

Análisis del comportamiento predictivo de las densidades neutrales al riesgo implícitas en las opciones sobre el Ibex-35*

Francisco Alonso Sánchez
Roberto Blanco Escolar
Banco de España

Gonzalo Rubio Irigoyen**
Universidad del País Vasco

Resumen

El principal objetivo de este trabajo es contrastar si las densidades neutrales al riesgo (DNR) implícitas en los precios de las opciones sobre el futuro sobre el índice Ibex 35 predicen adecuadamente la distribución de los valores futuros del activo subyacente. Las DNR se estiman utilizando tanto procedimientos paramétricos como no paramétricos. Entre 1996 y 2003 no se puede rechazar la hipótesis que afirma que las DNR proporcionan predicciones correctas de la distribución de los futuros valores del Ibex 35 cuando el horizonte de predicción es de cuatro semanas. Sin embargo, este resultado no es robusto por subperíodos. En particular, entre octubre de 1996 y febrero de 2000, se rechaza que las DNR estimadas coincidan con las funciones de densidad que generan los rendimientos observados. En dicho período, los precios de las opciones asignan una baja probabilidad neutral al riesgo a grandes subidas en comparación con la probabilidad de las verdaderas funciones de densidad. Los contrastes basados en las colas de la distribución muestran igualmente que las DNR infravaloran significativamente la cola derecha de la distribución tanto para el período completo como para el primer subperíodo.

Palabras clave: densidad neutral al riesgo, opciones, capacidad predictiva.

Clasificación JEL: G10, G12.

Abstract

The main objective of this paper is to test whether the risk-neutral densities (DNR) implied in the prices of the future options contract on the Spanish Ibex-35 index accurately predict the distribution of future outcomes of the underlying asset. We estimate DNR using both parametric and nonparametric procedures. We find that between 1996 and 2003 we cannot reject the hypothesis that the DNR provide accurate predictions of the distributions of future realisations of the Ibex-35 index at four-week horizon. However, this result is not robust by subperiods. In particular, from October 1996 to February 2000, we find that DNR are not able to consistently predict the actual realisations of returns. In this period, option prices assign a low risk-neutral probability to large rises compared with realisations. Tests based on the tails of the distribution show that DNR significantly understate the right tail of the distribution for both the whole period and the first subperiod.

Keywords: option-implied risk neutral densities, forecasting performance.

JEL classification: G10, G12.

* Los autores agradecen a Santiago Carrillo, un evaluador anónimo y a los participantes en el seminario del Banco de España y en el XII Foro de Finanzas los comentarios recibidos, que han mejorado sustancialmente este trabajo.

** Gonzalo Rubio agradece la ayuda financiera del proyecto BEC2001-0636 del Ministerio de Ciencia y Tecnología BEC2001-0636 y del proyecto de investigación 1-BBVA 00044.321-15466/2002 de la Fundación BBVA. El contenido de este trabajo es responsabilidad exclusiva de los autores.

Traducción de José Gutiérrez Suñé.

1. Introducción

Los precios de las opciones de tipo europeo sobre índices bursátiles negociadas en los mercados contienen implícitamente la densidad neutral al riesgo (DNR a partir de ahora) que es un componente clave en la valoración neutral al riesgo. En este contexto, los precios son el valor presente (utilizando el tipo de interés libre de riesgo) de sus pagos esperados calculados bajo la DNR. Cuando el mercado es dinámicamente completo, es bien conocido que la DNR puede obtenerse a partir de los correspondientes precios de opciones a partir de los resultados de Breeden y Litzenberger (1978). En particular, la DNR es proporcional a la segunda derivada de la función del precio de la opción con respecto al precio de ejercicio. Sin embargo, en la práctica, no se dispone de precios de ejercicio muy bajos ni muy altos y, en cualquier caso, dichos precios se fijan de manera discreta en el mercado, lo que complica la estimación de la DNR. En la literatura se han propuesto numerosos métodos alternativos de estimación que pueden clasificarse en procedimientos paramétricos y no paramétricos.

Los métodos paramétricos se basan en supuestos específicos sobre el proceso generador de datos. Entre ellos se pueden mencionar la distribución beta generalizada utilizada por Anagnou, Bedendo, Hodges y Tompkins (2003) (ABHT a partir de ahora), la mixtura de dos distribuciones lognormales utilizada por Melick y Thomas (1997), Bliss y Panigirtzoglou (2002), ABHT, Syrdal (2002) y Craig, Glatzer, Keller y Scheicher (2003), la distribución gaussiana inversa, como un caso especial de la densidad hiperbólica generalizada, sugerida por Barndorff-Nielsen (1998) y ABHT; los métodos de expansión de Jarrow y Rudd (1982) y Rubinstein (1998) y, por supuesto, los modelos basados en procesos estocásticos de Black y Scholes (1973), Heston (1993), Bates (1996) y Wu y Huang (2004).

Por su parte, los métodos no paramétricos se caracterizan por su mayor flexibilidad para ajustar el comportamiento de los datos. Dentro de este grupo se encuentran los árboles implícitos binomiales sugeridos por Rubinstein (1994); las técnicas de suavizado basadas bien en los trabajos de estimación del *kernel* de Aït-Sahalia y Lo (1998) y Rosenberg y Engle (2002), o en los métodos de *splines* para la volatilidad implícita sugeridos por Campa, Chang y Reider (1998), Jackwerth (2000), Weinberg (2001), Bliss y Panigirtzoglou (2002), Syrdal (2002), Bliss y Panigirtzoglou (2004) (BP, a partir de ahora) y la aproximación mediante convoluciones positivas de Bondarenko (2003).

Los trabajos de Bliss y Panigirtzoglou (2002) y Bondarenko (2003) comparan varios procedimientos alternativos y concluyen que, a la hora de estimar las DNR, los métodos no paramétricos basados tanto en la sonrisa de volatilidad implícita suavizada (mediante *splines*) y la aproximación mediante convoluciones positivas proporcionan mejores resultados que el enfoque basado en dos distribuciones lognormales y otras técnicas paramétricas.

Algunos investigadores¹ y bancos centrales² han utilizado DNR implícitas para aproximar las expectativas de mercado sobre la distribución del activo subyacente o para predecir los valores futuros³. Estas distribuciones tienen la ventaja respecto a otros indicadores basa-

¹ Véanse MELICK y THOMAS (1997); CAMPA, CHANG y REIDER (1998).

² Este enfoque ha sido utilizado, por ejemplo, en la Financial Stability Review del Banco de Inglaterra para aproximar la probabilidad de caídas intensas en los precios de las acciones.

³ Obsérvese que este razonamiento se basa en el supuesto de expectativas racionales. Si, de hecho, los agentes son racionales, su función de densidad subjetiva de predicción debería ser, en media, la distribución generadora de las rentabilidades observadas.

dos en series históricas que recogen, en un momento dado del tiempo, la información disponible sobre el valor futuro (al vencimiento) del activo analizado. Por lo tanto, las DNR deberían ser más sensibles a los cambios en las expectativas que otros indicadores alternativos. Sin embargo, la existencia de aversión al riesgo significa que las DNR diferirán de la verdadera función de densidad que genera las rentabilidades observadas.

A pesar de la utilización de las DNR como indicadores del comportamiento futuro de los activos subyacentes, hasta ahora se sabe poco sobre la capacidad estadística que tienen las DNR implícitas para predecir la verdadera función generadora de los precios del activo subyacente al vencimiento. Sorprendentemente, los únicos trabajos que analizan esta cuestión de manera sistemática son Weinberg (2001), ABHT (2003), Craig, Glatzer, Keller y Scheicher (2003) y BP (2004). Estos trabajos rechazan que las rentabilidades observadas se hayan generado a partir de las DNR implícitas. Esto no debe sorprendernos dada la neutralidad al riesgo incluida en dichas estimaciones. En otras palabras, estos trabajos sugieren que la discrepancia entre las DNR y las verdaderas funciones de densidad reflejan la aversión al riesgo del inversor representativo. De hecho, imponiendo una función de utilidad estacionaria (con un parámetro constante de aversión al riesgo), ABHT y BP contrastan si funciones de utilidad del tipo potencial o exponencial pueden mejorar la estimación de la distribución de los valores futuros del activo subyacente⁴. Una vez realizados estos ajustes, la conclusión general de estos trabajos es que no se puede rechazar la hipótesis nula de que las densidades implícitas ajustadas al riesgo sean iguales a las verdaderas funciones de densidad que han generado los datos.

En este contexto, este trabajo estudia si las DNR implícitas en los precios de las opciones sobre futuros sobre el índice Ibex-35 predicen adecuadamente la distribución de los valores futuros del activo subyacente. El análisis se realiza para un horizonte de 4 semanas, que es el horizonte más largo que permite maximizar el número de observaciones sin solapamiento. Para ello, se utilizan tanto procedimientos paramétricos como no paramétricos. Los resultados de este trabajo muestran que entre 1996 y 2003 no se puede rechazar la hipótesis de que las DNR proporcionan predicciones correctas de las distribuciones de los valores futuros del índice Ibex-35 a dicho horizonte de cuatro semanas. Sin embargo, este resultado no es robusto por subperíodos. Más concretamente, se encuentra evidencia de que, entre octubre de 1996 y febrero de 2000, las DNR no son capaces de predecir consistentemente la distribución de los valores del Ibex-35. En este período, los precios de las opciones asignan una reducida probabilidad neutral al riesgo a grandes subidas en comparación con la que se deduce de la función de densidad generadora de las rentabilidades observadas. Los contrastes basados en las colas de la distribución muestran que las DNR infravaloran significativamente la cola derecha de la distribución tanto para el período completo como para el primer subperíodo. Estos resultados sugieren que la capacidad de las DNR para predecir los valores futuros del Ibex-35 podría, posiblemente, mejorarse si se introdujesen ajustes por riesgo.

