

Simulación de políticas económicas: los modelos de equilibrio general aplicado*

Antonio Gómez Gómez-Plana
Departamento de Economía
Universidad Pública de Navarra

Resumen

Los modelos de equilibrio general aplicado o computacional se utilizan para la simulación de políticas económicas de diversa índole, como políticas fiscales, comerciales, medioambientales, y otras. Estos modelos han comenzado a plantearse recientemente como problemas de complementariedad mixta, lo que ha permitido solucionar algunos de los problemas planteados en su formulación tradicional como problema de optimización del comportamiento de los agentes. En este trabajo realizamos una presentación y puesta al día de la metodología, junto con una descripción de las bases de datos utilizadas (matrices de contabilidad social), así como una revisión de los modelos de equilibrio general aplicado realizados para la economía española.

Palabras clave: *modelos de equilibrio general aplicado o computacional, simulación, problemas de complementariedad mixta, matrices de contabilidad social, España.*

Clasificación JEL: *C68, D58.*

Abstract

Applied general equilibrium (AGE) models are used to simulate public policies –public finance, trade policy, energy and environmental policy, and others– and enlighten the policy debate. There are some methods to solve walrasian AGE models, with the mixed complementarity format as the most recent one. This paper introduces the methodology to solve these models, with special focus on mixed complementarity problems. The article also includes a description of their databases (Social Accounting Matrices) and a survey of the models and simulation built for Spanish economy.

Keywords: *computable general equilibrium models, social accounting matrices, mixed complementary problems, Spain.*

JEL Classification: *C68, D58.*

Introducción

Los gobiernos estudian constantemente la implantación de medidas de política económica que sirvan para corregir alguna deficiencia observada en los mercados. Es deseable que estos gobiernos tengan un conocimiento aproximado de los efectos que esas medidas pueden generar. Por ello, se torna especialmente interesante el uso de modelos que permitan apreciar, y también cuantificar, los efectos que diferentes opciones de política económica tienen sobre los agentes. Estaríamos en el campo de los modelos de simulación. Ubicados entre la economía puramente normativa (que trata de explicar cómo debería ser una economía) y la econometría (que trata de valorar los determinantes reales de una situación económica concreta), nos parece interesante profundizar en el conocimiento de uno de los instrumentos que gobiernos, instituciones internacionales, centros de investigación y académicos utilizan con este objetivo: los modelos de equilibrio general aplicado (en adelante, los denotaremos por MEGAs) o modelos de equilibrio general computacional.

* El autor desea agradecer los comentarios y sugerencias de Oscar Bajo y de un evaluador anónimo, así como la financiación recibida de los proyectos MCYT BEC2002-00954, de la Fundación BBVA y del Gobierno de Navarra.

Trabajos como los de Shoven y Whalley (1992), Gunning y Keyzer (1995), Dixon y Parmenter (1996) o Ginsburgh y Keyzer (1997) ofrecen revisiones recientes muy completas de la literatura existente, así como en algún caso de la base teórica en que se sustentan estos modelos. Centrándonos en el marco dinámico, destacamos las distintas aplicaciones de política económica incluidas en Baldwin y Francois (1999), Harrison *et al.* (2000) y Dixon y Rimmer (2002), además de la presentación del marco teórico que Ginsburgh y Keyzer (1997) y Dixon y Rimmer (2002) realizan. Nuestro objetivo es presentar de forma sencilla estos modelos y las posibilidades que ofrecen. Hasta la actualidad han sido poco utilizados para estudiar la economía española, quizá por la complejidad matemática y algorítmica que presentan. Pero la aplicación al equilibrio general de los problemas de complementariedad mixta, a raíz de los trabajos de Mathiesen (1985) y Rutherford (1999a), ha hecho que se puedan utilizar algoritmos más eficientes y se solucionen algunas de las complejidades del diseño de estos modelos. En este trabajo vamos a centrarnos en esta vía de resolución, hasta el momento poco conocida, que aquí presentamos de forma sencilla.

Para ello, este trabajo se estructura en siete secciones, además de la presente introducción. En la sección segunda se explica en qué consiste un modelo de equilibrio general aplicado. La sección tercera examina el método de análisis de problemas económicos que se sigue con estos modelos. La sección cuarta describe el tipo de base de datos que utilizan estos modelos. La sección quinta presenta la estructura básica de un modelo en su versión estática y de otro en su versión dinámica. En la sección sexta se presentan los modelos realizados con esta metodología para la economía española. Por último, en la sección séptima se recogen unas consideraciones finales.

2. ¿Qué es un modelo de equilibrio general computacional o aplicado?

Una primera aproximación a la noción de modelo de equilibrio general aplicado es la que proporcionan Shoven y Whalley (1992, pág. 1), cuando indican que la idea central que subyace en ellos es la de partir de una estructura de equilibrio general walrasiano, formalizado en los años 50 por Kenneth Arrow, Gerard Debreu y otros economistas. A partir de esta base teórica para la representación de una economía, se trataría de convertirla en un modelo realista que aproxime las características de una economía actual, es decir, de un país, de un conjunto de países o de la totalidad de ellos. A estos modelos se incorporan los datos reales existentes, basados en una estructura de equilibrio general, tal y como se pueden encontrar en los sistemas de Cuentas Nacionales. Con todo ello los modelos pueden ser utilizados para simular determinadas opciones de política económica (fiscal, comercial, de mercado de trabajo, medioambiental, de I+D,...). En general, la simulación consiste en la modificación de uno o varios parámetros del equilibrio inicial del modelo, para recoger las opciones de política económica que se quieren estudiar.

Como señalan Scarf y Shoven (1984, pág. XI-XII), una de las virtudes de estos modelos es su capacidad para mostrar las consecuencias que un cambio puntual en una variable o en un sector puede tener en el conjunto de la economía, algo que es imposible obtener a través de otras muchas técnicas. Este es el punto clave que lo hace destacar como método de simulación. Estos modelos permiten recoger las importantes propiedades del análisis input-output junto con un tratamiento de la demanda que tiene un importante fundamento teórico microeconómico. La desagregación que permiten estos modelos (de los sectores productivos,

hogares, factores, países,...) y la precisión de los métodos computacionales utilizados son algunos de sus puntos fuertes.

Es reseñable el distinto enfoque de los MEGAs respecto al de los modelos macroeconómicos (por ejemplo, los basados en la teoría de los Ciclos Económicos Reales) o al de los modelos VAR, tanto en lo referente a la base de teoría económica, como la de teoría estadística utilizada. Mientras que la base teórica de un MEGA es muy robusta, su base teórica estadística es limitada ya que, en general, utiliza los datos de un único año de la Contabilidad Nacional. Los modelos macroeconómicos profundizan más en las cualidades teóricas estadísticas de los datos utilizados, aunque disponen de una estructura teórica económica más limitada. Por último, los modelos VAR se fundamentan básicamente en la teoría estadística y su base de teoría económica es débil.

Históricamente existe consenso en considerar como precursor de los MEGAs el trabajo de Johansen (1960)¹. Este autor presentó un sistema de ecuaciones de equilibrio general que resolvía a través de su linealización. Los resultados que obtenía eran exactos únicamente si las simulaciones consistían en efectuar un cambio marginal en una de las variables exógenas de las ecuaciones. Posteriormente Scarf (1967), desarrolló un algoritmo que permitía resolver sistemas de ecuaciones no lineales sin recurrir al método de linealización. A partir de este trabajo se han desarrollado una serie de algoritmos que han ido haciendo más tratables estos modelos desde el punto de vista computacional. Gómez (1999a), presenta una explicación detallada de los algoritmos habituales para la resolución de este tipo de modelos. Los trabajos de Johansen y Scarf dieron origen a las dos grandes escuelas que trabajan con modelos de equilibrio general aplicado: la escuela de linealización noruego-australiana, que sigue el camino abierto por Johansen, y la escuela de niveles norteamericana, que parte de sistemas de ecuaciones no lineales².

