\sum\limits_i X_i} \qquad [6]$$

El análisis anterior es obviamente interesante a efectos de identificar los grupos de hogares que mejoran o empeoran su participación en la renta total. La Figura 3a permite apreciar cómo un aumento unitario insesgado de la formación bruta de capital interior (FBC) produce una ligera reducción de la desigualdad al aumentar la participación en la renta del quintil de hogares más pobre y reducir la del más rico. El resultado anterior se debe a que el efecto progresivo de la inversión en bienes procedentes de la industria transformadora y de la construcción (*Central Product Classification*: 2-5, productos 10-31 en nuestro trabajo) predomina sobre los efectos regresivos de la inversión en productos primarios y terciarios. (Las clasificaciones anteriores y sus correspondencias están recogidas en el Apéndice 3).

FIGURA 3a
EFECTOS DISTRIBUTIVOS DE UN CRECIMIENTO UNITARIO EXÓGENO DE LA FBC



FUENTE: Elaboración propia.

La progresividad del crecimiento de la inversión en productos industriales y la regresividad del crecimiento de la inversión en productos primarios y terciarios constituyen resultados concluyentes en términos de dominancia según el criterio de Lorenz, puesto que sus funciones de distribución relativa sólo se cruzan una vez con la función de distribución relativa correspondiente a un crecimiento insesgado de la inversión. Sin embargo, el criterio de Lorenz resulta insuficiente para determinar si el crecimiento de la inversión en productos primarios es más o menos regresivo que el crecimiento de la inversión en productos terciarios. Si nos fijamos en la parte baja de la distribución la inversión sesgada hacia los productos terciarios es menos regresiva en tanto que si nos fijamos en la parte alta ocurre lo contrario.

En general los efectos de un crecimiento unitario de la inversión sobre la distribución de la renta de los hogares son concluyentes para la mayoría de los grupos de productos aplicando criterios de dominancia de primer grado, ya que las funciones de distribución relativa son monótonas. En otros casos, aunque dichas funciones muestren máximos o mínimos interiores, sus efectos sobre la distribución de la renta siguen siendo concluyentes aplicando criterios de dominancia de segundo grado (o de Lorenz), en la medida que sólo cortan en una ocasión la función de distribución relativa correspondiente a un crecimiento insesgado de la inversión. Sin embargo, como puede apreciarse en la parte inferior de la Figura 3b en ocasiones ambos criterios son insuficientes para determinar el carácter progresivo o regresivo del crecimiento o dilucidar cuáles son más o menos progresivos o regresivos. En la sección 6 retomaremos la cuestión una vez dispongamos de más elementos de juicio al respecto.

FIGURA 3b
EFECTOS REDISTRIBUTIVOS DE UN CRECIMIENTO UNITARIO EXÓGENO DE LA FBC

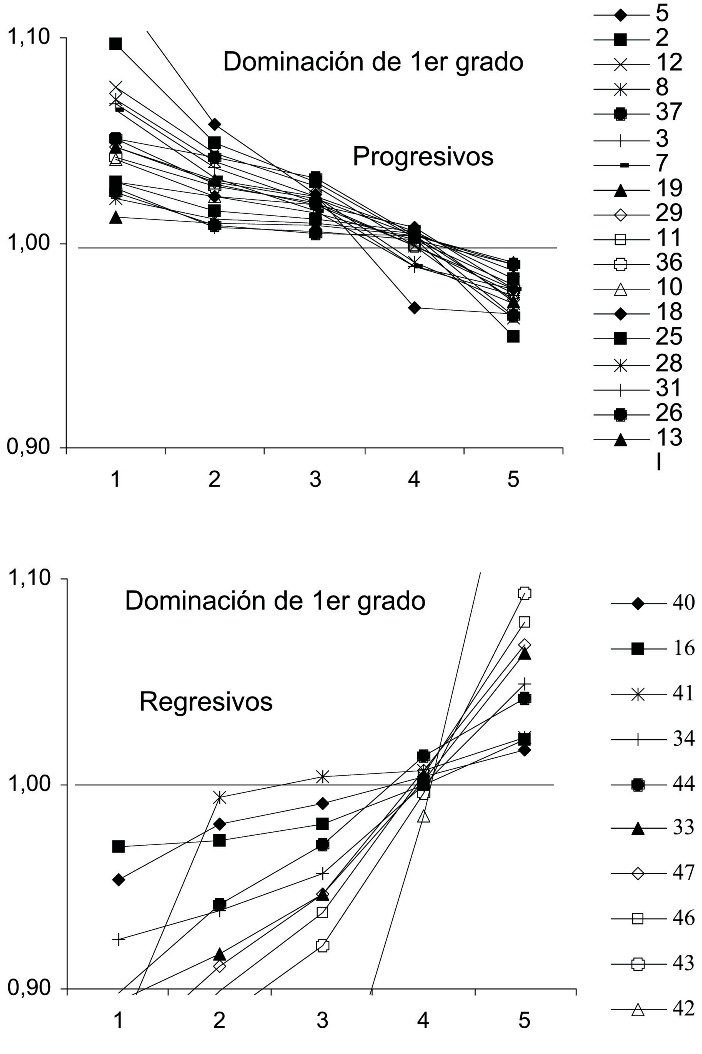
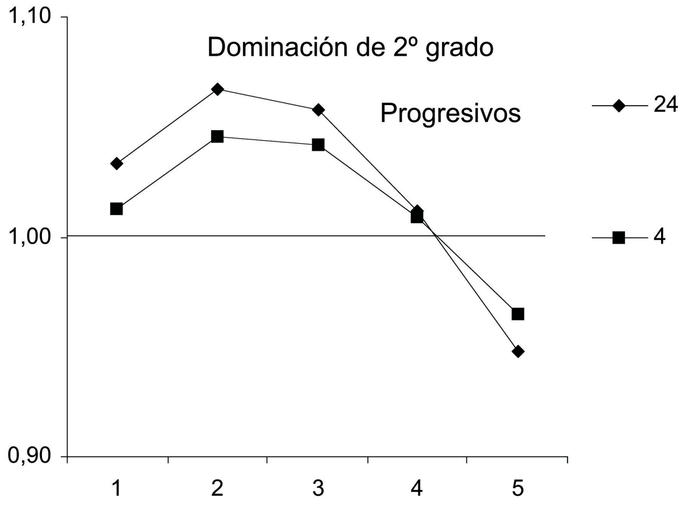


FIGURA 3b *(Cont.)*



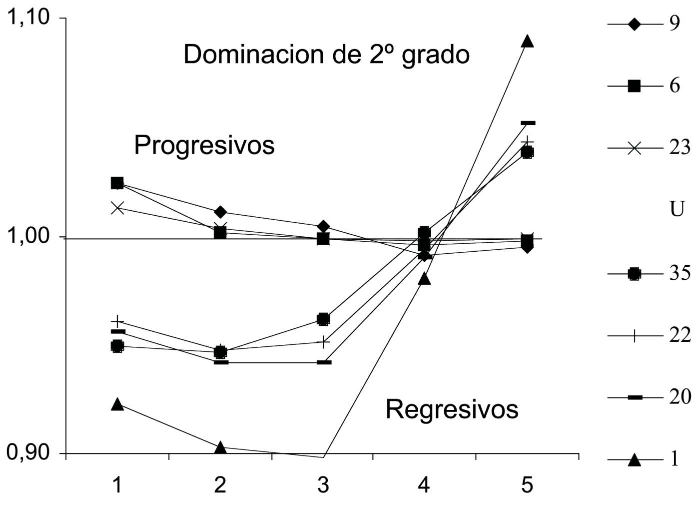
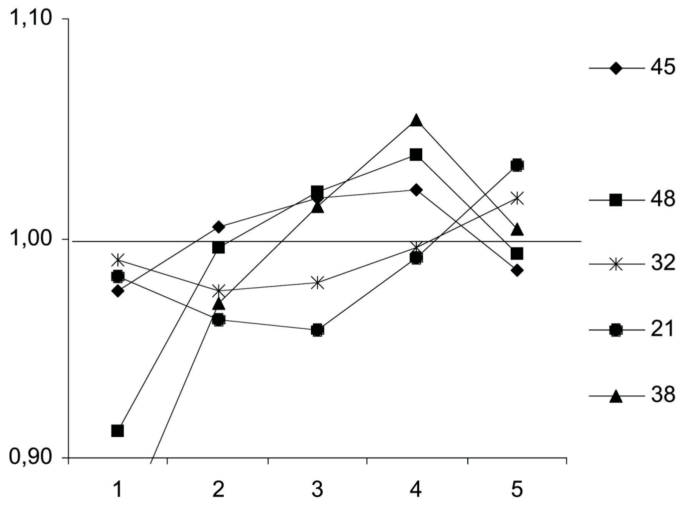
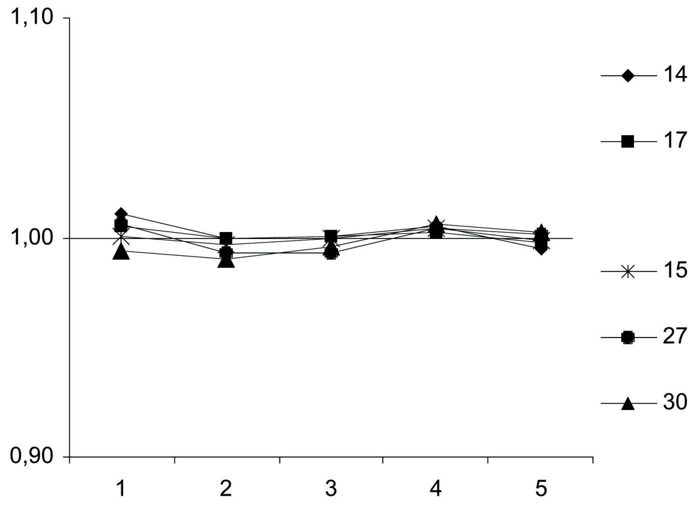


FIGURA 3b ***(Cont.)***





FUENTE: Elaboración propia.