El presente trabajo está organizado como sigue. La sección 2 se centra en los procedimientos de estimación de las DNR. En la sección 3 se presentan los contrastes utilizados para analizar el poder predictivo de las DNR. En la sección 4 se describen los datos utilizados. En la sección 5 se muestran los resultados empíricos y, por último, en la sección 6 se extraen las principales conclusiones.

⁴ WEINBERG (2001) también estudia este punto pero sólo ajusta la media de la distribución para incorporar la prima de riesgo promedio.

2. La estimación de las densidades neutrales al riesgo

Como se ha comentado en la introducción, existen varios métodos para estimar las DNR. Dada la evidencia empírica previa, este trabajo estima dichas funciones mediante dos enfoques alternativos bastante populares entre las posibilidades disponibles dentro de las técnicas paramétricas y no paramétricas: la mixtura de dos distribuciones lognormales de Melick y Thomas (1997) y la sonrisa de volatilidad implícita suavizada de Bliss y Panigirtzoglou (2002).

Los precios de las opciones de compra europeas en el momento t sobre el activo subyacente P con vencimiento $t + \tau$ y precio de ejercicio K vienen dados por la conocida expresión⁵:

$$c(t, \tau, K) = e^{-r\tau} \int_K^{\infty} q(P_{t+\tau})(P_{t+\tau} - K) dP_{t+\tau} \quad [1]$$

donde $q(P_{t+\tau})$ es la función de densidad de probabilidad neutral al riesgo para el valor del activo subyacente en el instante $t + \tau$. Como señalaron Breeden y Litzenberger (1978), derivando (1) respecto a K , se obtiene

$$\frac{\partial c(t, \tau, K)}{\partial K} = -e^{-r\tau} \int_K^{\infty} q(P_{t+\tau}) dP_{t+\tau} \quad [2]$$

mientras que, derivando una segunda vez, se obtiene la función de densidad neutral al riesgo

$$\frac{\partial^2 c(t, \tau, K)}{\partial K^2} = -e^{-r\tau} q(P_{t+\tau}) \quad [3]$$

En el caso paramétrico, se supondrá que la función DNR viene dada por una mixtura de dos funciones de densidad lognormales. En particular

$$q(P_{t+\tau}) = \theta \log N(\alpha_1, \beta_1; P_{t+\tau}) + (1 - \theta) \log N(\alpha_2, \beta_2; P_{t+\tau}) \quad [4]$$

donde $\log N(\alpha_i, \beta_i; P_{t+\tau})$ es la densidad lognormal i -ésima con parámetros α_i y β_i :

$$\alpha_i = \ln P_t + \left(\mu_i - \frac{1}{2} \sigma_i^2 \right) \tau; \quad \beta_i = \sigma_i \sqrt{\tau}; \quad i = 1, 2 \quad [5]$$

y donde μ_i y σ_i son, respectivamente, la media y la desviación típica de las distribuciones normales asociadas. Además el proceso estocástico está basado en dos estados con primer y segundo momento diferentes, ponderados por los pesos θ y $1 - \theta$ para $0 \leq \theta \leq 1$. Así, ésta es una especificación flexible para la DNR que es capaz de reproducir la existencia de asimetría y de exceso de curtosis, así como un rico y amplio rango de alternativas que incluye distribuciones bi-modales, las cuales podrían aparecer si, por ejemplo, los participantes en el mercado asignan un alto peso a un movimiento extremo en el precio subyacente del cual no se conoce su dirección (Bahra, 1997).

⁵ El mismo razonamiento puede aplicarse a opciones de venta.

La ecuación [1] y la expresión análoga para opciones de venta calculadas para precios de ejercicio alternativos se pueden reescribir como

$$c_j(t, \tau, K_j) = e^{-r\tau} \int_{K_j}^{\infty} [\theta \log N(\alpha_1, \beta_1; P_{t+\tau}) + (1 - \theta) \log N(\alpha_2, \beta_2; P_{t+\tau})] (P_{t+\tau} - K_j) dP_{t+\tau} \quad [6a]$$

$$p_j(t, \tau, K_j) = e^{-r\tau} \int_{K_j}^{\infty} [\theta \log N(\alpha_1, \beta_1; P_{t+\tau}) + (1 - \theta) \log N(\alpha_2, \beta_2; P_{t+\tau})] (K_j - P_{t+\tau}) dP_{t+\tau} \quad [6b]$$

La estimación de los cinco parámetros, $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, \theta$, se obtiene minimizando el error cuadrático de valoración, definido como la diferencia entre los precios teóricos de las opciones y los observados:

$$\min_{\{\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, \theta\}} \left\{ \sum_{j=i}^{N_j} [c_j(t, \tau, K_j) - c_j^m]^2 + \sum_{h=i}^{N_h} [p_h(t, \tau, K_h) - p_h^m]^2 \right\} \quad [7]$$

sujeto a $\beta_1, \beta_2 > 0$ y $0 \leq \theta \leq 1$, y donde N_j, N_h, c_j^m y p_h^m , son, respectivamente, el número de opciones de compra, número de opciones de venta, precio de mercado de la opción de compra j y precio de mercado de la opción de venta h ⁶.

El método no paramétrico se basa en el *spline* suavizado introducido por Campa, Chang y Reider (1998) para ajustar curvas de volatilidad implícita y que fue estudiado en detalle por Bliss y Panigirtzoglou (2002). Estos autores utilizan un *spline* natural ponderado, que es un polinomio cúbico definido a intervalos para ajustar una función suavizada a los datos. Más exactamente, el método desarrollado por Bliss y Panigirtzoglou consiste en suavizar la volatilidad implícita de la fórmula de Black-Scholes mediante un *spline* cúbico utilizando el coeficiente delta en lugar del precio de ejercicio como variable independiente. Ellos sostienen que la transformación del espacio de precios de ejercicio al espacio delta da más relevancia a las opciones más líquidas que tienen un precio de ejercicio próximo al precio al contado del activo subyacente. Esta propiedad juega un papel clave en los resultados obtenidos por Bliss y Panigirtzoglou (2002) en términos de estabilidad de las funciones DNR estimadas utilizando una metodología no paramétrica con respecto a las obtenidas mediante la mixtura de log-normales.

Para un parámetro de suavizado dado, $\lambda \geq 0$, el *spline* suavizado se obtiene minimizando la siguiente función objetivo⁷:

$$\min_{f(\Delta, \Phi)} \lambda \sum_{j=i}^N \omega_j [\sigma_j^{imp} - f(\Delta_j, \Phi)]^2 + (1 - \lambda) \int_0^{e^{-r\tau}} f''(\Delta, \Phi)^2 d\Delta \quad [8]$$

donde N es el número de precios de ejercicio no repetidos, σ_j^{imp} es la volatilidad implícita para la opción j , Φ , son los parámetros que definen el *spline* de suavizado y f es un polinomio cúbico definido a intervalos en el que los nodos Δ_j son los coeficientes delta observados. Los pesos, ω_j , vienen dados por el coeficiente vega de las opciones, $v \equiv \partial c / \partial \sigma$, de manera que se asigna una ponderación menor a las opciones que están muy fuera o muy dentro de

⁶ Obsérvese que, por definición, la media de la DNR es el precio del futuro. Algunos trabajos incluyen en la ecuación [7] la diferencia entre los precios de los futuros y el valor esperado del activo subyacente en $t + \tau$. En nuestra muestra, el impacto de la introducción de este término adicional sobre los parámetros estimados es insignificante.

⁷ Recuérdese que $0 \leq \Delta \leq e^{-r\tau}$.

dinero y, en consecuencia, se concentra más peso sobre las opciones más líquidas. El suavizado viene determinado por el parámetro $0 \leq \lambda \leq 1$, que controla la penalización que se aplica a la función *spline* f según se aleja de su comportamiento suave supuesto. El procedimiento habitual para escoger λ es el método de validación cruzada generalizada donde se encuentra el valor de λ que minimiza el error

$$\sum_{k=i}^N \omega_j [\sigma_k^{imp} - f_{\lambda}^k(\Delta_k, \Phi)]^2 \quad [9]$$

donde f_{λ}^k es el valor mínimo de la ecuación (8), para un λ dado, con el dato k omitido. Por tanto, este método encuentra el valor óptimo de λ disminuyendo la influencia de los valores atípicos sobre la curva. En cualquier caso, BP impone $\lambda = 0,99$ y sostiene que la elección de λ no influye significativamente sobre los resultados.

Por último, una vez ajustado el *spline*, $f(\Delta, \Phi)$, se convierten 15,000 puntos de la función al espacio prima/precio de ejercicio utilizando la fórmula de Black-Scholes y la misma volatilidad implícita calculada con la opción a dinero utilizada para la conversión anterior de precio de ejercicio a delta. A continuación, la DNR se obtiene para cada sección cruzada diferenciando numéricamente la función generada por todos los puntos prima/precio de ejercicio.