Otra tipología es la considerada por Baldwin y Venables (1995, pág. 1628-1629), que hablan de tres tipos de MEGAs:

1. *Modelos de primera generación*. Son modelos que emplean como supuesto la existencia de competencia perfecta en un escenario estático. Estos modelos son los que aplican de forma más ortodoxa los supuestos de la teoría del equilibrio general dentro del marco del modelo Arrow-Debreu.
2. *Modelos de segunda generación*. Estos modelos, cuyo precursor es Harris (1984), incorporan la existencia de rendimientos crecientes y competencia imperfecta entre los supuestos que determinan el comportamiento de los productores, y también en un escenario estático. Nos estamos refiriendo a modelos que suponen extensiones del modelo tradicional Arrow-Debreu, básicamente por reflejar no convexidades en la modelización del comportamiento supuesto de los productores.
3. *Modelos de tercera generación*. Son modelos que incorporan aspectos dinámicos de crecimiento a través de cambios en los stocks de capital, y empiezan a ser más numerosos a partir de los años noventa. La mayoría de los modelos son de tipo Ramsey con consumidor de vida infinita, aunque también hay modelos de generaciones solapadas.

¹ Sobre los orígenes de estos modelos puede consultarse SCARF y SHOVEN (1984, pág. IX-XIII) y DEARDORFF y STERN (1986, pág. 4-6).

² Una comparación entre las metodologías de las dos escuelas, con un ejemplo empírico, se recoge en HERTEL, HORRIDGE y PEARSON (1992).

El marco teórico del equilibrio general se utiliza también con otro tipo de aproximaciones aplicadas diferentes a la determinista de los MEGAs. Este marco teórico se considera en la actualidad una pieza clave y ampliamente aceptada para los modelos empíricos y de simulación, tanto deterministas como estocásticos. Así, en la década de los noventa surge lo que se ha denominado la Nueva Síntesis Neoclásica (véase Goodfriend y King, 1997), que une elementos de la teoría de los Ciclos Económicos Reales con elementos de la Nueva Macroeconomía Keynesiana. En términos de Woodford (2004), la nueva literatura trata de unir la división metodológica entre la Microeconomía y la Macroeconomía utilizando las herramientas de la teoría del equilibrio general para modelizar cuestiones tradicionalmente keynesianas. En la aproximación estocástica esto ha implicado el uso de modelos dinámicos de equilibrio general que sintetizan la teoría de los Ciclos Económicos Reales unida a rigideces de precios y otras imperfecciones en los mercados. Los modelos de Ciclos Económicos Reales, en ocasiones denominados modelos de equilibrio general dinámico estocástico³ (en la línea de Kydland y Prescott, 1982), descomponen el componente cíclico y el componente de crecimiento de los datos utilizados, eliminando este último. Con ello tratan de explicar los ciclos económicos distinguiéndolos de situaciones a muy corto plazo (por ejemplo, estacionales) o a largo plazo (por ejemplo, el crecimiento demográfico). Los comportamientos optimizadores de los agentes, las expectativas racionales, y la flexibilidad de precios y salarios son algunas de las características relevantes de estos modelos.

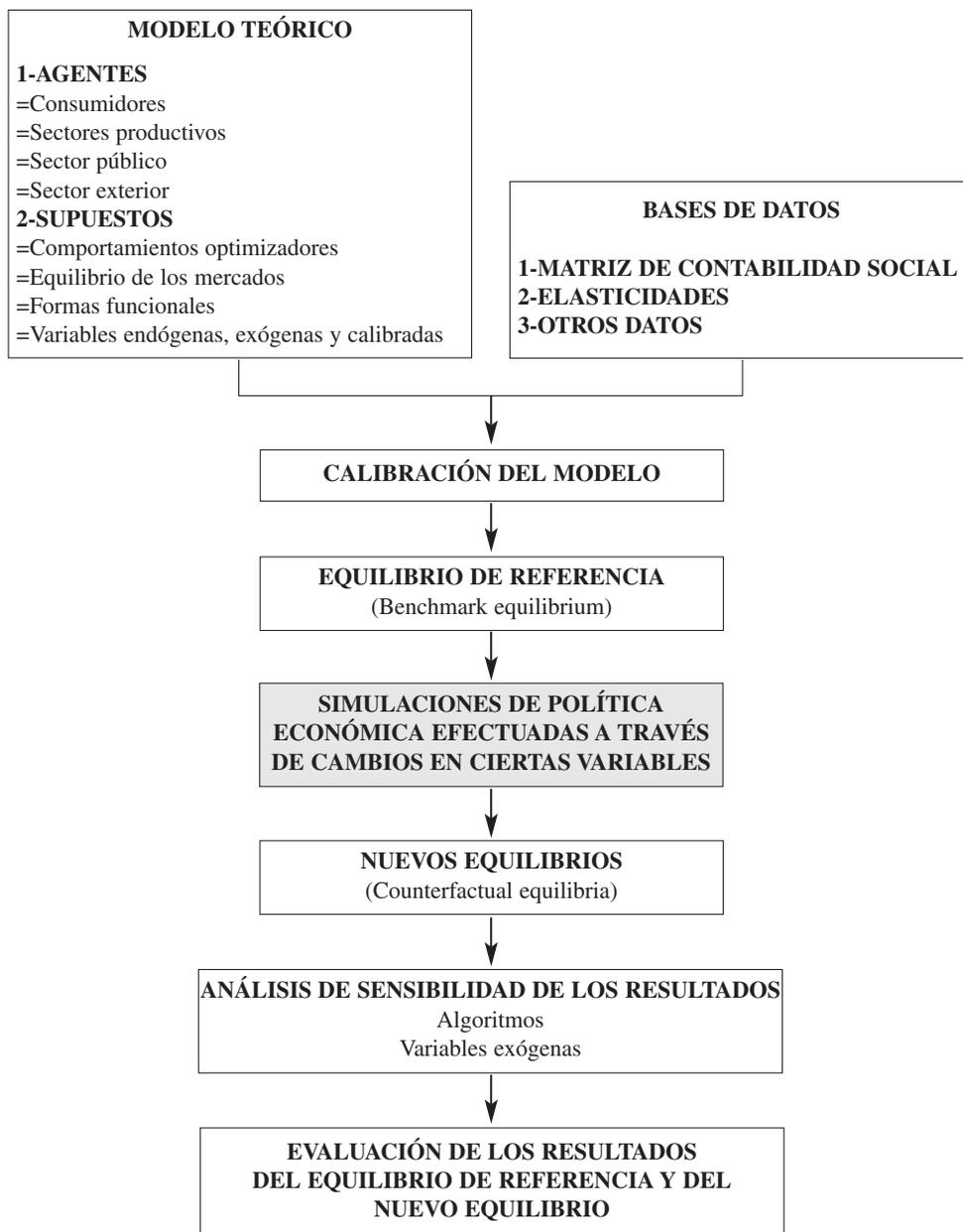
3. El método de análisis: Diseño del ejercicio de simulación

En esta sección explicamos cómo se lleva a cabo el análisis de problemas económicos mediante un MEGA (véase Figura 1). Partimos de un modelo teórico que intenta ser una representación simplificada de la economía de un país o de un conjunto de países, dado un concepto de equilibrio general. En el modelo se muestran los comportamientos de los agentes, tales como consumidores y productores, además de poder incluir también el sector público y el sector exterior con un sistema de ecuaciones. Este sistema viene determinado por supuestos como son los comportamientos optimizadores de ciertos agentes, el establecimiento de reglas de fijación de precios por parte de los productores, las rigideces en el mercado de trabajo, la consideración de determinadas formas funcionales para las ecuaciones del modelo o el carácter exógeno, endógeno o calibrado de las variables representadas, entre otros.

Es muy importante señalar que la construcción de un modelo que intente aproximar la realidad se encuentra limitada por la disponibilidad de datos. Además, existen numerosas formas de representar una economía debido al gran número de supuestos que pueden utilizarse. Sin embargo, existe un *trade-off* entre complejidad teórica y disponibilidad de datos empíricos. La falta de datos impide el uso de numerosas especificaciones teóricas, o fuerza al uso de datos inadecuados (datos de otros países, datos antiguos, valores agregados,...), lo que es una crítica común a los MEGA deterministas. Por estos motivos hay que ser especialmente cuidadosos no sólo en la construcción del modelo, sino también en la comproba-

³ Entre las diferencias relevantes entre los MEGAs que aquí estudiamos y los modelos basados en los Ciclos Económicos Reales, está que los primeros se basan en un marco walrasiano y determinista con posibilidad de imperfecciones en los mercados, mientras que los segundos utilizan un marco estocástico competitivo con expectativas racionales de los agentes. Véase GINSBURGH y KEYZER (1997, pág. 285-291) para una comparación de ambas aproximaciones.