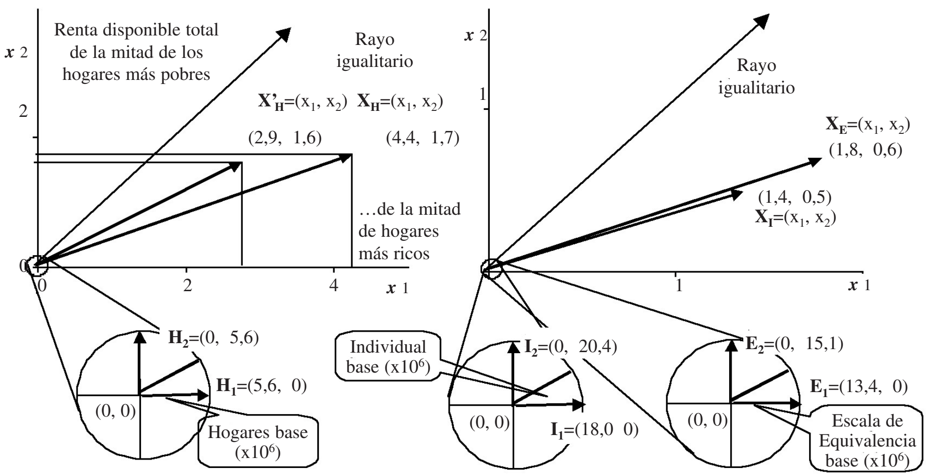
4. El espacio de las distribuciones. Representaciones geométricas

El conjunto de subconjuntos de n rentas ordenadas constituye un espacio vectorial n-dimensional sobre el cuerpo de los números reales $U_n(R)$, sus elementos se denominan vectores $\{V\}$ y dicha estructura algebraica satisface propiedades muy atractivas. Cualquier vector de dimensión menor o igual que tres tiene una interpretación geométrica. En la Figura 4, representamos el vector de coordenadas de la renta disponible de los hogares españoles (X) en un espacio bidimensional (U_2), empleando diferentes bases. La figura de la izquierda muestra los datos de la *Encuesta de Presupuestos Familiares* de 1990-1991(X'_H) y su ajuste con los de la Contabilidad Nacional de 1990 (X_H), en ambos casos utilizamos los hogares (H) como base del espacio. La figura de la derecha representa los datos ajustados empleando como bases los individuos (X_I) y la escala de equivalencia de la OCDE (X_E), en la que los miembros del hogar distintos del perceptor principal son ponderados por 0,7 y 0,4 según superen o no los 14 años.

Las matrices de transición desde la base H hacia las bases I y E son matrices diagonales que dependen del número de miembros del hogar (n_i) y la proporción de menores de 14 años (b_i): $X_I=A^{(H,I)}X_H$ y $X_E=A^{(H,E)}X_H$, donde $A_{ii}^{(H,I)}=(n_i)^{-1}$ y $A_{ii}^{(H,E)}=\{1+0{,}7[(1-b_i)n_i-1]+$ $+0{,}5b_in_i\}^{-1}$.

FIGURA 4

DISTRIBUCIONES (POBRES-RICOS) EN DIFERENTES BASES. ESPAÑA, 1990 (10^6 PTS)



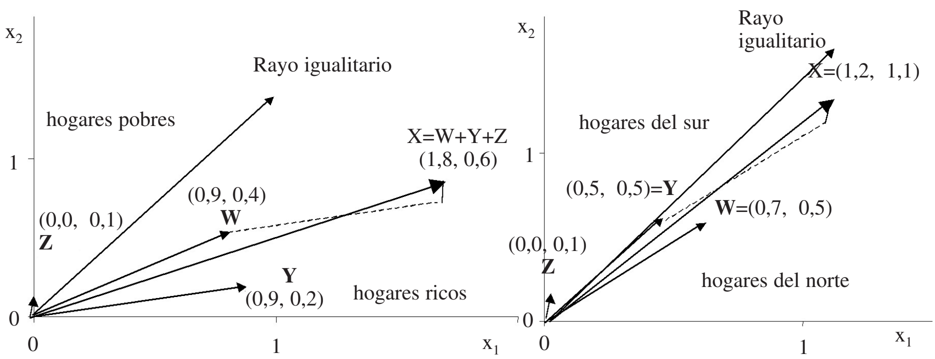
El vector de coordenadas de una distribución tiene una representación única como una combinación lineal de los vectores de la base: $x_1H_1+x_2H_2$

FUENTE: Elaboración propia.

En la Figura 5 representamos la distribución de los tres tipos de renta de los hogares consideradas en la Tabla 2: trabajo (W), capital (Y) y transferencias (Z). En la parte izquierda las distribuciones están ordenadas por el nivel de renta y en la derecha según la localización geográfica del hogar. Como puede comprobarse, la distribución de la derecha está más próxima al rayo igualitario porque recoge aspectos parciales de la desigualdad. Resultados similares se obtienen al aplicar otros criterios de clasificación tales como la actividad, la edad, el sexo, etcétera.

FIGURA 5

DESCOMPOSICIÓN FACTORIAL DE DISTRIBUCIONES. ESPAÑA, 1990(10^6 PTS)



Suma de vectores (de distribución de renta) W+Y+Z= $(w_1+y_1+z_1, w_2+y_2+z_2)$

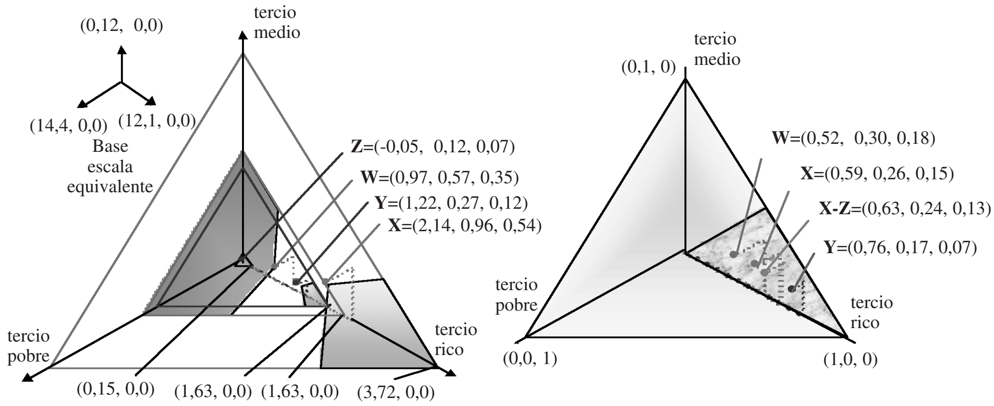
FUENTE: Elaboración propia.

Aunque la Figura 5 permite tratar diversas cuestiones relevantes sobre desigualdad, para considerar otros aspectos importantes, como su descomposición por grupos o la sensibilidad posicional de las transferencias, es necesario utilizar espacios de al menos tres dimensiones. En la Figura 6 representamos de nuevo cada una de las tres fuentes de renta, pero repartidas ahora entre tres grupos de hogares (pobres, medios y ricos). La imagen de la izquierda refleja la dificultad de apreciar la mayor o menor desigualdad de distribuciones con diferente renta total, mientras que la imagen derecha muestra cómo la utilización de participaciones en la renta simplifica bastantes cuestiones, aunque algunas otras permanezcan todavía sin respuesta como, por ejemplo, bajo qué supuestos las transferencias reducen la desigualdad, o cuánto más desiguales son las rentas de la propiedad que las del trabajo.

Debido a la imposibilidad de representar más de tres dimensiones, cuando se considera un número elevado de unidades, como por ejemplo los aproximadamente 21.000 hogares de la *Encuesta de Presupuestos Familiares*, los datos pueden volcarse sin más sobre el plano (imagen superior izquierda de la Figura 7) o, lo que resulta mucho más útil, pueden representarse mediante un desfile ordenado (imagen superior derecha). Esta última representación puede invertirse para obtener la función de distribución (imagen inferior izquierda), cuya derivada es la función de densidad. Finalmente, las rentas también pueden ser acumuladas para obtener curvas de Lorenz (imagen inferior derecha).