3. El contraste de la capacidad predictiva de las densidades neutrales al riesgo

Para estudiar la capacidad predictiva de las DNR estimadas, se utiliza primeramente un método basado en la relación entre el proceso generador de datos (la verdadera función de densidad), $f_{t,\tau}(P_{t+\tau})$, y la sucesión estimada de predicciones de la función de densidad, $q_t(P_{t+\tau})$, relacionadas mediante la transformación integral de la probabilidad, $z_{t,\tau}$, de la observación del proceso tomado con respecto a la predicción de la densidad, donde τ representa el horizonte de predicción. En otras palabras, cada sección cruzada de opciones en el instante t para un período hasta el vencimiento dado τ produce una DNR estimada, $q_t(P_{t+\tau})$. Lo que se pretende contrastar es la hipótesis de que la función estimada $q_t(P_{t+\tau})$ es igual a $f_{t,\tau}(P_{t+\tau})$. Obsérvese que se dispone de una DNR estimada para un vencimiento dado y sólo una observación, $P_{t+\tau}$, está disponible para una fecha dada y para un cierto vencimiento. La transformación integral de probabilidad se define como

$$z_{t,\tau} = \int_{-\infty}^{P_{t+\tau}} q_{t,\tau}(u) du = Q_{t,\tau}(P_{t+\tau}) \quad [10]$$

Por lo tanto, $z_{t,\tau}$ es igual al valor de la probabilidad asociada a la función de densidad acumulada estimada, $Q_{t,\tau}(\cdot)$, evaluada para el valor del subyacente en el instante $t + \tau$, $P_{t+\tau}$.

Tal y como mostraron Diebold, Gunther y Tay (1998), bajo independencia y si la densidad predicha y la verdadera coinciden, entonces la serie de observaciones de las transformaciones integrales de probabilidad, $z_{t,\tau}$, sigue una distribución uniforme $U(0, 1)$. Berkowitz (2001) propone un enfoque paramétrico para contrastar conjuntamente uniformidad e independencia. En concreto, define la serie $x_{t,\tau}$ como:

$$x_{t,\tau} = N^{-1}(z_{t,\tau}) = N^{-1} \left(\int_{-\infty}^{P_{t+\tau}} q_{t,\tau}(u) du \right) \quad [11]$$

Bajo la hipótesis nula $q_{t,\tau}(P_{t+\tau}) = f_{t,\tau}(P_{t+\tau})$, $x_{t,\tau} \approx \text{i.i.d. } N(0, 1)$. Para estimar la independencia y la normalidad estándar de $x_{t,\tau}$ Berkowitz sugiere el siguiente modelo autoregresivo⁸:

$$x_{t,\tau} - \mu = \rho(x_{t-1,\tau} - \mu) + \epsilon_{t,\tau} \quad [12]$$

el cual se estima utilizando el método de máxima verosimilitud y, posteriormente, se contrastan las correspondientes restricciones mediante un contraste de ratio de verosimilitudes. La función logarítmica de verosimilitud, $L(\mu, \sigma^2, \rho)$, asociada al modelo [12] viene dada por⁹

$$\begin{aligned} L(\mu, \sigma^2, \rho) = & -\frac{1}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log \left[\frac{\sigma^2}{(1-\rho^2)} \right] - \frac{[x_{1,\tau} - \mu/(1-\rho)]^2}{2\sigma^2/(1-\rho^2)} + \\ & -\frac{n-1}{2} \log(2\pi) - \frac{n-1}{2} \log(\sigma^2) - \sum_{t=2}^n \left[\frac{(x_{t,\tau} - \mu(1-\rho) - \rho x_{t-1,\tau})^2}{2\sigma^2} \right] \end{aligned} \quad [13]$$

Obsérvese que, bajo los supuestos del modelo, los parámetros deberían ser $\mu = \rho = 0$ y $\sigma^2(\epsilon_{t,\tau}) = 1$. Así, el estadístico de ratio de verosimilitudes, $LR = -2[L(0, 1, 0) - L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2, \hat{\rho})]$, sigue una distribución $\chi^2(3)$ bajo la hipótesis nula.

Cuando se utilizan predicciones solapadas, el posible rechazo se puede deber al solapamiento de los datos, que puede producir autocorrelación, y no a la invalidez de la hipótesis de igualdad entre la función estimada y la verdadera.

Berkowitz propone contrastar el supuesto de independencia separadamente mediante el estadístico alternativo de ratio de verosimilitudes dado por $LR(i) = -2[L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2, 0) - L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2, \hat{\rho})]$, que se distribuye como una $\chi^2(1)$ bajo la hipótesis nula. En el presente trabajo, con el fin de descartar la posible existencia de dependencia no lineal, también se contrasta la autocorrelación de diferentes potencias de los residuos.

Tal y como explica BP (2004), si el estadístico LR rechaza la hipótesis pero, en cambio, el estadístico $LR(i)$ no puede rechazar, los resultados indican que las DNR estimadas no predicen correctamente la densidad verdadera. Sin embargo, si tanto LR como $LR(i)$ permiten rechazar la hipótesis nula, no es posible concluir que existe una mala capacidad predictiva. Finalmente, el que tanto los contrastes LR como $LR(i)$ no permitan rechazar la hipótesis nula se interpreta como evidencia de que las densidades estimadas coinciden con las verdaderas.

A diferencia de la mayoría de los trabajos recientes que estudian la capacidad predictiva de las DNR, en este trabajo no solo se contrasta el comportamiento conjunto de toda la distribución, sino también se analizan, en particular, las colas de la distribución. Para ello, se sigue a ABHT (2003), que utilizan las reglas de *scoring* basadas en la distancia entre la masa de probabilidad predicha, $q_{t,\tau}^{tail}$, para una cola dada y una variable binaria, $R_{t,\tau}$, que toma el valor 1 si el valor del activo subyacente se encuentra en dicha cola, y 0 en caso contrario. El llamado *score* Brier viene dado por

$$B = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T 2(q_{t,\tau}^{cola} - R_{t,\tau})^2 \quad [14]$$

⁸ BERKOWITZ (2001) muestra que procesos autoregresivos de mayor orden llevan a un incremento en el número de parámetros y reduce la potencia. BP (2004) comparan contrastes alternativos y concluyen que los contrastes de Berkowitz son más fiables en muestras pequeñas.

⁹ Véase ABHT (2003).

que toma valores entre 0 y 2 y en el que el mejor comportamiento se refleja en valores más pequeños del *score*. Para contrastar si se aleja de su valor esperado, $\sum_{t=1}^T q_{t,\tau}^{cola}(1 - q_{t,\tau}^{cola})$, se utiliza el siguiente estadístico, sugerido por Seillier-Moiseiwisch y Dawid (1993):

$$ASN = \frac{\sum_{t=1}^T (1 - 2q_{t,\tau}^{cola})(R_{t,\tau} - q_{t,\tau}^{cola})}{\left[\sum_{t=2}^T (1 - 2q_{t,\tau}^{cola})^2 q_{t,\tau}^{cola}(1 - q_{t,\tau}^{cola}) \right]^{\frac{1}{2}}} \quad [15]$$

el cual se distribuye asintóticamente como una variable normal estándar.

4. Los datos

En este trabajo se utilizan las opciones europeas sobre futuros sobre el Ibex-35, negociadas en MEFF, que es uno de los mayores mercados de opciones sobre acciones de la zona euro. El índice Ibex-35 está formado por las 35 acciones españolas más líquidas que se negocian en el mercado continuo y ponderan según su capitalización. En MEFF se negocian contratos de futuro sobre el Ibex-35, opciones de compra y de venta sobre los contratos de futuro del Ibex-35 y contratos de opciones y futuros sobre las acciones más importantes del mercado español. Las opciones sobre futuros sobre el Ibex-35 son de tipo europeo, se liquidan en efectivo y se negocian para los tres meses consecutivos más cercanos y los otros tres meses del ciclo Marzo-Junio-Septiembre-Diciembre. El día de vencimiento es el tercer viernes del mes en que vence el contrato. El multiplicador es de 1 € y los precios del ejercicio vienen dados por intervalos de 50 puntos del índice.

La base de datos utilizada en este trabajo está formada por precios de liquidación de los futuros sobre el índice Ibex-35, los precios de liquidación de todas las opciones de compra y de venta admitidas a negociación y la volatilidad implícita de cada opción. Además, para cada opción, se dispone de su fecha de vencimiento y de su precio del ejercicio. Al vencimiento, las opciones liquidan al precio de liquidación del futuro, que se fija por parte de MEFF como la media aritmética entre las 16:15 y las 16:45 tomando un valor del índice por minuto. En este trabajo, se utiliza esta serie para aproximar el valor del subyacente en la fecha de vencimiento¹⁰.

Las primas de las opciones utilizadas en este trabajo son los precios de liquidación proporcionados por MEFF. La volatilidad implícita de todas las opciones a dinero refleja el precio de cierre del mercado de cada opción. Para el resto de precios de ejercicio, la volatilidad implícita se aproxima linealmente en dos tramos distintos. MEFF utiliza dos pendientes diferentes para precios de ejercicio correspondientes a opciones dentro de dinero y fuera de dinero. Las pendientes se obtienen de acuerdo con las condiciones de cierre del mercado para cada viernes, que es el día que se ha elegido en este estudio para estimar las DNR. Los pre-

¹⁰ A conocimiento de los autores, este es el primer trabajo que analiza el contenido informativo de las opciones del Ibex-35 mediante DNR. MANZANO y SÁNCHEZ (1998) obtienen DNR a partir de opciones sobre tipos de interés a corto plazo negociadas en MEFF.

cios de liquidación se calculan utilizando la fórmula de Black (1976), el precio de liquidación del subyacente y las volatilidades anteriores. Por tanto, por construcción, todas las primas de las opciones reflejan las condiciones de cierre del mercado y son contemporáneas con el precio del activo subyacente. Los datos cubren el período desde octubre de 1996 hasta diciembre de 2003, un total de 87 meses¹¹.