FIGURA 1
MÉTODO DE ANÁLISIS CON UN MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL COMPUTACIONAL



FUENTE: Elaboración propia.

ción de la robustez de los supuestos y de los resultados. Para este tipo de modelos se requieren los datos que proporcionan las Matrices de Contabilidad Social (véase sección 4) que son unos sistemas contables de equilibrio general basados en la Contabilidad Nacional. También es habitual el uso de otras fuentes complementarias que suministran información sobre flujos comerciales, estimaciones de las elasticidades que precisa el modelo, índices de concentración, variables de mercado de trabajo, y otros datos que pueda necesitar el modelo.

Una vez que ya disponemos del sistema de ecuaciones y de la base de datos que conforman el modelo, se lleva a cabo la calibración del mismo, que va a permitir determinar los parámetros desconocidos. Siguiendo a Mansur y Whalley (1984, pág. 86-87) y a Dawkins *et al.* (2001, pág. 3656-3657), por calibración entendemos el método que, para las formas funcionales supuestas, fija el valor de los parámetros desconocidos de forma que *el sistema de ecuaciones reproduce la base de datos como una solución de equilibrio del modelo*. Obtenemos en ese momento el equilibrio base o de referencia, también denominado *benchmark equilibrium*. Esto implica el uso de un supuesto muy relevante, como es considerar el año base como una situación de equilibrio.

Una vez realizada la calibración ya disponemos del equilibrio de referencia, y el modelo puede ser utilizado para simular medidas de política económica. Las simulaciones que se pueden realizar con estos modelos se llevan a cabo a través de cambios en alguna o algunas de las variables que se representan en el equilibrio inicial. Los cambios suelen reflejarse en las variables que determinan las características fiscales, comerciales, tecnológicas, laborales, u otras, del modelo. Tras ese cambio, el sistema de ecuaciones busca una nueva solución de equilibrio a través del uso de un algoritmo. Al nuevo equilibrio se le denomina *counterfactual equilibrium*.

El nuevo resultado se somete a un análisis de sensibilidad, es decir, tratamos de confirmar la robustez del equilibrio. Para ello se pueden realizar dos tipos de análisis. Por un lado es importante comprobar la estabilidad y unicidad del equilibrio obtenido a partir de un modelo generalmente no lineal. Dado el hecho de que la resolución de un sistema no lineal suele llevar a soluciones óptimas locales es importante comprobar que si se busca la solución de equilibrio por otra vía (es decir, con otro algoritmo) no se llega a otro óptimo local diferente. Por tanto es relevante la resolución del sistema de ecuaciones con al menos dos algoritmos que utilicen diferentes secuencias para estimar el equilibrio. Por otro lado, también es relevante contrastar que los resultados no están afectados significativamente por los valores numéricos asignados a determinadas variables exógenas. Esto es especialmente importante respecto a las elasticidades utilizadas, que generalmente provienen de diversas fuentes y su adecuación al modelo puede ser sometida a crítica.

Una vez comprobada la robustez de los resultados ya consideramos que se puede efectuar una comparación entre los resultados del equilibrio de referencia y los de los nuevos equilibrios hallados en las simulaciones para, de esa forma, llegar a las conclusiones sobre los efectos de la reforma de política económica derivados de la simulación.

4. La base de datos: Las Matrices de Contabilidad Social

Aunque las Matrices de Contabilidad Social (en adelante, MCS) se construyen desde hace varias décadas, en España no fue hasta mediados de los años 80 cuando apareció la pri-

mera matriz, elaborada por Kehoe *et al.* (1986). Desde esa primera matriz ha habido que esperar hasta finales de la década de los 90 para que apareciera una nueva matriz que representara a la economía española. Esta matriz fue elaborada por Uriel *et al.* (1997) para el Instituto Nacional de Estadística. Desarrollos posteriores de ésta y otras matrices son los trabajos de Gómez (2001), Fernández y Polo (2001), Uriel *et al.* (2005a, 2005b) o Morilla *et al.* (2005).

La forma habitual de presentación de las cuentas nacionales es a través de estados contables por el tradicional método de partida doble. Pero el sistema de contabilización permite otras formas de representación y, entre éstas, se encuentra la representación en formato matricial, con la que únicamente se registran una vez las operaciones realizadas. Esta es la forma de representación de las matrices de contabilidad social. Véase en el SEC-95, EUROSTAT (1996, pág. 214) o, en forma extensa, en SAM LEG (2003, cap. 3).

La construcción de una matriz de este tipo, como indica King (1985), tiene fundamentalmente dos objetivos:

1. Organizar la información.
2. Proporcionar la base estadística para la elaboración de un modelo para el análisis económico.

Respecto al primero, una MCS presenta la imagen para un año determinado de la estructura económica de un país. Como se señala en EUROSTAT (1996, pág. 213), la matriz muestra el flujo circular de la renta, de forma que refleja de manera detallada las relaciones entre el valor añadido generado por los sectores de una economía y la renta primaria obtenida por los diferentes tipos de agentes. Nos indica que, a partir de esta base de datos, podemos analizar la interdependencia entre la estructura de producción y la de la distribución de la renta, algo que el análisis input-output no permite. El análisis input-output se centra en las variables más relacionadas con la producción, y una MCS recoge toda esa información como una parte de su estructura fundamental.

Respecto al segundo objetivo de una MCS, entendemos que éste es el verdadero sentido que puede tener su construcción. En este sentido es interesante resaltar, como señala Thorbecke (1985), que una MCS es una herramienta esencial para diagnosticar la situación inicial y para organizar los datos de forma sistemática con respecto a un Sistema de Contabilidad Nacional. Una MCS no es más que una fotografía puntual en el tiempo que proporciona la información de un año base de una forma consistente. Si esa MCS se va a utilizar para analizar alternativas de política económica, más que para elaborar únicamente diagnósticos de la situación, debe estar unida a un marco conceptual que contenga las relaciones de comportamiento y técnicas entre las variables que recoge. Por ejemplo, si recoge variables de consumo, debe aparecer en el modelo la representación del comportamiento del consumidor final, o la demanda intermedia de las empresas, o la demanda del sector exterior. Si recoge variables de renta, el modelo mostrará el funcionamiento de los mercados de factores que determinan esas rentas, las posibles rigideces del mercado de trabajo, etc. Por todo ello, una MCS es útil si se aplica a un modelo teórico para efectuar ejercicios de simulación.

A continuación vamos a detallar cómo es una sencilla matriz de contabilidad social de una economía abierta con sector público, que refleja el equilibrio en la economía de un territorio (véase Figura 2).

FIGURA 2
MATRIZ DE CONTABILIDAD SOCIAL DE UNA ECONOMÍA ABIERTA
CON SECTOR PÚBLICO

		Empleos					Total
		Produc- tores	Consu- midores	Sector público	Capital	Sector exterior	
Recursos	Productores	–	C	G	I	X	Demanda
	Consumidores	Y	–	–	–	–	Renta
	Sector público	–	T	–	–	–	Ingresos
	Capital	–	A	SP	–	CN	Ahorro
	Sector exterior	M	–	–	–	–	Pagos al ext.
	Total		Oferta	Gastos	Gasto	Inversión	Ingresos del exterior

FUENTE: Elaboración propia.

Una cuenta de la MCS la componen una fila y una columna. En la Figura 2 mostramos que la actividad de esta economía estaría representada por cinco cuentas. Las denominamos *Productores*, *Consumidores*, *Sector público*, *Capital* y *Sector exterior*. En cada fila se recogen los recursos de cada cuenta particular, mientras que en cada columna se recogen sus empleos. El equilibrio contable entre recursos y empleos para cada cuenta refleja una de las características fundamentales de las MCS, esto es, la igualdad entre el total de cada fila con el total de la columna correspondiente a cada cuenta.

En esta matriz podemos comprobar que los *Productores* obtienen sus recursos de la venta de bienes finales a los consumidores (C), al sector público (G), al sector exterior (X) y la de bienes de inversión (I). Los empleos se dirigen a la retribución de los factores a través de la renta pagada a los consumidores (Y) y de las adquisiciones realizadas al sector exterior o importaciones (M).

Los *Consumidores* emplean la renta (Y) procedente de su dotación de factores en consumo final (C), en el pago de impuestos al sector público (T) y destinan otra parte al ahorro privado (A). A su vez el *Sector público* obtiene sus recursos de la recaudación de impuestos (T), que emplea en el gasto público (G). La diferencia entre ambas partidas es el superávit público (SP), que cuando es negativa denominamos déficit público.