FIGURA 6

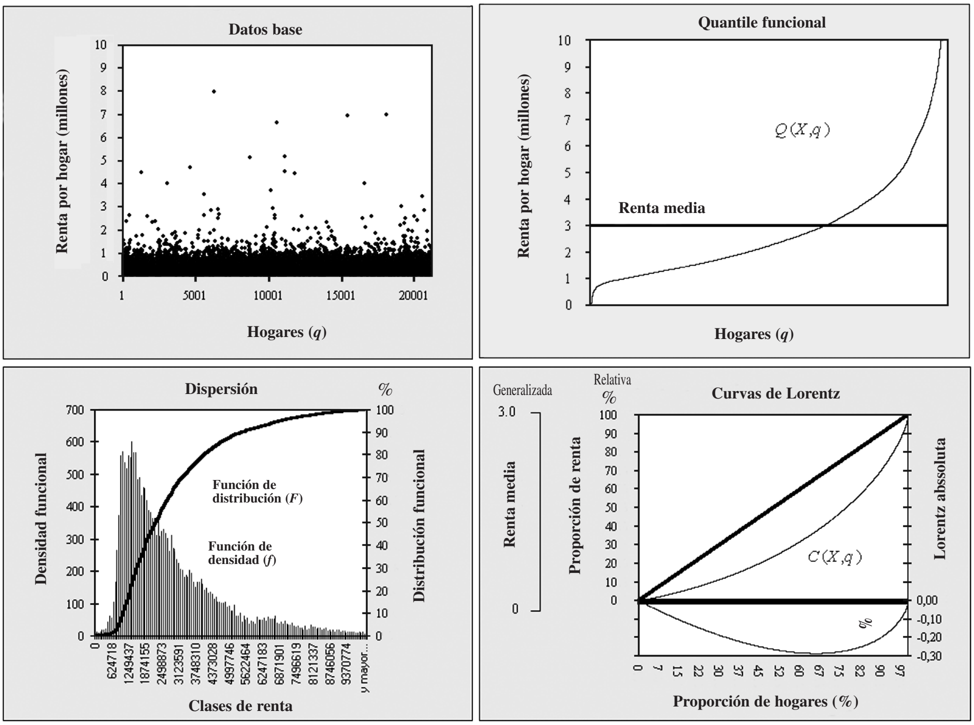
DISTRIBUCIONES TRIDIMENSIONALES. ESPAÑA, 1990 (10^6 Y PARTICIPACIONES)



FUENTE: Elaboración propia.

FIGURA 7

PROYECCIONES SOBRE EL PLANO. ESPAÑA 1990



FUENTE: Elaboración propia.

El alcance de las representaciones anteriores ha sido revisado recientemente por Cowell (2000) a efectos de comparar el grado de desigualdad de diferentes distribuciones. De forma sucinta, el criterio de dominancia de primer orden, $Q(X,q) \geq Q(Y,q)$ permite afirmar que «el bienestar de *X* no es menor que el de *Y*» cuando el bienestar agrega utilidades individuales que sólo dependen (positivamente) de la propia renta, en tanto que puede aplicarse el criterio de dominancia de segundo orden, $C(X,q) \geq C(Y,q)$, cuando las funciones de utilidad además son cóncavas. Sin embargo, «en la práctica, nos encontramos a menudo con que ambos criterios no son concluyentes» y, entonces, «las alternativas consisten en… imponer restricciones adicionales a las funciones de bienestar o elaborar índices concretos de desigualdad que no sean ambiguos».

5. Espacios normados y medidas de desigualdad

Toda medida de desigualdad, o función de bienestar, está relacionada con alguna norma o métrica en el espacio de las distribuciones. Dado un espacio vectorial real *U*, la aplicación $\|\cdot\|\to/$ es una norma si y sólo si $\forall X,Y0U$ y $\alpha 0/$: 1) $\|X\| \geq 0$, 2) $\|X\|=0 \Leftrightarrow X=[0]$, 3) $\|\alpha X\|=|\alpha|\,\|X\|$ y 4) $\|X+Y\|\leq\|X\|+\|Y\|$. El par $(U,\|\cdot\|)$ se denomina espacio normado. Algunas normas clásicas son la norma uno, $\|(X_1,\ldots,X_n)\|_1=\Sigma|X_i|$, y la norma dos o euclidiana, $\|(X_1,\ldots,X_n)\|_2=(\Sigma X_i^2)^{1/2}$. La aplicación $d{:}V\times V\to/$ es una métrica o distancia si y sólo si $\forall X,Y,Z0V$: 1) $d(X,Y)\geq 0$, 2) $d(X,Y)=0\Leftrightarrow X=Y$, 3) $d(X,Y)=d(Y,X)$ y 4) $d(X,Y)\leq d(X,Z)+d(Y,Z)$. El par (V,d) es un espacio métrico y, dado un espacio normado, la aplicación definida por $d(X,Y)=\|X\text{-}Y\|$ es una distancia.

$$\mathrm{I}_d=\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}\left|X_i-\bar{X}\right|}{\sum_{I=1}^{n}\bar{X}_i^{d}}\right)^{1/d}=\frac{\left\|X-\bar{X}\right\|_d}{\left\|\bar{X}\right\|_d}=\frac{d_d\,(X,\bar{X})}{\left\|\bar{X}\right\|_d},\quad I_d\in\left(0,\left[\frac{(n-1)^d+(n-1)}{n}\right]^{1/d}\right) \qquad [7]$$

$$\mathrm{I}_d=n^{\frac{d-1}{d}}\left(\sum_{i=1}^{n}\left|x_i-\bar{x}_i\right|^d\right)^{1/d}=n^{\frac{d-1}{d}}\left\|x-\bar{x}\right\|_d=n^{\frac{d-1}{d}}\;d_d(x,\bar{x}) \qquad [7']$$

A partir de los conceptos anteriores, la desigualdad puede expresarse como la distancia normalizada entre cualquier vector distributivo $X0/_{+}^{n}$ y su proyección sobre el rayo igualitario $\bar{X}$ tal y como muestra la ecuación [7] (para evitar traslaciones del origen suponemos rentas positivas y restringimos la condición 3 de norma a $\alpha>0$). A su vez, los índices de desigualdad obtenidos pueden reformularse en términos del vector de participaciones en la renta (*x*) y del tamaño de la población (*n*) como muestra la ecuación [7’].

El parámetro *d* indica la sensibilidad del índice a la distancia entre el lugar de la distribución en el que se produce la transferencia y la renta media. Las medidas estadísticas de dispersión, como la Desviación Media Relativa (*DMR*) o el coeficiente de variación (*CV*), constituyen casos particulares asociados al empleo de las normas uno y dos, respectivamente:

$$M=\frac{\Sigma\left|X_i-\bar{X}_i\right|}{\sum_{i=1}^{n}\bar{X}_i}=\left\|x-\bar{x}\right\|_1=d_1(x-\bar{x}),\quad M\in[0,2(n\text{-}1)/n] \qquad [8]$$

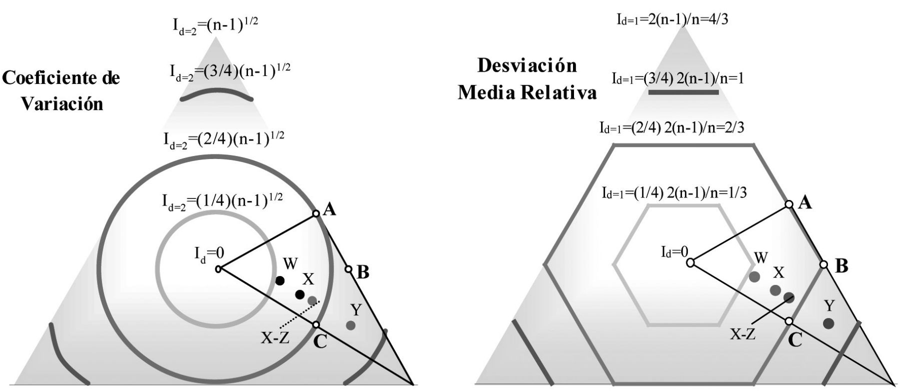
$$CV=\sqrt{\frac{\sum_{I=1}^{n}(X_i-\bar{X}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}\bar{X}_i^2}}=n^{1/2}\left\|x-\bar{x}\right\|_2=n^{1/2}d_2(x,\bar{x}),\quad CV\in[0,(n\text{-}1)^{1/2}] \qquad [9]$$

Las medidas de distancia anteriores satisfacen dos propiedades de gran utilidad por razones técnicas y normativas: *anonimidad* o simetría, $I_d(PX)=I_d(X)$, donde P es una matriz de permutación que tiene un uno en cada fila y columna y los demás elementos son ceros, e *independencia de la escala* u homogeneidad de grado cero, $I_d(X)=I_d(tX)\mid t>0$. Al estar normalizadas las distancias, el índice depende únicamente de las participaciones en la renta.

La Figura 8 representa en el cono $/_{+}^{3}$ las curvas de nivel, $I_d(X)=\bar{c}$, para las métricas uno (*RMD*) y dos (*CV*). La independencia de la escala permite centrar el análisis en el triángulo equilátero $\|X\|_1=1$ delimitado por los puntos (1,0,0), (0,1,0) y (0,0,1). Dado que no importa quién esté representado en cada eje (anonimidad), podemos elegir cualquiera de las 3! áreas simetrías que integran el triángulo como, por ejemplo, la delimitada por los puntos (1/3,1/3,1/3), (1/2, 1/2, 0) y (1,0,0).