Los precios de liquidación de las opciones están disponibles para vencimientos entre una semana y un año. En el trabajo se toman los precios de las opciones cuatro semanas antes del vencimiento de cada opción. El número de precios de ejercicio oscila entre 23 y 211 con una media de 103. Al igual que en BP (2004), en este trabajo se evitan los datos solapados. Para horizontes menores o iguales a un mes, cabría esperar que la serie de DNR estimadas sean independientes ya que los períodos sobre los que se basan no están solapados. Sin embargo, para predicciones más allá de un mes esta propiedad no se cumple. Por esta razón, se ha fijado un horizonte de previsión de cuatro semanas, que es plazo más largo que permite maximizar el número de secciones cruzadas sin solapamiento. De este modo, se dispone de 87 secciones cruzadas, un tamaño muestral similar al de BP (2004), en su análisis sobre el FTSE 100, y justo la mitad del que utilizan para el S&P 500.

5. El comportamiento predictivo empírico de las densidades neutrales al riesgo

Como se describió en la sección 2, cuatro semanas antes del vencimiento de cada opción en el período muestral, se estiman las DNR utilizando tanto la mixtura de dos distribuciones lognormales como los *splines*.

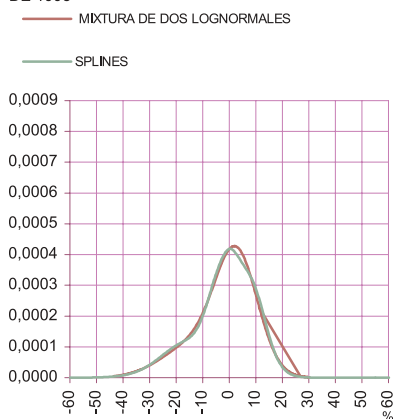
La Figura 1 muestra un ejemplo de la estimación de las DNR utilizando la sección cruzada de opciones disponibles para cuatro fechas de vencimiento del período muestral, utilizando los métodos descritos anteriormente. Las densidades están expresadas en rentabilidades logarítmicas utilizando los precios de los futuros observados cuatro semanas antes de cada vencimiento. Obsérvese que la media de la distribución es cercana a cero, lo que refleja el supuesto implícito de neutralidad al riesgo. Los paneles A y B muestran cuatro DNR estimadas para dos días distintos. El panel A muestra la estimación para los dos métodos en las fechas posteriores a la crisis rusa de agosto de 1998, mientras que en el panel B se representa la estimación en torno a las fechas en las que el Ibex-35 alcanzó el máximo del ciclo que finalizó a principios de 2000. Las figuras muestran cómo ambos métodos producen densidades similares, con una cola izquierda relativamente pronunciada. Estos resultados sugieren que las expectativas del mercado asignaban una probabilidad mayor a caídas de precios en un futuro cercano que a subidas de precios. Sin embargo, la cola izquierda de la densidad estimada con el método de los *splines* es menos suave que la estimada utilizando la mixtura de lognormales. Por otra parte, los paneles C y D muestran cuatro DNR estimadas utilizando datos anteriores y posteriores a los trágicos sucesos del 11 de septiembre de 2001. Igual que antes, en general, ambos procedimientos producen las DNR similares. Sin embargo, se observa que el método de los *splines* asigna una probabilidad mayor alrededor de la media que la de la mixtura de dos lognormales para el 19 de octubre de 2001. Se aprecia, asimis-

¹¹ Antes de esta fecha MEFF calculaba los precios de liquidación utilizando volatilidades implícitas constantes.

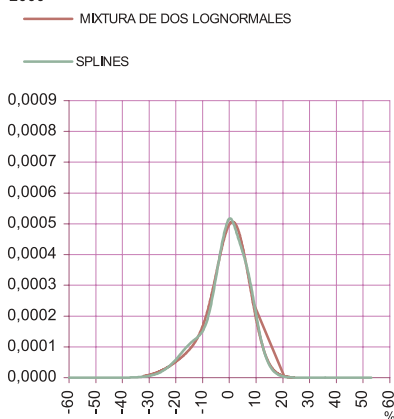
FIGURA 1

DENSIDADES NEUTRALES AL RIESGO DE LOS RENDIMIENTOS LOGARÍTMICOS DEL FUTURO SOBRE EL IBEX-35

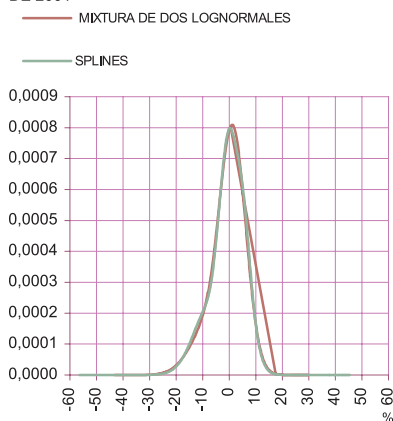
A. ESTIMACIÓN PARA EL 18 DE SEPTIEMBRE DE 1998



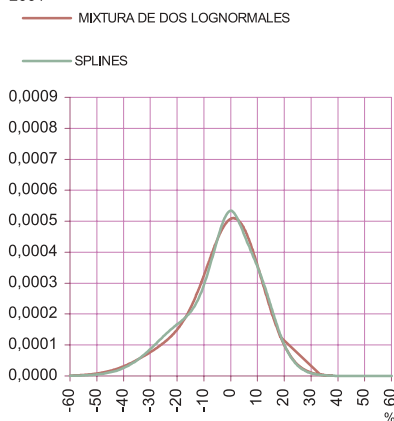
B. ESTIMACIÓN PARA EL 18 DE FEBRERO DE 2000



C. ESTIMACIÓN PARA EL 21 DE SEPTIEMBRE DE 2001



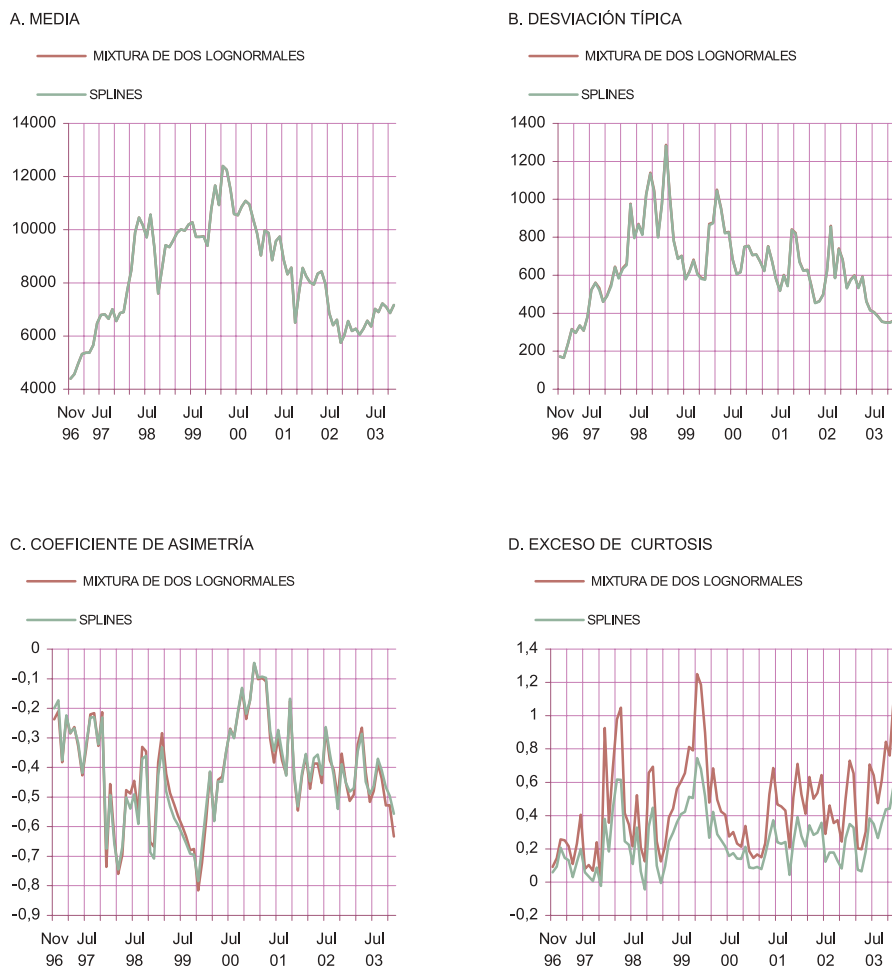
D. ESTIMACIÓN PARA EL 19 DE OCTUBRE DE 2001



mo, que la probabilidad de grandes movimientos en un horizonte de cuatro semanas, caídas en particular, se incrementa significativamente entre las dos últimas fechas.