El *Sector exterior* obtiene sus recursos de las importaciones (M) que realiza esta economía, mientras que sus empleos son las exportaciones (X). En esta cuenta recogemos también el saldo comercial, que en este caso sencillo es equivalente a la capacidad o necesidad de

financiación de la economía (CN). La cuenta de *Capital* muestra la igualdad macroeconómica entre ahorro agregado (A+SP+CN) e inversión (I).

Podemos comprobar que la MCS está cuadrada contablemente y que se verifican las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned} C + G + I + E &= Y + M \\ Y &= C + T + A \\ T &= G + SP \\ X + CN &= M \\ A + SP + CN &= I \end{aligned}$$

Con esto se complementa la explicación descriptiva del significado de una MCS. Esta es la base de datos de equilibrio general de una economía necesaria para realizar un análisis sobre los efectos de determinadas políticas económicas con los modelos teóricos que presentamos en la siguiente sección.

5. Formulación de un modelo de equilibrio general aplicado

El punto de partida de un MEGA, como se ha indicado en la sección 3, está en el concepto de equilibrio empleado. La noción habitual es la de equilibrio competitivo Arrow-Debreu en un marco walrasiano, sobre la que en ciertos casos se añaden extensiones para reflejar imperfecciones en los mercados. Una conceptualización clásica en este sentido es la que proporciona Scarf (1973, págs. 98-103). Una vez definido el concepto de equilibrio, y elaboradas las ecuaciones del modelo consistentes con el mismo, se aplican los datos de la economía representada (su matriz de contabilidad social). El siguiente paso consiste en la resolución numérica del modelo, cuyo método depende del planteamiento matemático que se haya dado a las ecuaciones del modelo.

Tradicionalmente el método más habitual ha sido el de utilizar algoritmos de optimización y, en concreto, de optimización no lineal. Como alternativa, Mathiesen (1985), fue pionero en la introducción del marco de complementariedad mixta como planteamiento matemático en un MEGA simple. Este planteamiento inicialmente no se desarrolló debidamente, entre otros motivos, por la falta de un algoritmo eficiente de resolución del equilibrio con este método. Pero el desarrollo de algoritmos para problemas de complementariedad mixta en los últimos años ha convertido esta vía en una alternativa.

La equivalencia matemática entre la aproximación habitual al equilibrio general aplicado (optimización con programación no lineal) y la que aquí proponemos (complementariedad mixta) se demuestra en Ferris y Sinapiromsaran (2000). Estos autores muestran que las condiciones Karush-Kuhn-Tucker, o *condiciones necesarias* para solucionar problemas de optimización de programación no lineal son equivalentes al *planteamiento* de un problema de complementariedad mixta no lineal. La extensión de este resultado matemático al marco de equilibrio general es lo que destacamos en este trabajo, señalando algunas virtudes que tiene la complementariedad mixta.

En esta sección se presentan dos MEGAs: un modelo estático y otro modelo dinámico. Estos modelos pueden plantearse y resolverse como problemas de optimización, como siste-

mas de ecuaciones no lineales, o como problemas de complementariedad mixta. La primera vía es la tradicional en la literatura. La segunda vía se puede considerar una extensión de la primera (ya que plantean, en general, un sistema de ecuaciones que son todas las condiciones de primer orden del problema/s de optimización). La tercera vía es la que se expone aquí.

Varias son las ventajas que ofrece el planteamiento de un MEGA en un marco de complementariedad mixta respecto a la optimización. En primer lugar, los modelos de equilibrio general suponen la resolución de varios problemas de optimización (como mínimo, en general, en una economía con producción los problemas (primal) serían la optimización del bienestar del consumidor y de los beneficios de los productores). La complementariedad hace uso de la teoría de la dualidad y de sus resultados en los problemas de optimización, para así simplificar la presentación de los modelos a través de las denominadas condiciones de holgura complementaria, como veremos en los ejemplos de las secciones 5.1 y 5.2. Con ello se puede conseguir evitar un problema implícito de los modelos de optimización cuando los consumidores son varios y heterogéneos, y surge el problema de la agregabilidad cardinal del bienestar individual en bienestar social.

Otra segunda ventaja consiste en que los problemas de complementariedad, al no presentar directamente funciones de utilidad sino funciones de demanda, evita el problema de la integrabilidad. Este aspecto es todavía más relevante cuando en la estructura del modelo se introducen impuestos y la asignación resultante del modelo no es eficiente (véase Takayama (1985, págs. 234-247).

En tercer lugar, como demuestra Rutherford (1999b), cuando los modelos tienen cierta dimensión e incluyen aspectos como impuestos, rendimientos crecientes de escala o reglas de fijación de precios de competencia imperfecta, el planteamiento como problema de complementariedad presenta ventajas respecto a las propiedades de convergencia hacia el equilibrio. Además, el número de ecuaciones que deben programarse para representar el mismo problema es menor con la complementariedad. Ello puede disminuir la probabilidad de cometer errores de programación. Por ejemplo, en el modelo competitivo estático que proponemos a continuación, el equilibrio del mercado de factor trabajo queda reflejado en la condición de holgura complementaria (3) en el marco de complementariedad. Este equilibrio se refiere tanto a la cantidad de trabajo, como a su renta. Sin embargo, en un marco de optimización suelen aparecer, al menos, dos ecuaciones: al menos una que hace referencia a la renta del factor trabajo, y otra que describe cómo se vacía el mercado en cuanto a cantidades (véase, por ejemplo, el modelo básico de optimización de Shoven y Whalley (1984, págs. 1009-1010). Algunos componentes de estas condiciones de holgura complementaria son equivalentes a las condiciones de primer orden del dual del problema de programación no lineal.

El planteamiento analítico de estos problemas de complementariedad mixta es el siguiente:

$$\begin{aligned} &\text{Dada } f: R^n \rightarrow R^n, \text{ encontrar } z \in R^n \\ &\text{tal que } f(z) \geq 0, z \geq 0 \text{ y } z^T f(z) = 0 \end{aligned}$$

Es decir, dada una función f definida en el espacio R^n , se trata de encontrar un vector z de dimensión n tal que se verifica simultáneamente que $f(z)$ es mayor o igual que cero, z es mayor o igual que cero, y que se satisface la condición de holgura complementaria asociada

a esa función $f(z)$ y a ese vector z , representada por su producto escalar. Esa condición exige que, o bien z sea igual a cero, o bien la función $f(z)$ sea igual a cero.

La denominación como problema de complementariedad mixta se debe a la condición de complementariedad entre funciones y variables, y a la estructura mixta de igualdades ($f(z) = 0, z = 0$) y desigualdades ($f(z) > 0, z > 0$). A continuación vamos a plantear los dos MEGAs estático y dinámico como problemas de complementariedad mixta, a partir de la adaptación que Mathiesen (1985) hizo a un modelo de equilibrio general. En ambos casos, y para que la representación analítica sea más clara, no incluimos al sector público ni al sector exterior. Además en el modelo estático no hay inversión.

5.1. Un MEGA estático

Un MEGA que representa una economía con un consumidor representativo, en la que se produce un bien $Q = Q(L, K)$ que se consume $C = C(p, w, r)$, y donde existen dos factores productivos, trabajo (L) y capital (K), vendría definido por un equilibrio que recogiera el nivel positivo de renta $Y = Y(w, r)$, el nivel de actividad de producción (Q), de precios del bien (p), de rentas del trabajo (w) y del capital (r), todos no negativos, que satisfacen *tres tipos de condiciones de holgura complementaria*: beneficios nulos (ecuación [1]), equilibrio en los mercados del bien, del trabajo y del capital (ecuaciones [2] a [4]) y equilibrio presupuestario del consumidor (ecuación [5]):

$$\begin{aligned}
 Q(wL + rK - pQ) = 0 \text{ tal que} \\
 \text{si } (wL + rK - pQ) > 0 \Rightarrow Q = 0 \\
 \text{si } Q > 0 \Rightarrow wL + rK - pQ = 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 p(Q - C) = 0 \text{ tal que} \\
 \text{si } (Q - C) > 0 \Rightarrow p = 0 \\
 \text{si } p > 0 \Rightarrow Q - C = 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 w(\bar{L} - L) = 0 \text{ tal que} \\
 \text{si } (\bar{L} - L) > 0 \Rightarrow w = 0 \\
 \text{si } w > 0 \Rightarrow \bar{L} - L = 0
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 r(\bar{K} - K) = 0 \text{ tal que} \\
 \text{si } (\bar{K} - K) > 0 \Rightarrow r = 0 \\
 \text{si } r > 0 \Rightarrow \bar{K} - K = 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$Y(pC - w\bar{L} - r\bar{K}) = 0 \text{ tal que se verifica que } Y > 0 \text{ y } pC - w\bar{L} - r\bar{K} = 0 \tag{5}$$

donde \bar{L} y \bar{K} son las dotaciones iniciales de trabajo y capital, respectivamente.