Cuando se emplea la DMR (Figura 8) las transferencias de ricos a pobres sólo reducen la desigualdad si cruzan la renta media, así distribuciones diferentes en términos de desigualdad, como A=(1/2,1/2,0), B=(2/3,1/3,0) y C=(2/3,1/6,1/6), tienen la misma *DMR* (2/3). En otras palabras, la *DMR* no satisface la propiedad de estricta *S-Convexidad* o principio de transferencias de Pigou-Dalton, $I(BX)<I(X)$, donde $B\neq P$ es una matriz biestocás-

FIGURA 8
CURVAS DE NIVEL Y MEDIDAS DE DISTANCIA. ESPAÑA, 1990



FUENTE: Elaboración propia.

tica ($B_{ij}\geq 0$ y $\Sigma_{.j} B_{ij}=\Sigma_{i.} B_{ij}=1$) o producto de matrices que representan transferencias de ricos a pobres (véanse Dasgupta, Sen y Starrett, 1973; Rothschild y Stiglizt, 1973).

El Coeficiente de Variación, aunque sí satisface el principio de transferencias, no evita otra objeción común a las medidas anteriores: su *sensibilidad posicional simétrica* con respecto de la renta media. Como puede observarse en la Figura 8 las transferencias desde *B* hacia *A* o hacia *C* reducen la desigualdad en la misma cuantía.

Para incorporar *sensibilidad posicional monotónica*, cabe definir la desigualdad como una diferencia de normas en lugar de una norma de diferencias. La ecuación [10] muestra la pertenencia del índice de Atkinson (1970) a este grupo de medidas de desigualdad. Dichas medidas dependen de un parámetro (ε) que puede ser interpretado en términos de aversión al riesgo (*ex-ante*) o de altruismo (*ex-post*). Cuanto más positivo (negativo) sea el parámetro ε, mayor será la sensibilidad del índice a las transferencias en la parte superior (inferior) de la distribución.

$$A_{1-\varepsilon}=1-\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i}{\overline{X}_i}\right)^{\varepsilon}\right]^{\frac{1}{\varepsilon}}=1-\frac{\|X\|_{\varepsilon}}{\|\overline{X}\|_{\varepsilon}}=n^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\left(\|\overline{x}\|_{\varepsilon}-\|x\|_{\varepsilon}\right),\quad A_{1-\varepsilon}\in\left(0,1-n^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\right)\qquad [10]$$

Mediante transformaciones adecuadas se pueden incorporar propiedades adicionales a una medida de desigualdad. Así, por ejemplo, cuando se requiere la propiedad de *descomposición por subgrupos de población,* en dos únicos términos que exclusivamente dependan de la desigualdad, la media y el tamaño de los subgrupos, es necesario emplear el índice de Entropía generalizada, que incluye como casos particulares el índice de Theil (cuando $\varepsilon = 1$) y la Desviación Media de Logaritmos (cuando $\varepsilon = 0$), respectivamente (Cowell, 1977; Shorrocks, 1984).

$$E_{\varepsilon}=\frac{\left(1-A_{1-\varepsilon}\right)^{\varepsilon}-1}{\varepsilon^{2}-\varepsilon}=\frac{1}{n(\varepsilon^{2}-\varepsilon)}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{X_i}{\overline{X}_i}\right)^{\varepsilon}-1\right]=\frac{n^{\varepsilon-1}}{\varepsilon^{2}-\varepsilon}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\|x\|_{\varepsilon}\right)^{\varepsilon}-\left(\|\overline{x}\|_{\varepsilon}\right)^{\varepsilon}\right],\ E\in\left(0,\frac{n^{\varepsilon-1}-1}{\varepsilon^{2}-\varepsilon)}\right)\quad [11]$$

El índice anterior puede reescribirse en términos de las desigualdades *inter*- (*B*) e *intra*- (W) grupos de la siguiente manera:

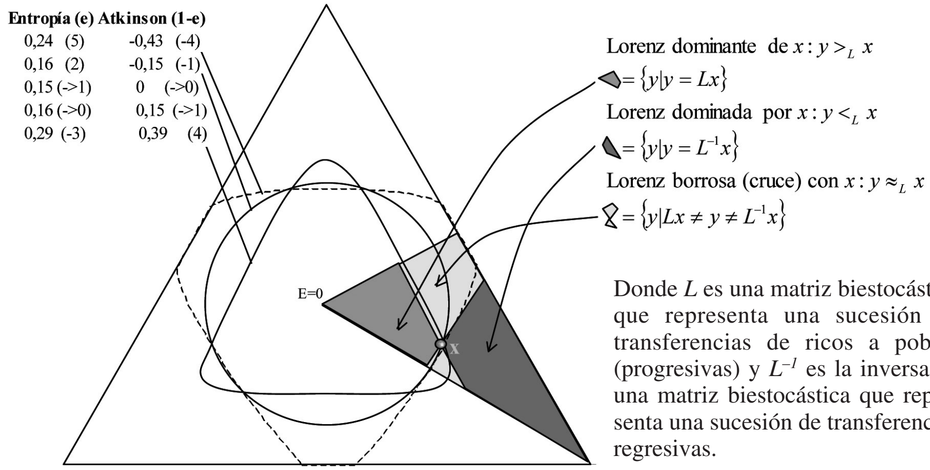
$$E_{\varepsilon}=E_{\varepsilon}^{B}+\sum_{g=1}^{G}w_{g}E_{\varepsilon g}^{W},\quad w_{g}=\left(\frac{n_g}{n}\right)^{1-\varepsilon}x_{g}^{\varepsilon}\qquad [12]$$

En la Figura 9 extendemos los resultados de Blackorby y Donaldson, (1978), Davis y Hoy (1994) y Champernowne y Cowell (1998) al mostrar, proyectadas sobre el plano $\|x\|_1=1$, las curvas de nivel para el índice de Entropía, $E_{\varepsilon}(x)=\overline{c}$, y para el índice de Atkinson, $A_{1-\varepsilon}(x)= 1-[\,\overline{c}\,(\varepsilon^2-\varepsilon)+1]^{1/\varepsilon}$. El punto $\boldsymbol{x}$ representa las proporciones de renta equivalente correspondientes al tercio de hogares más ricos x_1, a la clase media x_2 y al tercio más pobre x_3. Al comparar la distribución $\boldsymbol{x}$ con cualquier otra distribución $\boldsymbol{y}$ nos encontraremos necesariamente con una de las tres alternativas de la Figura 9.

Hasta ahora hemos venido utilizando normas no lineales del tipo $\|x\|_{\varepsilon}=\Sigma(x_i^{\varepsilon})^{1/\varepsilon}$, sin embargo también cabe emplear normas lineales en las rentas. Si se utiliza la norma $\|x\|_{\theta}=\Sigma i^{\theta}x_i$, se obtiene la familia de índices de la ecuación [13], que incluye el índice de

FIGURA 9

CURVAS DE NIVEL DE MEDIDAS DE DESIGUALDAD NO LINEALES CON DIFERENTES PARÁMETROS DE AVERSIÓN. ESPAÑA, 1990



Donde L es una matriz biestocástica que representa una sucesión de transferencias de ricos a pobres (progresivas) y L^{-1} es la inversa de una matriz biestocástica que representa una sucesión de transferencias regresivas.

FUENTE: Elaboración propia.

Gini como un caso particular para $\theta = 1$ [ecuación [14], obtenida a partir de la ecuación 2.8.3 de Sen (1973) reordenando $x_1 \leq \ldots \leq x_n$ y con $\Sigma i = (n+1)n/2$].

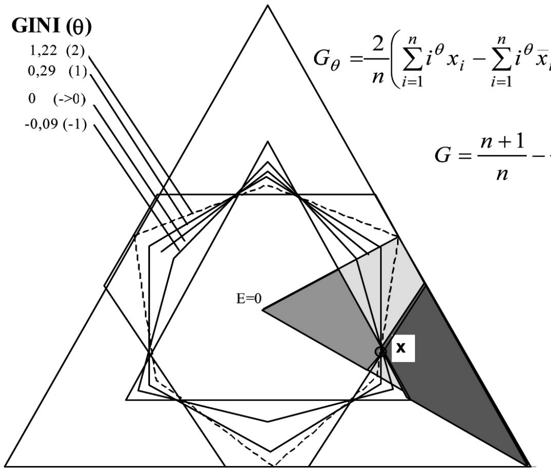
Del análisis anterior cabe concluir que la ordenación de las distribuciones borrosas en el sentido de Lorenz depende de la norma subyacente en el índice utilizado para medir la desigualdad. Por ejemplo, si suponemos una norma Ralws ($\varepsilon = \infty$), dado que $y \sim_\infty x \Leftrightarrow \|y\|_\infty = \|x\|_\infty \Leftrightarrow y_1 = x_1$, toda distribución Lorenz borrosa que se encuentre por debajo (encima) de x es menos (más) desigual que, o dominante de (dominada por), x. Por contra, si suponemos *ex-ante* personas ambiciosas, egoístas y amantes del riesgo, o *ex-post*, que prevalece el interés de los más acomodados ($\varepsilon = -\infty$), como $y \sim_{-\infty} x \Leftrightarrow \|y\|_{-\infty} = \|x\|_{-\infty} \Leftrightarrow y_n = x_n$. Obviamente, cabe adoptar supuestos menos extremos y utilizar el índice de Gini (hexágono equilátero de la Figura 10) o el Coeficiente de Variación (círculo de la Figura 9).