La Figura 2 muestra las series temporales de la media, desviación típica, coeficiente de asimetría y exceso de curtosis de las 87 DNR utilizando los dos métodos. La Tabla 1 proporciona la media y la desviación estándar de esos momentos para la muestra completa y para dos subperíodos. Se observa cómo todos esos momentos, para cualquiera de los dos métodos, muestran un comportamiento variable en el tiempo durante el período muestral. Por ejemplo, el coeficiente de asimetría, que es negativo durante toda la muestra, oscila entre

FIGURA 2
MOMENTOS DE LAS DENSIDADES NEUTRALES AL RIESGO
DEL IBEX-35



−0,04 y −0,83 con un valor medio de −0,41 utilizando la mixtura de lognormales (con la metodología de *splines* se obtienen resultados prácticamente idénticos). Estos valores son similares a los que se obtienen en Craig, Glatzer, Keller y Scheicher (2003), para el índice DAX, y considerablemente menores que el coeficiente de asimetría medio de −1,1 encontrado por ABHT (2004) para el S&P 500. Esta evidencia sugiere que, en el mercado bursátil español, la probabilidad neutral al riesgo de variaciones bruscas negativas de precios es mayor que la probabilidad neutral al riesgo de movimientos de igual intensidad y de signo contrario. Por otro lado, el exceso de curtosis medio con la mixtura de lognormales es 0,45, menor que los valores obtenidos por Craig, Glatzer, Keller y Scheicher, BP y ABHT para

TABLA 1
MOMENTOS DE LAS DENSIDADES NEUTRALES AL RIESGO DEL IBEX 35

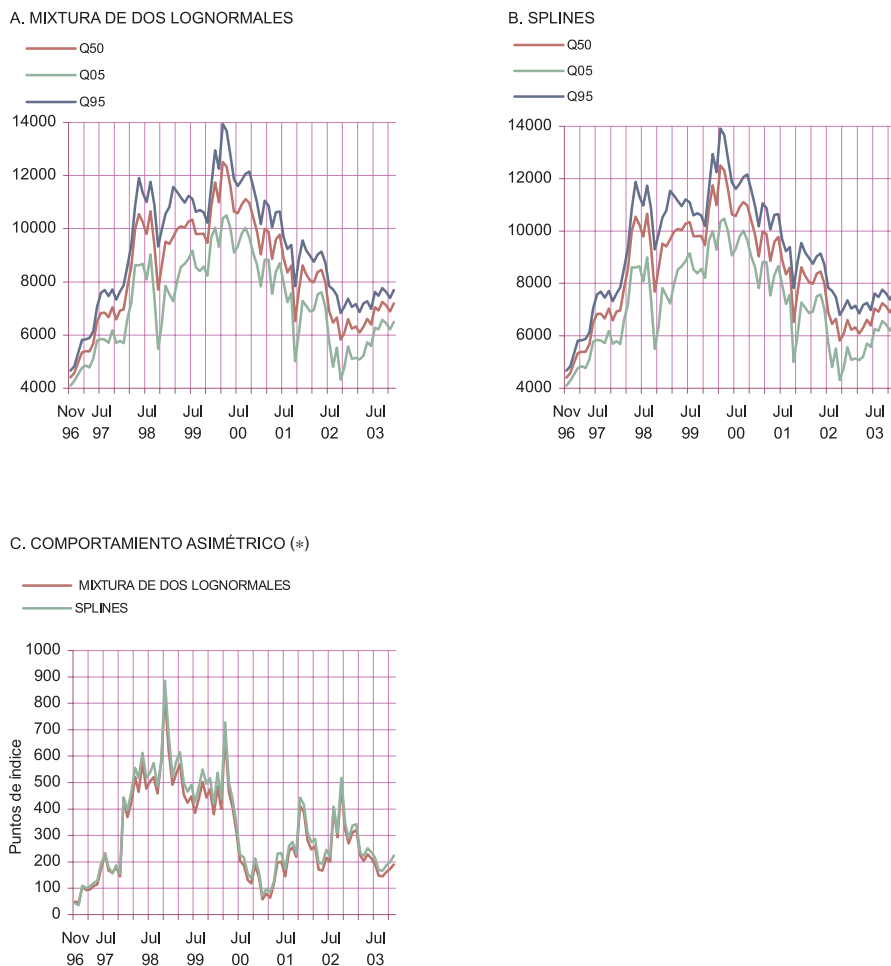
Panel A: Mixtura de dos lognormales						
	Oct. 1996-Dic. 2003		Oct. 1996-Feb. 2000		Mar. 2000-Dic. 2003	
	Media	Desv. típ.	Media	Desv. típ.	Media	Desv. típ.
Media	8.324,30	1.919,47	8.420,55	2.095,92	8.236,60	1.738,59
Desviación típica	635,46	216,61	664,80	269,30	608,73	148,64
Coefficiente de asimetría	-0,41	0,17	-0,47	0,18	-0,36	0,14
Exceso de curtosis	0,45	0,27	0,46	0,33	0,45	0,21

Panel B: <i>Splines</i>						
	Oct. 1996-Dic. 2003		Oct. 1996-Feb. 2000		Mar. 2000-Dic. 2003	
	Media	Desv. típ.	Media	Desv. típ.	Media	Desv. típ.
Media	8.323,48	1.919,20	8.419,46	2.095,40	8.236,02	1.738,62
Desviación típica	632,58	215,59	661,30	267,93	606,41	148,28
Coefficiente de asimetría	-0,41	0,17	-0,48	0,17	-0,35	0,13
Exceso de curtosis	0,25	0,17	0,26	0,21	0,24	0,12

DAX, FTSE 100 y S&P 500 de 0,9, 4,3 y 5,4, respectivamente. El exceso de curtosis es sistemáticamente menor cuando se estiman las DNR utilizando *splines*, con un exceso de curtosis medio de 0,25.

Este comportamiento variable en el tiempo de todos los momentos se refleja en el reparto de masa de probabilidad entre el centro y las colas de la distribución, que es también variable en el tiempo, lo que refleja la incertidumbre incorporada en los precios. Esto se aprecia fácilmente en los paneles A y B de la Figura 3, donde se representa la media y la mediana junto con los percentiles del 5 por 100 y 95 por 100 estimados de las DNR utilizando, respectivamente, la mixtura de lognormales y la metodología de *splines*. Independientemente del procedimiento de estimación utilizado, al comienzo y al final de la muestra, la distancia es comparativamente pequeña por lo que esas densidades tienen más masa de probabilidad alrededor de la mediana. Lo contrario se observa en la parte central de la muestra. Así, el panel C de la Figura 3 muestra la diferencia entre las distancias de los percentiles del 5 por 100 y del 95 por 100 respecto a la mediana para los dos métodos de estimación. Se observa cómo entre diciembre de 1997 y noviembre de 1998, y también entre enero de 2000 y marzo de 2000, y para los dos métodos, la anchura del intervalo se incrementa asimétricamente de manera importante. No sólo se incrementa la distancia en torno a la mediana, sino que llega a ser particularmente elevada en el lado izquierdo de la distribución. Otros períodos en los que el indicador muestra también ascensos son los correspondientes a los sucesos en torno al 11 de septiembre de 2001 y a la caída del 2002. Esto refleja el incremento de incertidumbre sobre el comportamiento futuro del mercado bursátil español y, especialmente, sugiere que el mercado asignaba una probabilidad notablemente superior a descensos bruscos que a subidas intensas. Este comportamiento asimétrico es sistemáticamente más pronunciado a lo

FIGURA 3
PERCENTILES 5, 50 Y 95 Y COMPORTAMIENTO ASIMÉTRICO
DE LAS DNR DEL Ibex-35



* Calculado como $(Q50-Q05)-(Q95-Q50)$.

largo del período muestral cuando se utilizan *splines* no paramétricos. Por otro lado, los dos métodos de estimación parecen identificar igual los sucesos extremos, aunque el impacto es mucho mayor con los *splines*. De este modo, independientemente del procedimiento de estimación, durante 1998 y los primeros meses de 2000 se observa que la distancia asimétrica alcanza los valores más elevados, lo que parece indicar que el mercado estaba relativamente más preocupado por la posibilidad de que se produjeran caídas intensas del índice Ibex-35. Por tanto, en principio, los cambios del reparto de la masa de probabilidad de las DNR estimadas a partir de los precios de las opciones proporcionan a inversores y analistas una herramienta interesante para aproximar las expectativas del mercado respecto a los riesgos inme-

diatos incorporados en los activos financieros. Sin embargo, por supuesto, es necesario estudiar primero la capacidad predictiva de las DNR estimadas.

Con el fin de estudiar si las DNR predicen correctamente la distribución de los valores futuros del Ibex-35, se utiliza primero el contraste estadístico de Berkowitz comentado en la sección 3. La Tabla 2 muestra los resultados de aplicar dicho contraste utilizando tanto la mixtura de dos lognormales como los *splines*. Los resultados para los dos métodos son prácticamente idénticos. Concretamente, se encuentra que, para el período muestral completo, el contraste LR no permite rechazar la hipótesis de que las DNR aproximan correctamente la distribución de los valores futuros del índice Ibex-35 para un horizonte de cuatro semanas¹². Por otra parte, el estadístico $LR(i)$ no permite rechazar la hipótesis de que las transformaciones integrales de probabilidad están incorreladas. Los contrastes de autocorrelación basados en diferentes potencias de los residuos confirman, asimismo, la falta de dependencia temporal. Estos resultados contrastan con la evidencia empírica encontrada por ABHT (2003) y BP (2004) para el FTSE 100 y el S&P 500.