La condición de complementariedad [1] presenta la condición de beneficios nulos de las empresas cuando tiene lugar la actividad económica. La condición de complementariedad [2] expresa que los excesos de demanda del bien son nulos, excepto si los bienes son libres. Las condiciones [3] y [4] muestran el equilibrio en los mercados de factores, incluyendo el

caso de factores libres. Por último, la condición de complementariedad [5] recoge que el consumidor, por el supuesto de no saciabilidad, gasta toda su renta. Esta última es una definición más que una condición de complementariedad.

Como se puede observar, con este planteamiento no existe ninguna variable objetivo que se deba optimizar evitando los posibles problemas que comentábamos previamente. Como resultado del problema se obtienen los precios y los niveles de actividad, que son las variables endógenas del modelo.

5.2. *Un MEGA dinámico*

El marco dinámico puede parecer más adecuado para la simulación de ciertas políticas económicas, aunque esto no se considera un principio general. Los modelos dinámicos requieren la calibración de un mayor número de parámetros y es necesario formular supuestos sobre variables futuras como son la tasa de crecimiento de la economía, la tasa de crecimiento de la población, la tasa de depreciación, la tasa de descuento, y otras. Entre los investigadores que utilizan MEGAs existe un consenso amplio en la aplicación del principio de la «navaja de Occam», que indica que no se deberían incluir en un modelo más supuestos que el mínimo requerido (véase Devarajan y Robinson, 2005). Por esto, para algunas simulaciones podría ser preferible un modelo estático antes que uno dinámico.

La aproximación a los modelos dinámicos de crecimiento es más compleja y abre un abanico de posibilidades dada la variedad de especificaciones dinámicas existentes. La especificación más frecuente en la literatura de MEGAs son los modelos de crecimiento de Ramsey, basados en el modelo de Ramsey (1928) que fue perfeccionado por Cass (1965) y Koopmans (1965)⁴. Tenemos dos formas de plantear el ejercicio en función del supuesto que realicemos sobre el equilibrio de referencia o benchmark equilibrium, cuyos datos numéricos serían los de una MCS. En nuestro caso consideramos situación inicial como una situación de estado estacionario⁵.

Una representación sencilla del modelo de Ramsey consiste en un agente representativo racional de vida infinita, que posee una dotación fija de trabajo en el tiempo (\bar{L}_t) y un stock inicial de capital (\bar{K}_0). En esta economía se produce de forma competitiva un bien $Q_t = Q_t(L_t, K_t)$ en cada periodo t , a partir de factor trabajo (L_t) y factor capital (K_t). En cada periodo t el bien puede ser consumido (C_t) o invertido (I_t). La definición del equilibrio general del modelo se presenta de forma analítica con tres tipos de condiciones de holgura complementaria (los mismos tres tipos que para el modelo estático), pero en este caso son para cada periodo t ⁶.

Las condiciones de beneficios nulos son las ecuaciones [6] a [8]. La condición [6] hace referencia a los beneficios nulos en la producción del bien. La condición [7] establece los

⁴ Una explicación detallada del modelo de Ramsey-Cass-Koopmans puede encontrarse en SALA-I-MARTIN (2000, capítulo 3).

⁵ Si la situación de referencia determinada por la MCS estuviera fuera del estado estacionario, el modelo debería incluir otras ecuaciones adicionales.

⁶ Una derivación detallada de condiciones de complementariedad similares a éstas puede encontrarse en LAU, PAHLKE y RUTHERFORD (2002).

beneficios nulos para la acumulación de capital, y significa que si se adquiere en el momento t una unidad de capital, ésta gana su renta y el resto del capital no depreciado puede ser vendido en el siguiente periodo. La condición [8] muestra los beneficios nulos respecto a la decisión del agente entre inversión o consumo, es decir, no hay beneficios extraordinarios en la toma de decisiones. Estas condiciones son:

$$\begin{aligned} Q_t(w_t L_t + r_t K_t - p_t Q_t) = 0 \text{ tal que} \\ \text{si } (w_t L_t + r_t K_t - p_t Q_t) > 0 \Rightarrow Q_t = 0 \\ \text{si } Q_t > 0 \Rightarrow w_t L_t + r_t K_t - p_t Q_t = 0 \end{aligned} \quad [6]$$

$$\begin{aligned} K_t^S(p_t^K - (1 - \delta)p_{t+1}^K - r_t) = 0 \text{ tal que} \\ \text{si } (p_t^K - (1 - \delta)p_{t+1}^K - r_t) > 0 \Rightarrow K_t^S = 0 \\ \text{si } K_t^S > 0 \Rightarrow (p_t^K - (1 - \delta)p_{t+1}^K - r_t) = 0 \end{aligned} \quad [7]$$

$$\begin{aligned} I_t(p_t - p_{t+1}^K) = 0 \text{ tal que} \\ \text{si } (p_t - p_{t+1}^K) > 0 \Rightarrow I_t = 0 \\ \text{si } I_t > 0 \Rightarrow (p_t - p_{t+1}^K) = 0 \end{aligned} \quad [8]$$

donde la notación es idéntica a la del modelo estático, pero además incluye el subíndice t indicador del periodo de tiempo. El precio del capital en el periodo t es p_t^K , el parámetro δ es la tasa anual de depreciación, y K_t^S es la oferta de capital en el periodo t .

El segundo bloque de condiciones de complementariedad ([9] a [12]), hacen referencia al equilibrio de los mercados. La condición [9] indica el equilibrio en el mercado de bienes, las condiciones [10] y [11] se refieren a los mercados de trabajo y capital, respectivamente. La condición [12] no sería una condición de complementariedad propiamente dicha, sino que se trata de la definición del stock de capital. La representación analítica sería:

$$\begin{aligned} p_t(Q_t - C_t - I_t) = 0 \text{ tal que} \\ \text{si } (Q_t - C_t - I_t) > 0 \Rightarrow p_t = 0 \\ \text{si } p_t > 0 \Rightarrow Q_t - C_t - I_t = 0 \end{aligned} \quad [9]$$

$$\begin{aligned} w_t(\bar{L} - L_t) = 0 \text{ tal que} \\ \text{si } (\bar{L} - L_t) > 0 \Rightarrow w_t = 0 \\ \text{si } w_t > 0 \Rightarrow \bar{L} - L_t = 0 \end{aligned} \quad [10]$$

$$\begin{aligned} r_t(K_t^S - K_t) = 0 \text{ tal que} \\ \text{si } (K_t^S - K_t) > 0 \Rightarrow r_t = 0 \\ \text{si } r_t > 0 \Rightarrow K_t^S - K_t = 0 \end{aligned} \quad [11]$$

$$\begin{aligned} p_{t+1}^K(K_{t+1}^K - (1 - \delta)K_t^S - I_t) = 0 \text{ tal que se verifica que} \\ p_{t+1}^K > 0 \text{ y } (K_{t+1}^S - (1 - \delta)K_t^S - I_t) = 0 \end{aligned} \quad [12]$$

Por último, el tercer bloque de condiciones de complementariedad corresponde a la condición de equilibrio presupuestario del consumidor, reflejada en la condición [13], que es:

$$Y \left(\sum_{t=0}^{\infty} p_t C_t + \sum_{t=0}^{\infty} p_t^K I_t - \sum_{t=0}^{\infty} w_t \bar{L}_t - p_0^K K_0 \right) = 0$$

tal que se verifica que

$$Y > 0 \text{ y } \left(\sum_{t=0}^{\infty} p_t C_t + \sum_{t=0}^{\infty} p_t^K I_t - \sum_{t=0}^{\infty} w_t \bar{L}_t - p_0^K K_0 \right) = 0 \quad [13]$$

La resolución numérica del modelo depende, entre otros aspectos, del tratamiento que se dé al capital en el último período, aspecto habitualmente recogido en los modelos dinámicos en la condición de transversalidad. Este punto se puede abordar conjuntamente con un problema de carácter técnico: la eficiencia en el funcionamiento del algoritmo de resolución del modelo. Esta eficiencia aumenta cuando los modelos tienen un horizonte finito, por lo que este marco temporal sería deseable desde este punto de vista. Sin embargo, hay que tener en cuenta las implicaciones que este cambio impone. Véase, por ejemplo, Sala-i-Martin (2000, págs. 104-107). Lau, Pahlke y Rutherford (2002), analizan este problema y presentan una regla que aprovecha las ventajas del marco de complementariedad mixta para aproximar equilibrios de modelos de crecimiento neoclásico de horizonte infinito. La regla consiste en una formulación de este tipo:

$$\frac{I_T}{I_{T-1}} = \frac{Q_T(L_T, K_T)}{Q_{T-1}(L_{T-1}, K_{T-1})} \quad [14]$$

donde T representa el último periodo. La intuición económica detrás de esta regla es que, en el último periodo, la inversión crece al mismo nivel que la producción (u otra variable cuyas cantidades físicas crezcan a ritmo constante en el modelo, como podría ser el consumo).