Si bien los resultados anteriores son bastante desalentadores, también pueden ser interpretados de un modo más constructivo. En general $\forall x,y,$ donde $\|x\|_1 = \|y\|_1 = 1$, podemos definir una familia de normas $\|\cdot\|_\varepsilon$ tal que:

- $\forall \varepsilon,\ I_\varepsilon(\|x\|_\varepsilon) < I_\varepsilon(\|y\|_\varepsilon), \Leftrightarrow x >_L y$
- $\forall \varepsilon,\ I_\varepsilon(\|x\|_\varepsilon) > I_\varepsilon(\|y\|_\varepsilon), \Leftrightarrow x <_L y$
- $\exists! \varepsilon \mid I_\varepsilon(\|x\|_\varepsilon) = I_\varepsilon(\|y\|_\varepsilon)$

En otras palabras, cuando se comparan dos distribuciones borrosas en el sentido de Lorenz, aunque no pueda establecerse de un modo indiscutible cuál es más (o menos) desigual, sí es posible explicitar la norma frontera que delimita las dos alternativas posibles. Más aún, a nuestro juicio, toda política reivindicada como igualitaria debe explicitar los límites dentro de los cuáles dicha reivindicación resulta cierta, con el fin de que los demás puedan asumirla o no de acuerdo con sus propios juicios de valor.

FIGURA 10
CURVAS DE NIVEL DE MEDIDAS DE DESIGUALDAD LINEALES, ESPAÑA 1990.



$$G_\theta = \frac{2}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} i^\theta x_i - \sum_{i=1}^{n} i^\theta \bar{x}_i\right), \qquad G \in \left(0,\ 2\frac{n^{\theta+1} - \sum_i i^\theta}{n^2}\right) \qquad [13]$$

$$G = \frac{n+1}{n} - \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}(n+1-i)\frac{X_i}{n\bar{X}_i} = -\frac{n+1}{n} + \sum_{i=1}^{n}\frac{2i}{n}x_i$$

$$G = \frac{2}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} i x_i - \sum_{i=1}^{n} i\,\bar{x}_i\right) \qquad [14]$$

FUENTE: Elaboración propia.

6. Medición de la desigualdad y cálculo de normas frontera

En la Tabla 3 se presentan las cifras sobre la desigualdad de la distribución de la renta disponible equivalente de los hogares españoles en 1990, medida por el índice de Entropía Generalizada (*E*), y su descomposición por grupos de hogares (ecuación [12]). Las normas de desigualdad elegidas representan algunas de las medidas no lineales de uso más común: Coeficiente de Variación (ε =2), índice de Theil (ε =1), Desviación Media de los Logaritmos (ε =0) e índices de Entropía, ordinalmente equivalentes a los de Atkinson, sensibles a transferencias en la parte alta o baja de la distribución (ε =5 ó –3).

El resultado más destacable es la enorme sensibilidad de las cifras de desigualdad con respecto a la norma aplicada. El empleo de parámetros (ε) relativamente elevados (5,-3) da lugar a valores ciertamente exagerados de la desigualdad. Cuando se utilizan parámetros más moderados ($0<\varepsilon<2$), aunque algunos resultados que se obtienen, como la menor desigualdad en la distribución de las rentas del trabajo, son bastante robustos, otros son bastante ambiguos. Así para valores de ε próximos a cero o uno, las rentas peor distribuidas son las rentas de la propiedad, pero si ε es igual a dos, son las pensiones; o mientras que la desigualdad en las rentas del trabajo cualificado y sin cualificar es muy similar cuando el valor del parámetro tiende a cero, si es igual a dos la desigualdad en las rentas no cualificadas dobla a la de las cualificadas.

Menos sorprendente es la escasa influencia de la desigualdad «entre» los distintos grupos de hogares cuando se clasifican de acuerdo con su principal fuente de renta. Como señalamos al comentar la Figura 4 (sección 4), los criterios de clasificación de los hogares distintos al de su nivel de renta tan sólo recogen aspectos parciales de la desigualdad. De ahí que cuando se carece de datos individuales, o su obtención es cara, el uso de categorías sociales no resulta una alternativa adecuada en la medida que la mayor parte de la desigualdad se concentra dentro de cada una de las categorías consideradas.

Los resultados son bien distintos cuando los hogares se agrupan por nivel de renta (quintiles). Como muestran las últimas filas de la Tabla 3, la desigualdad «entre» grupos prevalece sobre la desigualdad «intra» grupos, al menos para valores de ε próximos a cero y a uno. El que este último resultado no se mantenga para el resto de valores positivos (negativos) de ε se debe a que el quintil superior (inferior) predomina en la medición de la desigualdad global, mientras que si se emplea el índice de Theil (ε=1) o la Desviación Media de los Logaritmos (ε=0), los pesos de agregación de las desigualdades «intra» suman la unidad (w_g, ecuación [12]). Esta es una de las razones que explican el amplio uso del índice de Theil. No obstante, puede observarse que incluso para valores moderados de ε los pesos asignados a los diferentes quintiles varían de forma considerable.

TABLA 3

ÍNDICE DE ENTROPÍA GENERALIZADA, 1990

(Renta Bruta Disponible Equivalente)

Principal fuente de renta	(ε=5)	(ε=2)	(ε≅1)	(ε≅0)	(ε=-3)	X_g/X (%)	n_g/n (%)	$\bar{X}_g/\bar{X}$
Trabajo por cuenta propia	4,95	0,21	0,16	0,15	5664,39	29,53	18,87	157
Trabajo por cuenta ajena no cualificado	442,82	0,32	0,17	0,14	1002,44	38,24	48,08	80
Trabajo por cuenta ajena cualificado	5,78	0,18	0,14	0,14	40,09	11,14	7,11	157
Rentas de la propiedad	8,84	0,49	0,38	0,43	179,53	1,87	1,51	124
Pensiones	25784,11	1,25	0,30	0,20	0,68	11,37	13,56	84
Otras transferencias	298,03	0,46	0,21	0,17	15382,57	7,86	10,88	72
«Intra»	1534,83	0,38	0,18	0,16	5683,54			
«Inter»	0,09	0,06	0,05	0,05	0,05			
Total	1534,92	0,44	0,24	0,21	5683,59	100	100	100
Quintiles (*)	(ε=5)	(ε=2)	(ε≅1)	(ε≅0)	(ε=-3)	X_g/X (%)	n_g/n (%)	$\bar{X}_g/\bar{X}$
Bajo	0,024	0,028	0,033	0,044	1517,254	8,94	22,74	39
Medio-Bajo	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	12,32	20,21	61
Medio-Bajo	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	15,26	18,83	81
Medio-Alto	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	21,57	19,37	111
Alto	149,987	0,252	0,121	0,087	0,073	41,90	18,85	222
«Intra»	1534,44	0,24	0,06	0,03	5683,24			
«Inter»	0,48	0,20	0,18	0,18	0,35			
Total	1534,92	0,44	0,24	0,21	5683,59	100,00	100,00	100

(*) Los quintiles no son exactos al utilizar escalas de equivalencia, lo que en cualquier caso no afecta a los resultados obtenidos.

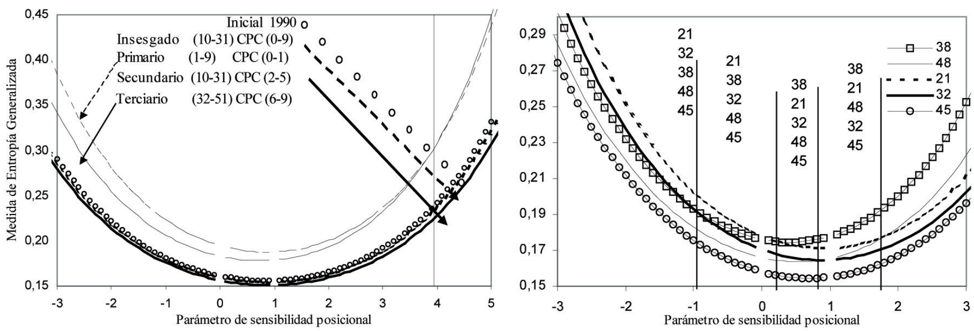
PESOS PARA LA AGREGACIÓN DE INTRADESIGUALDADES

Quintiles (*)	(θ=5)	(θ=2)	(θ≅1)	(θ≅0)	(θ=-3)
Bajo	0,002	0,035	0,089	0,227	3,746
Medio-Bajo	0,017	0,075	0,123	0,202	0,892
Medio-Bajo	0,066	0,124	0,153	0,188	0,354
Medio-Alto	0,332	0,240	0,216	0,194	0,140
Alto	10,230	0,931	0,419	0,189	0,017
Suma	10,648	1,406	1,000	1,000	5,149

FUENTE: Elaboración propia.