TABLA 2

P-VALORES DEL CONTRASTE DE BERKOWITZ PARA LAS DENSIDADES NEUTRALES AL RIESGO DEL IBEX-35*

Panel A: Mixtura de dos lognormales					
Oct. 1996-Dic. 2003		Oct. 1996-Feb. 2000		Mar. 2000-Dic. 2003	
LR (<i>p</i> -valor)	$LR(i)$ (<i>p</i> -valor)	LR (<i>p</i> -valor)	$LR(i)$ (<i>p</i> -valor)	LR (<i>p</i> -valor)	$LR(i)$ (<i>p</i> -valor)
3,664 (0,300)	1,813 (0,178)	9,451 (0,024)	0,830 (0,362)	1,627 (0,653)	0,064 (0,801)
Panel B: <i>Splines</i>					
Oct. 1996-Dic. 2003		Oct. 1996-Feb. 2000		Mar. 2000-Dic. 2003	
LR (<i>p</i> -valor)	$LR(i)$ (<i>p</i> -valor)	LR (<i>p</i> -valor)	$LR(i)$ (<i>p</i> -valor)	LR (<i>p</i> -valor)	$LR(i)$ (<i>p</i> -valor)
4,139 (0,247)	1,799 (0,180)	10,253 (0,017)	0,787 (0,375)	1,607 (0,658)	0,076 (0,782)

* LR es el contraste de ratio de verosimilitudes de Berkowitz ($LR = -2[L(0, 1, 0) - L(\mu, \sigma, \rho)]$) para normalidad e i.i.d. de las observaciones asociadas a la normal invertida de la transformación de probabilidad, que se distribuye como una $\chi^2(3)$. El estadístico $LR(i)$ es el contraste de ratio de verosimilitudes de Berkowitz para independencia. El rechazo del contraste para independencia sugiere que el rechazo del contraste LR puede deberse a correlación serial más que a un mal comportamiento predictivo de las DNR.

¹² El enfoque de BERKOWITZ (2001) es muy sensible a datos atípicos, que pueden surgir si las variables aleatorias uniformes toman valores muy cercanos a 0 ó 1. Para comprobar este posible problema se han perturbado marginalmente las observaciones cercanas a 0 y 1 y los resultados cualitativos no cambian. También se ha comprobado el impacto sobre los resultados de la incertidumbre en los parámetros de las DNR estimadas. Para ello, se ha utilizado el Hessiano evaluado en la solución de máxima verosimilitud como la matriz de varianzas y covarianzas de parámetros estimados y, a continuación, se ha realizado una simulación de Monte Carlo suponiendo que los parámetros siguen una distribución normal multivariante para perturbarlos aleatoriamente, recalculando 100 series de las DNR. Los resultados cualitativos basados en los contrastes LR no cambian en ninguna de las 100 series. Los autores agradecen a un evaluador anónimo por sugerir esta aproximación.

Con el fin de estudiar la robustez de estos resultados sorprendentes, se repiten los mismos contrastes para dos submuestras. Para ello, se divide el período muestral en dos subperíodos no solapados de octubre de 1996 a febrero de 2000 y de marzo de 2000 a diciembre de 2003. Los resultados de este análisis aparecen en la Tabla 2. Se observa que en el primer subperíodo, independientemente del procedimiento utilizado, el contraste de Berkowitz rechaza la hipótesis de que las DNR son buenas predicciones de la distribución de los valores futuros del índice Ibex-35. Además, el estadístico $LR(i)$ y los contrastes de autocorrelación de potencias de los residuos muestran que este rechazo no se debe a la violación del supuesto de independencia subyacente en el contraste estadístico. Este resultado es consistente con la intuición de que las DNR, dado el supuesto implícito de neutralidad al riesgo, difícilmente pueden recoger correctamente el comportamiento futuro de los precios de las acciones ya que es razonable esperar que el mercado bursátil valore los riesgos¹³. Como en ABHT (2003) y BP (2004), este resultado también confirma que el contraste de Berkowitz tiene suficiente potencia para rechazar la hipótesis nula. Finalmente como en el caso de la muestra completa, el estadístico LR no puede rechazar el buen comportamiento predictivo de las DNR durante el segundo subperíodo. Esto es interesante puesto que durante el segundo subperíodo se produjo un comportamiento negativo continuo del mercado bursátil, mientras que lo contrario ocurrió entre octubre de 1996 y febrero de 2000. Craig, Glatzer, Keller y Scheicher (2003) también dividen su muestra de una manera que coincide básicamente con los subperíodos considerados en este trabajo, y llegan a resultados similares para el índice DAX¹⁴. Por tanto, parece que la diferencia entre la evidencia de este trabajo y la encontrada por ABHT (2003) y BP (2004) tiene más que ver con el período de muestra (su muestra termina a mediados del 2001) que con el mercado analizado¹⁵.

Los resultados anteriores sugieren que durante el primer subperíodo las DNR no son capaces de asignar suficiente probabilidad a la cola derecha de la distribución en relación con la que asigna la verdadera función de densidad generadora de las rentabilidades observadas. Por otra parte, parece que las DNR asignan demasiada masa de probabilidad a la cola izquierda de la distribución. Esto podría explicar el pobre comportamiento de las DNR durante la primera mitad de la muestra. El mercado bajista del segundo subperíodo puede haber aliviado la sobrevaloración de las opciones de venta (de compra) fuera de dinero (dentro de dinero) y la infravaloración de las opciones de venta (de compra) dentro de dinero (fuera de dinero). El estudio en detalle del comportamiento de las colas puede ser relevante para entender la posible discrepancia entre las DNR y las verdaderas funciones de densidad generadoras de las rentabilidades observadas.

La Tabla 3 presenta los resultados de los contrastes diseñados para analizar la posible mala especificación de las colas de las DNR estimadas. Concretamente, se compara, para las dos colas por separado y conjuntamente, la frecuencia con la cual se observan determinadas variaciones en los precios frente a la probabilidad asignada por las DNR estimadas para esas

¹³ Véase la evidencia reciente de GHYSELS, SANTA-CLARA y VALKANOV (2004).

¹⁴ CRAIG, GLATZER, KELLER y SCHEICHER (2003) observan que utilizando datos hasta mediados del 2001, se rechaza la hipótesis de que las DNR son buenas predicciones de la distribución futura de los valores del índice DAX. En este sentido, sus resultados, y posiblemente los del presente trabajo, son consistentes con los obtenidos tanto por ABHT (2003) como por BP (2004), los cuales utilizan una muestra que finaliza alrededor de mediados del 2001.

¹⁵ De hecho, utilizando una muestra que termina a mediados del 2001, se rechaza la hipótesis nula de que las DNR son buenas predicciones de la distribución de los valores futuros del índice Ibex-35.

TABLA 3
CONTRASTE DE COLAS DE BRIER'S SCORE PARA LAS DENSIDADES
NEUTRALES AL RIESGO DEL IBEX-35*

Panel A: Mixtura de dos lognormales								
	Oct. 1996-Dic. 2003			Oct. 1996-Feb. 2000			Mar. 2000-Dic. 2003	
	Frec.	Prob. pred.**	ASN	Frec.	Prob. pred.**	ASN	Frec.	Prob. pred.**
Subida mayor del 10%	0,140	0,079	-2,104	0,220	0,079	3,609	0,067	0,080
Caída mayor del 10%	0,058	0,098	-1,188	0,049	0,102	-1,161	0,067	0,094
Caída o subida > 10%	0,198	0,177	0,558	0,268	0,181	1,580	0,133	0,174
Caída o subida > 15%	0,047	0,066	-0,690	0,049	0,069	-0,440	0,044	0,063
Panel B: <i>Splines</i>								
	Oct. 1996-Dic. 2003			Oct. 1996-Feb. 2000			Mar. 2000-Dic. 2003	
	Frec.	Prob. pred.**	ASN	Frec.	Prob. pred.**	ASN	Frec.	Prob. pred.**
Subida mayor del 10%	0,140	0,079	2,149	0,220	0,078	3,699	0,067	0,080
Caída mayor del 10%	0,058	0,102	-1,296	0,049	0,105	-1,210	0,067	0,099
Caída o subida > 10%	0,198	0,181	0,474	0,268	0,183	1,525	0,133	0,179
Caída o subida > 15%	0,047	0,065	-0,633	0,049	0,067	-0,386	0,044	0,062

* Contrastes de especificación para colas de las DNR estimadas. Se muestra, para la cola derecha, la cola izquierda y la combinación de ambas colas, la frecuencia con la que se observan distintos movimientos en los precios y la masa de probabilidad asignada por las DNR estimadas utilizando la mixtura de lognormales y los *splines*. También se muestran los valores del contraste estadístico ASN basado en el Brier's score. El estadístico se distribuye asintóticamente como una normal estándar.