Otro tipo de modelos de crecimiento que podemos plantear como MEGAs son los modelos de generaciones solapadas. Para estos modelos nuevamente el formato de complementariedad mixta se presenta como útil. Rasmussen y Rutherford (2004), presentan una introducción a este tipo de modelos, a los que se puede aplicar también la regla de cierre [14] para determinar un horizonte temporal finito.

6. Simulaciones con MEGAs realizadas para España

Desde el trabajo de Kehoe *et al.* (1988), se han realizado una veintena de MEGAs referidos específicamente a la economía española. La Tabla 1 muestra las referencias de estos modelos, junto con sus principales características: la existencia de competencia imperfecta, las características de la MCS utilizada, el nivel de desagregación de los hogares y de los sectores productivos, la base teórica del mercado de trabajo y, por último, una descripción del tipo de simulación efectuada.

Se puede comprobar que una parte importante de los trabajos se ocupa de simular medidas de política fiscal, fundamentalmente dirigidas a dos impuestos: IVA y cotizaciones sociales. Kehoe *et al.* (1988), Kehoe *et al.* (1989), Polo y Sancho (1990), Polo y Sancho (1991), Bajo y Gómez (1999), Gómez (1999b) y Bajo y Gómez (2004) son los trabajos que se englobarían en este bloque⁷. Los modelos que simulan medidas de política comercial forman un

⁷ También FERRI y URIEL (2004) analizan la fiscalidad vinculada al turismo.

CUADRO 1
MEGAS DE LA ECONOMÍA ESPAÑOLA

	Competencia imperfecta	Matriz de Contabilidad Social*	N.º de hogares	N.º de sectores productivos	Mercado de trabajo**	Simulación
<i>Kehoe et al.</i> (1988)	No	1	8	12	2	Reforma fiscal de 1986
<i>Kehoe et al.</i> (1989)	No	1	8	12	2	Reforma fiscal de 1986
<i>Polo y Sancho</i> (1990)	No	1	8	12	2	Reducciones del 30% de cotizaciones sociales e IVA
<i>Polo y Sancho</i> (1991)	No	2	8	12	2	Sustitución de cotizaciones sociales por IVA, e IRPF por IVA
<i>Polo y Sancho</i> (1993a)	No	2	8	12	2	Programa del Mercado Único ex-ante
<i>Polo y Sancho</i> (1993b)	No	2	8	12	2	Potencial de predicción del modelo incluyendo como exógenos shock acacidos
<i>Kehoe et al.</i> (1995)	No	1	8	12	2	Idem. y sensibilidad a reglas de cierre del modelo
<i>Roland-Holst et al.</i> (1995)	Sí	1	1	12	1	Escenarios de liberalización comercial industrial
<i>Ferri</i> (1998)	No	3	12	11	3	Incremento del gasto público en educación
<i>Gómez</i> (1998)	Sí	4	1	11	2	Programa del Mercado Único ex-ante y ex-post
<i>Bajo y Gómez</i> (1999)	Sí	4	1	11	2	Reforma fiscal de 1995
<i>Gómez</i> (1999b)	Sí	4	1	11	2	Sustitución de cotizaciones sociales por IVA
<i>Bajo y Gómez</i> (2000)	Sí	4	1	11	2	Programa del Mercado Único ex-post, y supuestos de tamaño del país
<i>Ferri et al.</i> (2001)	No	3	12	11	2	Legalización de inmigrantes y papel de las remesas
<i>Manresa y Sancho</i> (2001)	No	6	1	22	2	Imposición sobre emisiones de CO ₂ compensadas con cotizaciones sociales
<i>Rodríguez</i> (2003)	No	Propia	1	17	1	Reforma fiscal verde
<i>Bajo y Gómez</i> (2004)	Sí	5	12	11	4	Reducción de cotizaciones sociales por nivel de cualificación
<i>Ferri et al.</i> (2004)	No	3	12	11	2	Movilidad intersectorial de inmigrantes y discriminación salarial
<i>Ferri y Uriel</i> (2004)	No	7	12	13	1	Incremento de impuestos turísticos y de turistas
<i>Bajo y Gómez</i> (2005)	Sí	7	1	13	4	Programa del Mercado Único en servicios y compras públicas
<i>Gómez et al.</i> (2005)	Sí	5	1	16	4	Imposición sobre emisiones de CO ₂ compensadas con cotizaciones sociales

* Matriz de Contabilidad Social utilizada: 1) Año 1980. *Kehoe et al.* (1986). 2) Año 1987. Actualización no publicada de *Kehoe et al.* (1986). 3) Año 1990. *Uriel et al.* (1997). 4) Año 1990. *Uriel et al.* (1997) y *Gómez* (1998). 5) Año 1990. *Uriel et al.* (1997) y *Gómez* (2001). 6) Año 1990. *Manresa y Sancho* (2001). 7) Año 1995. *Uriel et al.* (2005).

** Modelización del mercado de trabajo: 1) Competencia perfecta. 2) Elasticidad del salario real con respecto al desempleo. 3) *Layard-Nickell*. 4) *Matching unemployment*.
FUENTE: Elaboración propia.

segundo bloque. Los modelos que estudian estos cambios de política son los de Polo y Sancho (1993a), Roland-Holst *et al.* (1995), Gómez (1998) y Bajo y Gómez (2000). Un tercer grupo de modelos son los que estudian aspectos de política de mercado de trabajo relacionados con la inmigración. En este grupo lo forman Ferri *et al.* (2001 y 2004). Sobre política medioambiental, ligada con aspectos fiscales, se han realizado tres trabajos: Manresa y Sancho (2001), Rodríguez (2003) y Gómez *et al.* (2005). Un quinto bloque corresponde al trabajo de Ferri (1998) sobre la incidencia del gasto público en la educación. Por último, los trabajos de Polo y Sancho (1993b) y Kehoe *et al.* (1995) muestran el potencial que los MEGAs tienen como herramientas de predicción cuando las simulaciones incorporan shocks que ha podido sufrir la economía (como la variación de los precios del petróleo o los cambios en la productividad sectorial, por ejemplo). En conclusión, queda constatada de una cierta variedad en los temas de política económica estudiados.

Se destacan también otras características relevantes en estos trabajos. En primer lugar, en todos los casos estamos hablando de modelos estáticos. En segundo lugar, todos modelizan a las empresas como competidoras perfectas, pero algunos de ellos, además, modelizan diferentes marcos de competencia imperfecta. Todos estos, salvo Roland-Holst *et al.* (1995), utilizan índices de concentración para todos los sectores económicos. Estos índices han sido estimados por Bajo y Salas (1998) a partir de la información sobre ventas de más de dos millones de empresas españolas, obtenida de las declaraciones fiscales de IVA. Estas empresas incluyen todos los sectores y no únicamente los sectores manufactureros, como se encuentran habitualmente en la literatura.

Otra característica relevante se refiere a las diferentes vías de modelización del mercado de trabajo. Los modelos presentan cuatro tipos de situaciones del mercado de trabajo. La más sencilla corresponde a un mercado de trabajo competitivo, aplicada por Roland-Holst *et al.* (1995). La más utilizada es la que considera la existencia de diferentes relaciones entre salario real y desempleo a través de una elasticidad que reflejaría la rigidez o flexibilidad de los salarios reales con respecto a la tasa de desempleo. A esta elasticidad se le suele otorgar un valor central en función de estimaciones empíricas, y se añaden otros escenarios de mercado de trabajo con salarios reales más rígidos y más flexibles. En tercer lugar, Ferri (1998) presenta una especificación del mercado de trabajo de tipo Layard-Nickell, con salarios que reaccionan ante la existencia de desempleo. Una última vía de modelización es la de Bajo y Gómez (2004) y Gómez *et al.* (2004), que aplican una regla de desempleo de equilibrio fundamentada en la existencia de costes de búsqueda y salarios de reserva.