Al final de la sección 3 mostramos que cuando se analizan sin más las variaciones en las participaciones de los distintos grupos de hogares en la renta total, no es posible concluir sobre si un crecimiento exógeno unitario de la inversión en productos primarios empeora más o menos la distribución de la renta que el de productos terciarios. Si observamos la Figura 10 (izquierda), en la que medimos la desigualdad «entre» grupos de hogares, clasificados por su nivel de renta, para diferentes parámetros de aversión, podemos comprobar ahora que los resultados sí son bastante concluyentes. Un crecimiento exógeno en la FBC dirigido hacia los productos del sector primario es más regresivo que el dirigido hacia los productos del sector terciario para valores de ε menores que 2,95. Como señalan Champernowne y Cowell (1998), «carece de interés la elección de valores positivos elevados de ε, sensibles con lo que les sucede a los ricos, ya que una razón para preocuparse por la desigualdad es la injusticia de las rentas extremadamente bajas...».

FIGURA 13
CÁLCULO DE NORMAS FRONTERA



FUENTE: Elaboración propia.

Del mismo modo pueden calcularse las normas frontera que permiten ordenar cualquier grupo de ramas productivas para las que no resulten concluyentes las medidas de distribución relativa. Así para los sectores incluidos en la esquina inferior izquierda de la Figura 3b (21,32,38,48,45) y que representamos en la Figura 10 (derecha), comprobamos que un crecimiento exógeno de la FBC sesgado hacia los productos de las ramas 38 y 48 sólo puede considerarse más regresivo que el sesgado hacia los de las ramas 21 y 32 si se asumen valores de ε muy sensibles con lo que les sucede a los ricos (positivos y elevados).

$\varepsilon > 1,85$	$I(38) > I(48) > I(21) > I(32) > I(45)$
$1,85 > \varepsilon > 0,85$	$I(38) > I(21) > I(48) > I(32) > I(45)$
$0,85 > \varepsilon > 0,25$	$I(38) > I(21) > I(32) > I(48) > I(45)$
$0,25 > \varepsilon > -1$	$I(21) > I(38) > I(32) > I(48) > I(45)$
$-1 > \varepsilon$	$I(21) > I(32) > I(38) > I(48) > I(45)$

Por supuesto, que no existe *a priori* ningún tipo de consenso sobre la norma concreta a utilizar en cada caso. Ahora bien, a nuestro juicio, tal dificultad, más que una excusa para mantener el empleo de normas *ad hoc* (como la norma uno a la que no le importa ni quién es el receptor ni de dónde proviene la renta) es un incentivo para proseguir en la investigación y avanzar hacia un consenso que resulta necesario.

7. Consideraciones finales

En la introducción al reciente *handbook* sobre distribución de la renta, Atkinson y Bourguignon (2000) señalan que, a pesar del renovado interés político por la distribución de la renta, la cuestión «permanece bastante periférica en economía». Más en concreto «echan en falta investigación que integre los aspectos distributivos en el centro del análisis sobre el funcionamiento de la economía».

En nuestra opinión, una vía sólida para cubrir dicha laguna consiste en integrar los resultados de la literatura reciente sobre medición de la desigualdad en el Sistema de Cuentas Nacionales y, más concretamente, en su presentación matricial. La evolución de los Sistemas de Cuentas Nacionales constituye un compromiso entre los avances teóricos y las limitaciones estadísticas. Los recientes desarrollos en ambos campos permiten avanzar algunos pasos en la elaboración de cuentas satélites de distribución de la renta.

De acuerdo con la teoría de las capacidades de Sen (1992) un primer desafío al respecto es la estimación de *cuentas de patrimonio* para los hogares, que incluyan tanto el capital físico como el capital humano. Los juicios sobre la distribución de los flujos (renta) pierden sentido si no se dispone de una valoración previa de la distribución de los *stocks* (capital), pues es obvio que el carácter progresivo o regresivo de un vector de renta (3,1) depende de si el vector de capital inicial es (10,20) ó (20,10). El no haber considerado dicha cuestión en este trabajo obedece únicamente a que dichas cuentas de patrimonio aún no están disponibles.

Un segundo reto al respecto es la elaboración de *bases* alternativas de los espacios distributivos en los que pueda diseñarse la política económica. La equidad de un determinado vector de distribución de renta no es la misma si el tamaño de los hogares es diferente, si alguno de ellos padece alguna discapacidad o si su principal fuente de renta procede de herencias o monopolios, como pone de manifiesto la teoría de los derechos de Nozick (1974).

Más difícil, pero no por ello menos necesaria, es la introducción *límites superiores e inferiores* dentro de los cuales los dilemas justicia-libertad o eficiencia-equidad resulten procedente. De acuerdo con Rawls (1971), el límite inferior debe ser un vector que tenga todos sus elementos por encima de algún mínimo racional y el límite superior podría superar el rayo igualitario.

En la medida en que se produzcan futuros avances en la especificación de un espacio de las distribuciones, las propuestas de este trabajo adquirirán su pleno significado. Las matrices de contabilidad social y los modelos de equilibrio general aplicados son herramientas muy apropiadas para calcular los efectos distributivos bajo diferentes *normas*. Los votantes, por supuesto, apoyan o combaten cualquier política a favor de la igualdad (P) de acuerdo con sus propios intereses, pero también teniendo en cuenta sus criterios de justicia distributiva. En el modelo que utilizamos en este trabajo, los votantes de izquierda o de derecha en el sentido de Kolm (1976) mantendrán posturas enfrentadas sólo si existe algún ε tal que:

$$I_\varepsilon(x') = I_\varepsilon(x) \quad \left| x' = (1-A)^{-1}(B+P)/\|X'\|_1 \;\text{ y }\; x = (1-A)^{-1}(B)/\|X\|_1 \right.$$

Para que los votantes puedan realizar elecciones consistentes, los programas políticos no deben conformarse con enunciar sus efectos positivos sobre la equidad, sino que deben explicitar la norma en la que basan sus alegatos. El objetivo de este trabajo ha sido, precisamente, el de recoger y extender algunas propuestas al respecto.

Referencias bibliográficas

[1] ATKINSON, A. B. (1970): «On the Measurement of Inequality», *Journal of Economic Theory*, 2, pp. 244-263.

[2] ATKINSON, A. B. y BOURGUIGNON, F. (2000): «Introduction: Income Distribution and Economics» en A. B. ATKINSON y F. BOURGUIGNON (Eds.): *Handbook of Income Distribution*, North Holland.

[3] BLACKORBY, C. y DONALDSON, D. (1978): «Measures of Relative Equality and Their Meaning in Terms of Social Welfare», *Journal of Economic Theory*, 18, pp.59-80.

[4] BOTIRROLI CIVARDI, M. y TARGETTI LENTI, R. (1988): «The Distribution of Personal Income at the Sectoral Level in Italy: A SAM Model», *Journal of Policy Modeling*, 10 (3), pp. 453-468.

[5] CHAMPERNOWNE, D. G. y COWELL, F. A. (1998): *Inequality and Income Distribution*, Cambridge University Press, Cambridge.

[6] COHEN, S. I. y TUYL, J. M. C. (1991): «Growth and Equity Effects of Changing Demographic Structures in the Netherlands», *Economic Modeling*, enero, pp.3-15.

[7] COWELL, F. A. (1977): *Measuring Inequality* (Primera ed.), Philip Allan, Oxford.

[8] COWELL, F. A. (2000): «Measurement of Inequality» en A. B. ATKINSON y F. BOURGUIGNON (Eds.): *Handbook of Income Distribution*, North Holland, Amsterdam.

[9] DASGUPTA, P. S., SEN, A. K. y STARRETT, D. A. (1973): «Notes on the Measurement of Inequality», *Journal of Economic Theory,* 6, pp.«180-187.

[10] DAVIES, J. B. y HOY, H. (1994): «The Normative Significance of Using Third-Degree Stochastic Dominance in Comparing Income Distribution», *Journal of Economic Theory*, 64, pp. 520-530.

[11] DECALUWÉ, B., DUMONT, J. C. y SAVARD, L. (1999): «Mesurer la Pauvreté et les Inégalités dans un Modèle d'Équilibre Général Calculable», *Cahiers de Recherche*, 9920, Université LAVAL.

[12] DERVIS, K., De MELO, J. y ROBINSON, S. (1982): *General Equilibrium Models for Development Policy*, Cambridge University Press, Cambridge.

[13] DIXON, P. B y PARMENTER, B. R. (1996): «Computable General Equilibrium Modelling for Policy Analysis and Forecasting», en AMMAN, H. M. y otros (eds.): *Handbook of Computational Economics*, North-Holland

[14] FERNÁNDEZ, M. y POLO, C. (2001): «Una nueva matriz de contabilidad social para España: la SAM-90», *Estadística Española*, vol. 43, 148, julio-diciembre, 281-311.

[15] FERRI, J. y URIEL, E. (2000): «Multiplicadores contables y análisis estructural en la matriz de contabilidad social. Una aplicación al caso español». *Investigaciones Económicas*, vol. XXIV (2), pp. 419-454.