** La probabilidad predicha se ha obtenido como la media de las probabilidades de las series de las DNR estimadas.

mismas variaciones. También se muestra el contraste estadístico dado por la ecuación [15]. Estos contrastes indican que, para el segundo subperíodo, la masa de probabilidad asignada a ambas colas no es estadísticamente diferente de la frecuencia con la que las rentabilidades del índice Ibex-35 al vencimiento se sitúan en dichas colas. Sin embargo, al igual que ocurría con los contrastes anteriores, durante el primer subperíodo los resultados no son tan favorables. En particular, entre octubre de 1996 y febrero de 2000, la masa de probabilidad asignada a la cola derecha, utilizando tanto las especificaciones paramétricas como las no paramétricas, subestima significativamente la frecuencia con la que las rentabilidades se han situado en dicha área. En otras palabras, esta evidencia sugiere que, durante el primer subperíodo, las DNR estimadas a partir de los precios de las opciones no predicen correctamente el comportamiento del mercado bursátil. Así, por ejemplo, en un sorprendente 22 por 100 de las observaciones, el futuro sobre el Ibex-35 subió más del 10 por 100 desde los niveles existentes cuatro semanas antes del vencimiento de la opción, lo que contrasta con el 8 por 100 de probabilidad asignado por las DNR estimadas. Por otra parte, las DNR asignaban un 10 por 100 de probabilidad a la cola izquierda (una caída mayor del 10 por 100) frente a una

frecuencia observada del 4,9 por 100. De nuevo, parece que los precios de las opciones asignaban una alta probabilidad neutral al riesgo a posibles caídas bruscas, que no fueron confirmadas por la realidad. Sin embargo, esta diferencia no es estadísticamente significativa. Para la cola derecha y para el período muestral completo los resultados son similares a los que se acaban de comentar referidos al primer subperíodo.

Estos resultados son consistentes con la evidencia obtenida para toda la distribución de las DNR implícitas. Así, entre marzo de 2000 y diciembre de 2003 las DNR parecen aproximar razonablemente la verdadera función de distribución del Ibex-35. Sin embargo, esto no se cumple durante el primer subperíodo, como ponen de manifiesto tanto la elevada frecuencia relativa de observaciones en la cola derecha de la distribución como el hecho de que la media de la distribución neutral al riesgo es inferior a la media observada. Por supuesto, este resultado era esperable en un contexto en el que el inversor representativo es averso al riesgo. En cualquier caso, es importante notar que un ajuste por riesgo con prima constante puede no ser suficiente para reflejar correctamente el comportamiento del índice. La evidencia obtenida a partir de las colas sugiere que el ajuste por aversión al riesgo debería ser variable en el tiempo para reflejar el comportamiento del ciclo económico incorporado en el mercado bursátil.

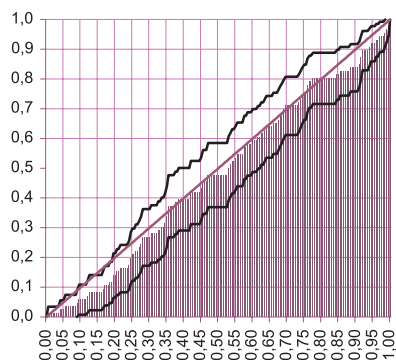
En la Figura 4 se compara, para todo el período muestral y para ambos subperíodos, la densidad asociada a las observaciones de la transformación integral, $z_{t,\tau}$, con la teórica bajo la hipótesis nula, que es una función uniforme entre 0 y 1 y, por lo tanto, su función de distribución acumulada es una línea con pendiente de 45 grados. Esta figura permite entender los resultados empíricos de una manera visual y más intuitiva. El eje vertical representa las probabilidades acumuladas y el eje horizontal representa un bloque numérico n que toma valores entre 0 y 200. La barra n -ésima recoge la suma de las $z_{t,\tau}$ observadas que son iguales o menores que $n/200$. Bajo la hipótesis nula, el número de $z_{t,\tau}$ en la categoría n es siempre igual a $n/200$. Además, para valorar si las desviaciones de los valores teóricos son significativas, se muestran también los intervalos de confianza con $\pm$ dos desviaciones típicas. Estos gráficos proporcionan los resultados tanto para la mixtura de dos lognormales como para los *splines*. Al igual que ocurría anteriormente, los resultados obtenidos con ambos procedimientos son prácticamente idénticos.

Una vez más, para la muestra completa, la distribución empírica aproxima razonablemente bien la distribución teórica ya que esta se encuentra dentro de los intervalos de confianza. Sin embargo, el comportamiento en ambos sub-períodos es muy diferente. La función de distribución empírica tiende a estar por debajo de la teórica entre octubre de 1996 y febrero de 2000, mientras que para el segundo sub-período ocurre lo contrario. Las DNR del primer subperíodo contienen más errores de predicción, como pone de manifiesto el hecho de que algunos segmentos de la función teórica estén incluso fuera de los intervalos de confianza. Esta evidencia sugiere que durante el mercado alcista del primer período muestral, la distribución verdadera asignaba más probabilidad a las rentabilidades altas que la que se deriva de las DNR estimadas, lo que es consistente con los resultados de las Tablas 2 y 3. Durante la etapa alcista, los participantes en el mercado parecen ser, de acuerdo con las DNR, menos optimistas sobre el comportamiento futuro del mercado que lo que ocurrió en la realidad. Durante el segundo subperíodo sucede lo contrario, aunque con menos intensidad. Esta evidencia es similar a la encontrada en Craig, Glatzer, Keller y Scheicher (2003) para el índice DAX y con un período casi coincidente con el de este trabajo.

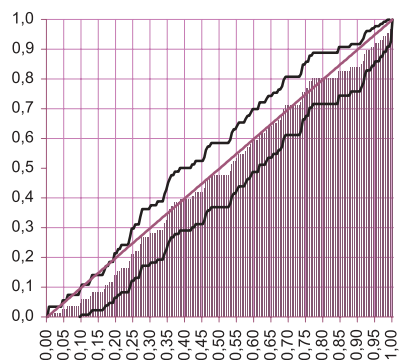
FIGURA 4

TRANSFORMACIÓN INTEGRAL DE LAS DNR DEL IBEX-35

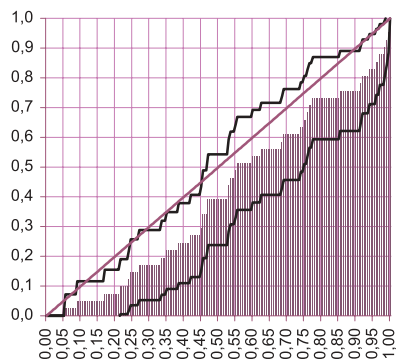
A1. MIXTURA DE DENSIDADES LOGNORMALES
Octubre 1996-Diciembre 2003



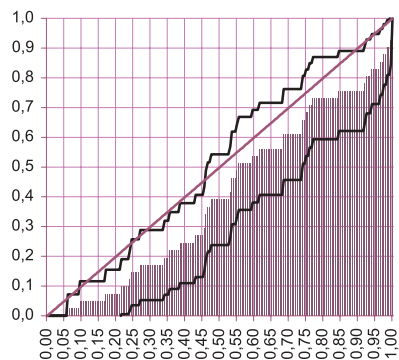
A2. SPLINES
Octubre 1996-Diciembre 2003



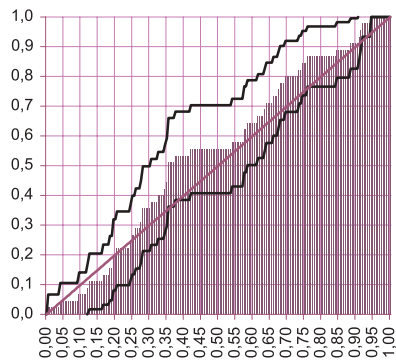
B1. MIXTURA DE DENSIDADES LOGNORMALES
Octubre 1996-Febrero 2000



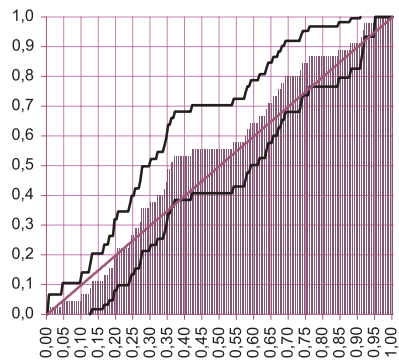
B2. SPLINES
Octubre 1996-Febrero 2000



C1. MIXTURA DE DENSIDADES LOGNORMALES
Marzo 2000-Diciembre 2003



C2. SPLINES
Marzo 2000-Diciembre 2003



Finalmente, la Tabla 4 compara los momentos de las distribuciones de series temporales observadas con los que se derivan de las DNR para un horizonte de predicción de 4 semanas. Los momentos se calculan a partir de las rentabilidades logarítmicas del futuro sobre el Ibex-35 para la muestra completa y para los dos subperíodos. Los momentos se han obtenido extrayendo 10.000 series a partir de las DNR estimadas. Para cada una de esas series, se calculan sus momentos. De este modo, para cada momento se dispone de 10.000 observaciones. Con estas observaciones se calcula su media y desviación típica y se obtiene un intervalo de confianza de $\pm$ dos desviaciones típicas. Si las distribuciones teóricas son correctas, cabría esperar que los momentos obtenidos con las rentabilidades observadas se situasen dentro del intervalo de confianza. Como era de esperar, dados los resultados anteriores, para los dos métodos de estimación, la media de la primera muestra es sustancialmente más elevada que la cota superior obtenida a partir de las DNR. Para el resto de momentos hay bastante dispersión de modo que los valores de la distribución observada se sitúan dentro de los intervalos de confianza. Estos resultados sugieren que, como era de esperar, los ajustes por primas de riesgo son necesarios, al menos durante el primer subperíodo.