7. Consideraciones finales

Los modelos de equilibrio general computacional o aplicado son instrumentos de análisis para la simulación de políticas económicas que pueden afectar a un territorio económico. Estos modelos se ubican entre la economía normativa y la econometría y por eso algunos autores los redefinen como «teoría con números». La robustez de los resultados numéricos de estas simulaciones tiene que ser debidamente comprobada, tanto con respecto a los supuestos teóricos empleados, como a las variables numéricas clave utilizadas.

La formulación tradicional de los modelos ha sido a través de modelos de optimización. Sin embargo, en los últimos años varios autores han comenzado a presentar estos modelos

como problemas de complementariedad mixta. Esto implica dos tipos de ventajas: Por un lado, se amplía el campo de los algoritmos de resolución que pueden ser utilizados. Por otro lado, se evitan cierto tipo de problemas que suelen aparecer en los modelos de optimización. En este trabajo se ha presentado el marco teórico de dos modelos (uno estático y otro dinámico) formulados como problemas de complementariedad mixta, dando un paso adelante respecto a la presentación tradicional. El equilibrio general en este formato se basa en tres tipos de condiciones: beneficios nulos de las empresas, equilibrio en los mercados de bienes y factores, y equilibrio presupuestario. Estas condiciones se presentan como condiciones de holgura complementaria entre variables y ecuaciones, con pleno sentido económico.

Por último, hemos mostrado la literatura de los modelos específicamente realizados para la economía española, que abarca una gama variada de problemas. Estudian aspectos de políticas fiscal, comercial, de inmigración, de medio ambiente, de educación, y también sobre el potencial de estos modelos como instrumento de predicción. Por todo ello se señala la importancia que su uso puede tener como herramienta de simulación y de apoyo al diseño de políticas económicas.

Referencias bibliográficas

- [1] BAJO, O. y GÓMEZ, A. (1999): «Efectos de cambios impositivos en un modelo de equilibrio general aplicado», *Revista Asturiana de Economía*, número 15, páginas 23-42.
- [2] BAJO, O. y GÓMEZ, A. (2000): «The Role of Country Size and Returns to Scale in Empirical Assessments of Economic Integration: The Case of Spain». *Documento de Trabajo* n.º 2000/05, Departamento de Economía, Universidad Pública de Navarra, Pamplona.
- [3] BAJO, O. y GÓMEZ, A. (2004): «Reducing social contributions on unskilled labour as a way of fighting unemployment: An empirical evaluation for the case of Spain», *Finanzarchiv*, vol. 60, páginas 160-185.
- [4] BAJO, O. y GÓMEZ, A. [2005]: *Simulating the effects of the European Single Market: A CGE analysis for Spain*, Departamento de Economía, UNiversidad Pública de Navarra, Mimeo.
- [5] BAJO, O. y SALAS, R. (1998): «Índices de concentración para la economía española: Análisis a partir de las fuentes tributarias», *Economía Industrial*, número 320, páginas 101-116.
- [6] BALDWIN, R. E. y FRANCOIS, J.F. (eds.) (1999): *Dynamic Issues in Applied Commercial Policy Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, Mass.
- [7] BALDWIN, R. E. y VENABLES, A. J. (1995): «Regional Economic Integration», en *Handbook of International Economics* (ed. por G. M. Grossman y K. Rogoff), vol. 3, páginas 1597-1644, North-Holland, Amsterdam.
- [8] CASS, D. (1965): «Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation», *Review of Economic Studies*, número 32, páginas 233-240.
- [9] DAWKINS, C.; SRINIVASAN, T. N., y WHALLEY, J. (2001): «Calibration», en *Handbook of Econometrics* (ed. por J. J. Heckman y E. Leamer), vol. 5, páginas 3653-3703, North-Holland, Amsterdam.
- [10] DEARDORFF, A. V. y STERN, R. M. (eds.) (1986): *The Michigan Model of World Production and Trade*, The MIT Press, Cambridge, Mass.

- [11] DEVARAJAN, S. y ROBINSON, S. (2005): «The influence of Computable General Equilibrium Models on Policy», en *Frontiers in Applied General Equilibrium Modelling* (ed. por T. J. Kehoe, T. N. Srinivasan y J. Whalley), páginas 402-428, Cambridge University Press, Cambridge, Mass.
- [12] DIXON, P. B. y PARMENTER, B. R. (1996): «Computable General Equilibrium Modeling for Policy Analysis and Forecasting», en *Handbook of Computational Economics* (ed. por H. M. Amman y D. A. Kendrick), vol. 1, páginas 3-85, North-Holland, Amsterdam.
- [13] DIXON, P. B. y RIMMER, M. T. (2002): *Dynamic General Equilibrium Modelling for Forecasting and Policy*, North-Holland, Amsterdam.
- [14] EUROSTAT (1996): *European system of accounts*, ESA 1995, Bruselas.
- [15] FERNÁNDEZ, M. y POLO, C. (2001): «Una nueva matriz de contabilidad social para España: La SAM-90». *Estadística Española*, número 148, páginas 281-311.
- [16] FERRI, F. J. (1988): *Efectos del gasto público en educación*, Tesis Doctoral, Universidad de Valencia, Valencia.
- [17] FERRI, F. J.; MARTÍN, J. y GÓMEZ, A. (2001): «General Equilibrium Effects of Increasing Immigration: the Case of Spain», *Documento de Trabajo* número 01-02, Departamento de Análisis Económico, Universidad de Valencia, Valencia.
- [18] FERRI, F. J.; MARTÍN, J. y GÓMEZ, A. (2004): «Inmigración internacional y movilidad entre sectores. Una exploración de escenarios alternativos para España», *Información Comercial Española*, número 814, páginas 87-90.
- [19] FERRI, F. J. y URIEL, E. (2004): «Evaluación del impacto económico del turismo: de un modelo keynesiano a un modelo clásico», *Papeles de Economía Española*, núm. 102, págs. 68-90.
- [20] FERRIS, M. C. y SINAPIROMSARAN, K. (2000): «Formulating and solving nonlinear programs as mixed complementarity problems», en *Optimization*, vol. 481, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems (Ed. por V. H. Nguyen, J. J. Strodiot y P. Tossings). Springer-Verlag, Heidelberg.
- [21] GINSBURGH, V. y KEYZER, M. (1997): *The structure of applied general equilibrium models*, The MIT Press, Cambridge, Mass.
- [22] GÓMEZ, A. (1998): *Efectos del Mercado Único europeo sobre la economía española: un análisis a través de un modelo de equilibrio general aplicado*, Tesis Doctoral, Universidad Pública de Navarra, Pamplona.
- [23] GÓMEZ, A. (1999a): «GAMS/MPSGE: Un sistema para la resolución de modelos de equilibrio general aplicado», *Revista de Economía Aplicada*, número 19, páginas 171-183.
- [24] GÓMEZ, A. (1999b): «Efectos de los impuestos a través de un modelo de equilibrio general aplicado para la economía española», *Papeles de Trabajo* número 4/99, Instituto de Estudios Fiscales. Ministerio de Economía y Hacienda.
- [25] GÓMEZ, A. (2001): «Extensiones de la Matriz de Contabilidad Social de España», *Estadística Española*, número 147, páginas 125-163.
- [26] GÓMEZ, A.; KVERNDOKK, S. y FÆHN, T. (2005): «Can a carbon permit system reduce Spanish unemployment?», *Discussion Paper*; núm. 410, Statistics Norway, Research Department, Oslo.
- [27] GOODFRIEND, M. y KING, R. G. (1997): «The New Neoclassical Synthesis and the Role of Monetary Policy». *NBER Macroeconomics Annual 1997* (ed. por B. Bernanke y J. Rotemberg), páginas 231-283, The MIT Press: Cambridge, Mass.