[16] KOLM, S.C. (1976): «Unequal Inequalities I». *Journal of Economic Theory* 12, 416-442.

[17] LEONTIEF, W. (1967): «An Alternative to Aggregation in Input-Output Analysis and National Accounts», *Review of Economic and Statistics*, 49, pp. 412-421. Reprinted in LEONTIEF, W. (1986): *Input-Output Economics*, Oxford University Press, Oxford.

[18] NOZICK, R. (1974): *Anarchy, State and Utopia*, Blackwell, Oxford.

[19] PYATT, G.(1989): «The Method of Apportionment and Accounting Multipliers», *Journal of Policy Modeling,* 11 (1), pp. 111-130

[20] PYATT, G. y ROE, A. R. (1977): *Social Accounting for Development Planning with Special Reference to Sri Lanka*, Cambridge University Press, Cambridge.

[21] PYATT, G. y ROUND, J. I. (1979): «Accounting and Fixed-Price Multipliers in a Social Accounting Matrix Framework», *Economic Journal,* vol. 89, no. 356, diciembre, pp. 850-873.

[22] RAWLS, J. (1971): *A Theory of Justice*, Cambridge, Mass: Harvard University Press.

[23] ROLAND-HOST, D.W. y SANCHO, F. (1992): «Relative Income Determination in the United States: A Social Accounting Perspective», *Review of Income and Wealth*, Series 38, no. 3, septiembre, pp. 311-27

[24] ROTHSCHILD, M. y STIGLITZ, J. E. (1973): «Some Further Results on the Measurement of Inequality», *Journal of Economic Theory*, 6, pp. 188-203.

[25] SEN, A. (1973): *On Economic Inequality*, Oxford University Press.

[26] SEN, A. (1992): *Inequality reexamined*, Clarendon Press, Oxford.

[27] SHORROCKS, A. F.(1984): «Inequality Decomposition by Population Subgroups», *Econometrica*, 52, pp. 1369-85.

[28] STONE, R. (1985): «The Disaggregation of the Household Sector in the National Accounts» en G. PYATT y J. I. ROUND (eds): *Social Accounting Matrices: A Basis for Planning,* Banco Mundial.

[29] STONE, R. (1986): «Nobel Memorial Lecture 1984: The Accounts of Society», *Journal of Applied Econometrics*, vol. 1, no. 1, enero, pp. 5-28.

[30] THORBECKE, E. (1985): «The Social Accounting Matrix and Consistency-Type Planning Models» en G. PYATT y J. I. ROUND (eds): *Social Accounting Matrices: A Basis for Planning,* Banco Mundial.

[31] UN, CEC, IMF, OECD, y WB (1993): *System of National Accounts 1993*, Bruselas/Luxemburgo, Nueva York, París, Washington, D.C.

[32] UNSO (1968): *A System of National Accounts,* Studies in Methods Series F, no. 2, rev. 3, Naciones Unidas, Nueva York.

[33] URIEL, E., BENEITO, P., FERRI, J. y MOLTO, M.L. (1997): *Matriz de contabilidad social de España 1990 (MCS-90)*, INE e IVIE, Madrid.

APÉNDICE 1

MCSE90: MATRIZ DE DISTRIBUCIÓN

Grupos de hogares	RENTAS DEL CAPITAL Y MIXTA								RENTAS DEL TRABAJO							TRANSFERENCIAS CORRIENTES NETAS			
	RDM	Renta Mixta Bruta	Excedente Bruto de Explotacion					Imp-IVA	CCSS/Emp	Sueldos y salarios brutos						RDM	Empresas	AA.PP.	IPSFL
			Hogares Imputado	Hogares Real	Sociedades	AA.PP.	IPSFL			C1	C2	C3	C4	C5	C6				
H1	103	99728	-405	0	5704	1649	0	0	0	151	525	678	3664	3285	114	-1076	-89	-11468	-433
H2	1912	14684	94765	-2091	119159	30588	0	0	0	3272	121342	52119	465938	1116558	80882	-82	-4217	-352012	-1542
H3	37	1408	473	0	2638	591	0	0	0	0	0	22982	15015	3073	894	-359	-496	-15417	-199
H4	171	887	5924	1601	22303	2739	0	0	0	0	1631	14	785	2564	49	210	855	4203	46
H5	1104	6052	26834	770	131720	17651	0	0	0	0	1506	2096	8439	7334	1954	-8841	28134	293408	-2074
H6	591	4613	12143	186	50223	9459	0	0	0	471	22585	1832	26331	38130	6805	1285	29361	282911	-222
H7	185	237998	6872	-1058	4865	2957	0	0	0	318	2481	321	7772	10787	473	508	1774	-33719	-138
H8	1869	25222	186874	4432	58973	29890	0	0	0	4669	113600	135524	795932	1171733	93054	4773	1017	-294456	-492
H9	68	253	8073	0	-470	1093	0	0	0	0	5558	75445	30913	6960	23	545	-517	-36207	-143
H10	105	351	4567	7439	13124	1683	0	0	0	0	0	155	631	209	0	89	1037	8629	39
H11	1068	9311	77430	1307	119130	17088	0	0	0	0	2025	2115	10505	11653	1318	156	35683	406400	-3
H12	651	8971	47656	356	47699	10420	0	0	0	208	16499	1502	27209	35306	4199	3568	37644	383545	35
H13	398	625393	22825	1996	859	6367	0	0	0	1175	4250	4060	16505	31202	5115	1228	4883	-76969	-199
H14	1814	44048	213211	4266	31641	29013	0	0	0	669	73579	219456	996522	1192054	107154	7763	5454	-287974	159
H15	182	4717	23385	58	538	2905	0	0	0	1740	1850	196267	91571	25119	1429	-559	-1392	-68028	-201
H16	111	1759	6784	16043	12703	1772	0	0	0	0	0	538	4127	581	0	3003	1005	6556	781
H17	690	8447	72288	1195	74085	11040	0	0	0	0	985	2388	8798	9128	1204	1371	26802	292460	-120
H18	955	18112	61838	2918	78480	15266	0	0	0	0	8291	4127	40671	42436	2942	2026	50936	546346	163
H19	1180	2035133	85374	5594	6440	18877	0	0	0	1764	22318	19799	67887	121474	6767	2811	10998	-335811	35
H20	1781	75222	216148	11608	23999	28479	0	0	0	2623	43850	434814	1298540	1051952	100844	28520	6750	-310145	3279
H21	418	22806	54435	3965	4442	6693	0	0	0	0	3428	572125	170960	36576	2165	1132	-2681	-166122	-169
H22	102	646	5962	20729	11404	1635	0	0	0	0	464	67	1074	1217	0	1244	1124	8329	215
H23	351	2896	60415	1136	30176	5611	0	0	0	0	1243	8126	15206	687	0	5161	17027	188251	1213
H24	775	22368	79687	2206	51026	12399	0	0	0	0	5163	10375	48086	56338	5439	10129	50678	523754	1241
H25	4107	7106205	258869	49828	245422	65690	0	0	0	4224	16213	189951	287408	149010	18310	28365	34850	-1446129	1619
H26	1424	114996	160455	19518	56391	22778	0	0	0	713	38737	832428	1097112	549470	19669	78642	10916	-332198	7619
H27	1524	127827	159046	24774	87941	24371	0	0	0	0	164	2202351	415475	78476	7970	50151	-9644	-598704	554
H28	373	42766	34083	228063	38798	5973	0	0	0	0	274	13669	7299	13890	0	23929	3611	-26943	5040
H29	187	4509	35941	2477	16337	2990	0	0	0	0	0	2166	9744	1228	0	27448	12054	177742	6556
H30	447	22046	47048	7816	25194	7151	0	0	0	143	2460	17713	47341	21078	1482	80067	93799	604147	15045
Total	24685	10689374	2069000	417134	1370944	394817	0	0	0	22139	511022	5025203	6017460	5789509	470252	353210	447357	-665620	37704