TABLA 4

**ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LOS RENDIMIENTOS OBSERVADOS
DEL FUTURO SOBRE EL IBEX-35 Y DE LOS RENDIMIENTOS SIMULADOS
DE ACUERDO CON LAS DNR***

	Oct. 1996-Dic. 2003				Oct. 1996-Feb. 2000				Mar. 2000-Dic. 2003			
	Media	Vol.	Asim.	Curt.	Media	Vol.	Asim.	Curt.	Media	Vol.	Asim.	Curt.
Rent. observadas	0,69	7,43	-0,77	2,14	2,50	7,16	-0,77	1,56	-0,96	7,27	-0,89	2,98
Panel A: Mixtura de dos lognormales												
Rent. simul. Lím. sup.	1,43	9,92	0,32	6,69	2,25	10,78	0,58	5,70	2,08	10,42	0,65	5,65
Rent. simul. Lím. inf.	-2,09	6,31	-1,90	-2,54	-2,91	5,51	-2,04	-2,78	-2,74	5,56	-1,92	-2,86
Panel B: <i>Splines</i>												
Rent. simul. Lím. sup.	1,42	9,80	0,22	5,83	2,27	10,64	0,50	5,48	2,05	10,14	0,55	4,98
Rent. simul. Lím. inf.	-2,09	6,33	-1,78	-2,27	-2,94	5,53	-2,00	-2,69	-2,73	5,58	-1,83	-2,46

* Se han generado 10.000 series de rentabilidades logarítmicas del Ibex-35 a partir de las DNR, utilizando tanto la mixtura de lognormales como los *splines*. La rentabilidad para una fecha dada se obtiene de la DNR correspondiente a ese vencimiento. Para cada una de esas series se calculan los momentos de la distribución temporal. Finalmente, para esas 10.000 observaciones se calcula su media y desviación típica y se obtiene un intervalo de confianza de $\pm$ dos desviaciones típicas (límite superior e inferior). Si las distribuciones teóricas son correctas, cabría esperar que los momentos obtenidos se encuentren dentro del intervalo de confianza.

6. Conclusiones

Los precios de las opciones proporcionan información sobre las probabilidades que los inversores asignan a distintos rangos de valores alternativos para los precios futuros de los activos subyacentes. Más específicamente, estos precios contienen la DNR del precio del activo subyacente con la ventaja, respecto a indicadores obtenidos a partir de series temporales históricas, de reflejar las expectativas que prevalecen en el mercado en un momento

dado. En este sentido, las DNR deberían ser más sensibles a cambios en las expectativas que otras alternativas disponibles. Sin embargo, la existencia de aversión al riesgo implica que las DNR diferirán de la densidad que ha generado las rentabilidades observadas.

El principal objetivo de este trabajo es analizar el valor de la información de las DNR implícitas contenidas en los precios de las opciones sobre el índice Ibex-35 en el mercado bursátil español y, más específicamente, contrastar su capacidad para predecir la distribución de valores futuros del índice Ibex-35. Las DNR se han estimado tanto por métodos paramétricos como no paramétricos. Los resultados muestran, en primer lugar, que los momentos estimados con cualquiera de las dos técnicas tienen un comportamiento variable en el tiempo, si bien el coeficiente exceso de curtosis toma valores algo más extremos con la metodología de la mixtura de dos lognormales. Por otra parte, las estimaciones parecen captar la incertidumbre creciente con respecto al comportamiento futuro del mercado bursátil español durante períodos de tensión, y sugieren que, en dichos periodos, el mercado asigna más probabilidad a posibles descensos bruscos que a grandes subidas. Este comportamiento asimétrico y el poder predictivo de las DNR es prácticamente el mismo con los dos métodos utilizados. En particular, entre 1996 y 2003, no se puede rechazar la hipótesis de que las DNR proporcionan predicciones correctas de las distribuciones de los valores futuros del índice Ibex-35 para un horizonte de predicción de cuatro semanas. Sin embargo, este resultado no es robusto al período muestral elegido. Más concretamente, cuando el período completo se divide en dos subperíodos, se encuentra evidencia de que las DNR no son capaces de predecir consistentemente la distribución de los valores del precio del activo subyacente entre octubre de 1996 y febrero de 2000. En este período, los precios de las opciones asignan una baja probabilidad neutral al riesgo a subidas intensas en comparación con la frecuencia observada. Este hecho es confirmado por el análisis de las colas de las distribuciones y por la comparación de las medias estadísticas de los momentos de las distribuciones de las series temporales de rendimientos observados y las derivadas a partir de las DNR. Por tanto, estos resultados tienden a confirmar la necesidad de ajustes por riesgo con un parámetro de aversión al riesgo (probablemente) anticíclico, lo cual parece ser especialmente relevante para mercados alcistas. Otra extensión de este trabajo debería recoger el análisis de la capacidad predictiva de las DNR para otros horizontes. Estos son aspectos clave de nuestras investigaciones futuras.

Referencias bibliográficas

- [1] AÏT-SAHALIA, Y. y LO, A. (1998): «Nonparametric estimation of state-price densities implicit in financial asset prices», *Journal of Finance* 53, 499-547.
- [2] ANAGNOU, I.; BEDENDO, M.; HODGES, S. y TOMPKINS, R. (2003): «The relation between implied y realized probability density functions», *Working Paper*, Financial Options Research Centre, University of Warwick.
- [2] BARNDORFF-NIELSEN, O. (1998): «Processes of Normal inverse Gaussian type», *Finance y Stochastic* 2, 41-68.
- [3] BATES, D. (1996): «Jumps y stochastic volatility: exchange rate processes implicit in deutsch mark options», *Review of Financial Studies* 9, 69-107.

- [4] BERKOWITZ, J. (2001): «Testing density forecasts with applications to risk management», *Journal of Business y Economic Statistics* 19, 465-474.
- [5] BHARA, B. (1997): «Implied risk-neutral probability density functions from option prices: theory y application», *Working Paper* No. 66, Bank of England.
- [6] BLACK, F. (1976): «The pricing of commodity contracts», *Journal of Financial Economics* 3, 167-179.
- [7] BLACK, F. y SCHOLES, M. (1973): «The pricing of options y corporate liabilities», *Journal of Political Economy* 81, 637-654.
- [8] BLISS, R. y PANIGIRTZOGLU, N. (2002): «Testing the stability of implied probability density functions», *Journal of Banking y Finance* 26, 381-422.
- [9] BLISS, R. y PANIGIRTZOGLU, N. (2004): «Option-implied risk aversion estimates», *Journal of Finance*, 59, 407-446.
- [10] BONDARENKO, O. (2003): «Estimation of risk-neutral densities using positive convolution approximation», *Journal of Financial Econometrics* 116, 85-112.
- [11] BREEDEN, D. y LITZENBERGER, R. (1978): «Prices of state contingent claims implicit in option prices», *Journal of Business* 51, 621-652.
- [12] CAMPA, J.; CHANG, K. y REIDER, R. (1998): «Implied exchange rate distributions: evidence from OTC option markets», *Journal of International Money y Finance* 17, 117-160.
- [13] CRAIG, B.; GLATZER, E.; KELLER, J. y SCHEICHER, M. (2003): «The forecasting performance of German stock option densities», *Discussion Paper* 17, Studies of the Economic Research Centre, Deutsche Bundesbank.
- [14] DIEBOLD, F.; GUNTHER, T. y TAY, A. (1998): «Evaluating density forecasts, with applications to financial risk management», *International Economic Review* 39, 863-883.
- [15] GHYSELS, E.; SANTA-CLARA, P. y VALKANOV, R. (2004): «There is a risk-return tradeoff after all», forthcoming in the *Journal of Financial Economics*.
- [16] HESTON, S. (1993): «A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond y currency options», *Review of Financial Studies* 6, 327-343.
- [17] JARROW, R. y RUDD, A. (1982): «Approximate option valuation for arbitrary stochastic processes», *Journal of Financial Economics* 10, 347-369.
- [18] MANZANO, M.^a C. y SÁNCHEZ, I. (1998): «Indicators of short-term interest rate expectations. The information contained in the options market», *Documento de Trabajo* 9816, Banco de España.
- [19] MELICK, W. y THOMAS, C. (1997): «Recovering an asset's implied PDF from option prices: an application to crude oil during the Gulf crisis», *Journal of Financial y Quantitative Analysis* 32, 91-115.
- [20] ROSENBERG, J. y ENGLE, R. (2002): «Empirical pricing kernels», *Journal of Financial Economics* 64, 341-372.
- [21] RUBINSTEIN, M. (1994): «Implied binomial trees», *Journal of Finance* 49, 771-818.
- [22] RUBINSTEIN, M. (1998): «Edgeworth binomial trees», *Journal of Derivatives* 5, 20-27.
- [23] SEILIER-MOISEWISCH, F. y DAWID, A. P. (1993): «On testing the validity of sequential probability forecasts», *Journal of the American Statistical Association* 88, 355-359.

- [24] SYRDAL, S. A. (2002): «A study of implied risk-neutral density functions in the Norwegian option market», *Working Paper* 13, Norges Bank, Norway.
- [25] WEINBERG, S. (2001): «Interpreting the volatility smile: an examination of the informational content of option prices», *International Finance, Discussion Paper* no. 706, Federal Reserve Board, Washington, D.C.
- [26] WU, L., y HUANG, J. (2004): «Specification analysis of option pricing models based on time-changed Levy processes», *Journal of Finance* 59, 1405-1439.