- [28] GUNNING, J. W. y KEYZER, M. A. (1995): «Applied general equilibrium models for policy analysis», en *Handbook of Development Economics* (ed. por J. Behrman y T. N. Srinivasan), vol. 3, páginas 2025-2107, North-Holland, Amsterdam.
- [29] HARRIS, R. G. (1984): «Applied general equilibrium analysis of small open economies with scale economies and imperfect competition», *American Economic Review*, vol. 74, páginas 1016-1032.
- [30] HARRISON, G. W.; HOUGAARD JENSEN, S. E.; HAAGEN PEDERSEN, L.; RUTHERFORD, T. F. (eds.) (2000): *Using Dynamic General Equilibrium Models for Policy Analysis*, North-Holland, Amsterdam.
- [31] HERTEL, T. W.; HORRIDGE, J. M. y PEARSON, K. R. (1992): «Mending the family tree. A reconciliation of the linearization and levels schools of AGE modelling», *Economic Modelling*, vol. 9, páginas 385-407.
- [32] JOHANSEN, L. (1960): *A Multi-sectorial Study of Economic Growth*, North-Holland, Amsterdam.
- [33] KEHOE, T. J.; MANRESA, A.; NOYOLA, P. J.; POLO, C.; SANCHO, F. y SERRAPUCHE, J. (1986): «A Social Accounting System for Spain: 1980», *Documento de Trabajo* 63.86, Departamento de Economía, Universidad Autónoma de Barcelona.
- [34] KEHOE, T. J.; MANRESA, A.; POLO, C. y SANCHO, F. (1989): «Un análisis de equilibrio general de la reforma fiscal de 1986 en España», *Investigaciones Económicas*, número 13, páginas 337-385.
- [35] KEHOE, T. J.; MANRESA, A.; NOYOLA, P. J.; POLO, C. y SANCHO, F. (1988): «A General Equilibrium Analysis of the 1986 Tax Reform in Spain», *European Economic Review*, vol. 32, páginas 334-342.
- [36] KEHOE, T. J.; POLO, C. y SANCHO, F. (1995): «An evaluation of the performance of an applied general equilibrium model of the Spanish economy», *Economic Theory*, vol. 6, páginas 115-141.
- [37] KING, B. B. (1985): «What is a SAM?», en *Social Accounting Matrices. A Basis for Planning* (ed. por G. Pyatt y J. I. Round), páginas 17-51, The World Bank, Washington.
- [38] KOOPMANS, T. C. (1965): «On the concept of optimal economic growth», en *The Econometric Approach to Development Planning*, North Holland, Amsterdam.
- [39] KYNDLAND, F. E. y PRESCOTT, E. C. (1982): «Time to Build and Aggregate Fluctuations», *Econometrica*, vol. 50, páginas 1345-1370.
- [40] LAU, M. I.; PAHLKE, A. y RUTHERFORD, T. F. (2002): «Approximating infinite-horizon models in a complementarity format: a primer in dynamic general equilibrium analysis», *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 26, páginas 577-609.
- [41] MANRESA, A. y SANCHO, F. (2001): «Análisis de una reforma impositiva medioambiental: Implicaciones sobre emisiones de CO₂ y el desempleo en España». Ponencia presentada en el Encuentro «Evaluación de políticas económicas con modelos de equilibrio general aplicado», Universidad Internacional Menéndez Pelayo, Sevilla.
- [42] MANSUR, A. y WHALLEY, J. (1984): «Numerical specification of applied general equilibrium models: estimation, calibration, and data», en *Applied general equilibrium analysis* (ed. por H. E. Scarf y J. B. Shoven), páginas 69-127, Cambridge University Press, Cambridge.
- [43] MATHIESEN, L. (1985): «Computation of economic equilibria by a sequence of linear complementary problems», *Mathematical Programming Study*, vol. 23, páginas 144-162.

- [44] MORILLA, C. R.; CARDENETE, M. A. y LLANES, G. J. (2005). {Estimación anual de matrices de contabilidad social: Aplicación a la economía española para los años 1995 y 1998}, *Estadística Española*, próxima publicación.
- [45] POLO, C. y SANCHO, F. (1990): «Efectos económicos de una reducción de las cuotas empresariales a la Seguridad Social», *Investigaciones Económicas*, número 14, páginas 407-424.
- [46] POLO, C. y SANCHO, F. (1991): «Equivalencia recaudatoria y asignación de recursos: Un análisis de simulación», *Cuadernos Económicos de ICE*, número 48, páginas 239-251.
- [47] POLO, C. y SANCHO, F. (1993a): «An Analysis of Spain's Integration in the EEC», *Journal of Policy Modeling*, vol. 15, páginas 157-178.
- [48] POLO, C. y SANCHO, F. (1993b): «Insights or Forecasts? An Evaluation of a Computable General Equilibrium Model of Spain», *Journal of Forecasting*, vol. 12, páginas 437-448.
- [49] RAMSEY, F. (1928): «A Mathematical Theory of saving», *Economic Journal*, vol. 38, páginas 543-559.
- [50] RASMUSSEN, T. N. y RUTHERFORD, T. F. (2004): «Modeling Overlapping Generations in a Complementarity Format», *Journal of Economic Dynamics & Control*, vol. 28, páginas 1383-1409.
- [51] RODRÍGUEZ, M. E. (2003): «Imposición ambiental y reforma fiscal verde. Ensayos teóricos y aplicados», Tesis Doctoral, Universidad de Vigo, Vigo.
- [52] ROLAND-HOLST, D. W.; POLO, C. y SANCHO, F. (1995): «Trade Liberalization and Industrial Structure in Spain: An Applied General Equilibrium Analysis», *Empirical Economics*, vol. 20, páginas 1-18.
- [53] RUTHERFORD, T. F. (1999a): «Applied general equilibrium modeling with MPSGE as a GAMS subsystem: An overview of the modeling framework and syntax», *Computational Economics*, vol. 14, páginas 1-46.
- [54] RUTHERFORD (1999b): «Sequential Joint Maximization», en John Weyant (ed.), *Energy and Environmental Policy Modeling*, International Series in Operations Research and Management Science, vol. 18, Kluwer, Boston.
- [55] SALA-I-MARTIN, X. (2000): *Apuntes de crecimiento económico*, 2.^a edición, Antoni Bosch Editor, Barcelona.
- [56] SAM LEG (2003): *Handbook on Social Accounting Matrices and Labour Accounts*, Secretariado de EUROSTAT, Luxemburgo.
- [57] SCARF, H. E. (1967): «The approximation of fixed points of a continuous mapping», *SIAM Journal of Applied Mathematics*, vol. 15, páginas 1328-1343.
- [58] SCARF, H. E. (1973): *The Computation of Economic Equilibria*, en colaboración con T. Hansen, Yale University Press, New Haven.
- [59] SCARF, H. E. y SHOVEN, J. B. (eds.) (1984): *Applied general equilibrium analysis*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [60] SHOVEN, J. B. y WHALLEY, J. (1984): «Applied General-Equilibrium Models of Taxation and International Trade: An Introduction and Survey», *Journal of Economic Literature*, vol. XXII, páginas 1007-1051.
- [61] SHOVEN, J. B. y WHALLEY, J. (1992): *Applying General Equilibrium*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [62] TAKAYAMA, A. (1985): *Mathematical Economics*, Second edition. Cambridge University Press, Cambridge.

- [63] THORBECKE, E. (1985): «The Social Accounting Matrix and Consistency-Type Planning Models», en *Social Accounting Matrices. A Basis for Planning* (ed. por G. Pyatt y J. I. Round), páginas 207-256, The World Bank, Washington.
- [64] URIEL, E.; BENEITO, P.; FERRI, F. J. y MOLTÓ, M. L. (1997): *Matriz de Contabilidad Social de España 1990 (MCS-90)*, Instituto Nacional de Estadística e Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, Madrid.
- [65] URIEL, E.; FERRI, F. J. y MOLTÓ, M. L. (2005a): «Estimación de una matriz de contabilidad social de 1995 para España (MCS-95)», *Estadística Española*, número 158, páginas 5-54.
- [66] URIEL, E.; FERRI, F. J. y MOLTÓ, M. L. (2005b): «Estimation of an extended SAM, with household production for Spain 1995», *Economic Systems Research*, de próxima publicación.
- [67] WOODFORD, M. (2004): «Revolution and Evolution in Twentieth-Century Macroeconomics», de próxima aparición en *Frontiers of the Mind in the Twenty-First Century* (ed. por P. Gifford), Harvard University Press, Cambridge, Mass.