Grupos de hogares	TRANSFERENCIAS CORRIENTES NETAS (cont.)																												
	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8	H9	H10	H11	H12	H13	H14	H15	H16	H17	H18	H19	H20	H21	H22	H23	H24	H25	H26	H27	H28	H29
H1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H2	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H3	-2	-17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H4	29	105	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H5	-16	-170	1	-136	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H6	94	323	44	-25	458	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H7	27	88	13	-12	134	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H8	87	282	42	-42	434	-62	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H9	-1	-12	0	-9	-1	-32	-9	-30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H10	13	49	6	1	61	15	7	23	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H11	71	252	33	-8	339	36	22	80	23	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H12	68	244	31	-5	325	43	24	85	22	-5	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H13	11	28	6	-14	59	-38	-9	-28	4	-7	-33	-32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H14	186	671	85	-9	885	130	69	243	61	-12	27	10	90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H15	-2	-18	0	-13	-2	-44	-13	-42	0	-6	-33	-31	-6	-85	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H16	180	686	80	33	837	262	106	362	57	7	129	108	103	269	80	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H17	14	45	7	-10	73	-19	-3	-8	5	-5	-20	-20	4	-57	7	-76	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H18	114	416	52	-1	542	94	46	163	37	-5	27	16	57	28	52	-139	37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H19	138	493	63	-12	659	78	46	164	45	-11	7	-6	64	-35	64	-234	39	-42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H20	896	3374	399	124	4176	1171	489	1677	286	18	542	442	495	1079	402	-250	358	530	971	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H21	34	112	16	-15	170	-19	0	5	12	-8	-27	-29	11	-85	17	-132	4	-58	-57	-609	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H22	50	191	22	9	234	72	29	100	16	2	35	30	29	74	22	-1	21	38	64	63	37	0	0	0	0	0	0	0	0
H23	286	1087	127	51	1328	410	166	569	91	11	200	167	162	416	128	-10	120	213	363	344	208	-1	0	0	0	0	0	0	0
H24	322	1217	143	49	1501	434	180	616	103	8	205	169	180	414	144	-64	131	207	369	126	224	-16	-83	0	0	0	0	0	0
H25	673	2487	303	37	3165	696	315	1090	217	-12	269	200	351	448	305	-539	241	175	461	-1744	391	-145	-815	-722	0	0	0	0	0
H26	1765	6713	782	321	8189	2558	1036	3538	560	70	1257	1053	1005	2623	787	-10	744	1349	2281	2394	1292	11	87	613	5234	0	0	0	0
H27	279	1024	126	8	1316	263	123	428	90	-8	92	64	142	136	127	-272	96	42	154	-964	153	-74	-415	-386	-181	-2645	0	0	0
H28	1114	4250	492	218	5160	1665	668	2279	353	51	831	701	640	1755	496	91	477	913	1514	1992	834	34	209	560	3664	948	1819	0	0
H29	1442	5500	637	284	6675	2162	867	2956	456	67	1081	913	829	2285	641	132	618	1190	1969	2648	1081	48	293	750	4794	1366	2375	88	0
H30	3321	12667	1467	651	15378	4967	1993	6798	1051	154	2481	2094	1909	5241	1477	280	1423	2727	4519	5984	2487	104	637	1687	10956	2917	5435	58	-187
Total	11217	42088	4992	1473	52095	14826	6150	21068	3494	302	7079	5849	6067	14505	4748	-1224	4308	7284	12606	10233	6706	-39	-87	2503	24467	2587	9629	146	-187

	Categorías de rentas del trabajo
C1	Empresarios y directivos agrarios
C2	Resto de trabajadores agrarios y miembros de cooperativas
C3	Directores profesionales y jefes administrativos por cuenta ajena
C4	Resto de personal de servicios y profesionales de las fuerzas armadas
C5	Contramaestres, operarios cualificados y miembros de cooperativas no agrarias
C6	Operarios sin especialización no agrarios

Principal fuente de renta			Nivel de renta -->	Bajo	Medio bajo	Medio	Medio alto	Alto
	Trabajo	Cuenta propia		H1	H7	H13	H19	H25
		Cajena	No cualificado	H2	H8	H14	H20	H26
			Cualificado	H3	H9	H15	H21	H27
	Rentas de la propiedad			H4	H10	H16	H22	H28
	Transfer.	Pensiones		H5	H11	H17	H23	H29
		Otras		H6	H12	H18	H24	H30

APÉNDICE 2

A) MODELO EXTENDIDO CORRESPONDIENTE A LA ECUACIÓN [2]

$$\begin{bmatrix} A & 0 & C \\ V & 0 & 0 \\ 0 & D & R \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_I \\ B_F \\ B_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ R \\ Y \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \bar{A} & 0 & \bar{C} \\ \bar{V} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{D} & \bar{R} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P \\ R \\ Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_I \\ B_F \\ B_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ R \\ Y \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} I-\bar{A} & 0 & \bar{C} \\ \bar{V} & \bar{I} & 0 \\ 0 & \bar{D} & I-\bar{R} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P \\ R \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_I \\ B_F \\ B_S \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} I-\bar{A} & 0 & \bar{C} \\ V & I & 0 \\ 0 & \bar{D} & I-\bar{R} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} B_I \\ B_F \\ B_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ R \\ Y \end{bmatrix}$$

A: Consumo intermedio *(I × I)*
V: Valor añadido *(I × F)*
D: Distribución primaria renta *(F × S)*
C: Consumo final *(1× S)*
R: Redistribución renta *(F × S)*

B_I, B_F, B_S: Flujos exógenos *(I, F, S × S)*
P: Producción
R: Renta primaria *(F × 1)*
Y: Renta final *(S ×* 1)
I: Industrias; *F:* Factores, *S:* Sectores

$\bar{\bullet}$: Propensiones fijas

B) DETALLE DE LA DESCOMPOSICIÓN DE MULTIPLICADORES CORRESPONDIENTES A LAS ECUACIONES [3] [4]

$$\boldsymbol{M_1} = \begin{bmatrix} (I-\bar{A})^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & (I-\bar{R})^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{M_2} = I + M_\delta + M_\delta^2$$

$$M_\delta = M_\alpha^{-1} M_\beta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & (I-\bar{A})^{-1}\bar{C} \\ \bar{V} & 0 & 0 \\ 0 & (I-\bar{R})^{-1}\bar{D} & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_\delta^2 = \begin{bmatrix} 0 & (I-\bar{A})^{-1}\bar{C}\,(I-\bar{R})^{-1}\bar{D} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{V}\,(I-\bar{A})^{-1}\bar{C} \\ (I-\bar{R})^{-1}\bar{D}\bar{V} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_3 = \begin{bmatrix} (I-(I-\bar{A})^{-1}\bar{C}\,(I-\bar{R})^{-1}\bar{D}\,\bar{V})^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & (I-\bar{V}\,(I-\bar{A})^{-1}\bar{C}\,(I-\bar{R})^{-1}\bar{D})^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & (I-(I-\bar{R})^{-1}\bar{D}\,\bar{V}(I-\bar{A})^{-1}\bar{C})^{-1} \end{bmatrix}$$

APÉNDICE 3

CORRESPONDENCIA ENTRE LA CLASIFICACIÓN DE PRODUCTOS DE LA MCSE-90 Y LA *CENTRAL PRODUCT CLASSIFICATION* (CPC)

DESCRIPCIÓN	CÓDIGOS		
	MCSE-90		CPC
	Actividades	Productos	
Productos de la agricultura, silvicultura y pesca	R.1	P.1	0
Hulla y aglomerados de hulla, lignito y productos de la coquefacción.	R.2	P.2	1
Petróleo bruto.	R.3	P.3	1
Productos petrolíferos refinados.	R.4	P.4	3
Gas natural.	R.5	P.5	1
Agua (captación, depuración, distribución), vapor, agua caliente, etc.	R.6	P.6	1
Energía eléctrica.	R.7	P.7	1
Gas manufacturado.	R.8	P.8	3
Combustibles nucleares.	R.9	P.9	3
Minerales de hierro y productos siderúrgicos.	R.10	P.10	3
Minerales no férreos; metales no férreos.	R.11	P.11	3
Cemento, cal, yeso; vidrio; tierra cocida, productos cerámicos y otros minerales y derivados no metálicos.	R.12	P.12	3
Productos químicos.	R.13	P.13	3
Productos metálicos.	R.14	P.14	4
Máquinas agrícolas e industriales.	R.15	P.15	4
Máquinas de oficina y tratamiento de la información.	R.16	P.16	4
Material eléctrico.	R.17	P.17	4
Vehículos automóviles y motores.	R.18	P.18	4
Otros medios de transporte.	R.19	P.19	4
Carnes y conservas .	R.20	P.20	2
Leche y productos lácteos.	R.21	P.21	2
Otros alimentos.	R.22	P.22	2
Bebidas.	R.23	P.23	2
Tabacos.	R.24	P.24	2
Productos textiles: vestido.	R.25	P.25	2
Cuero, artículos en piel y cuero, calzado.	R.26	P.26	2
Madera y muebles de madera.	R.27	P.27	3
Pastas de papel, papel, cartón y artículos de papel e impresión.	R.28	P.28	3
Productos de caucho y plástico.	R.29	P.29	3
Productos de otras industrias manufactureras.	R.30	P.30	3
Construcción	R.31	P.31	5
Recuperación y reparación.	R.32	P.32	6
Comercio.	R.33		
Restaurantes y alojamientos.	R.34	P.34	6
Transporte terrestre, aéreo y marítimo.	R.35	P.35	7
Servicios anexos a los transportes.	R.36	P.36	7
Comunicaciones.	R.37	P.37	7
Créditos y seguros.	R.38	P.38	8
Producción imputada de servicios bancarios.	R.39		
Servicios prestados a las empresas.	R.40	P.40	8
Alquiler inmobiliario.	R.41	P.41	8
Investigación y enseñanza destinada a la venta.	R.42	P.42	9
Sanidad destinada a la venta.	R.43	P.43	9
Servicios destinados a la venta n.c.o.p.	R.44	P.44	9
Servicios generales de las Administraciones Públicas.	R.45	P.45	9
Investigación y enseñanza no destinada a la venta.	R.46	P.46	9
Sanidad no destinada a la venta.	R.47	P.47	9
Servicios no destinados a la venta n.c.o.p.	R.48	P.48	9