

Inflación secular, acumulación de capital y bienestar*

Samuel Gil Martín

Departamento de Análisis Económico II
UNED

Resumen

El presente trabajo desarrolla un modelo monetario de equilibrio general dinámico en el que la distribución de la riqueza se determina endógenamente, e isofórmico al modelo descrito por Friedman (1969), para justificar la regla de interés nominal cero. Se demuestra que tanto la dicotomía clásica, postulada tácitamente por el propio Friedman, como la optimalidad de la regla de interés cero dejan de mantenerse: tasas de inflación muy bajas producen, a través de efectos distributivos, efectos negativos sobre el proceso de acumulación de capital y sobre el bienestar social.

Palabras clave: dicotomía clásica, acumulación de capital, regla de Friedman, distribución de la riqueza.

Clasificación JEL: E22, E31, E40.

Abstract

This article presents a dynamic general equilibrium model where wealth distribution is endogenously distributed. Such model is isomorphic to that analyzed by Friedman (1969) on proving his well-known zero-interest rule. We prove that idiosyncratic risk brings about mutual dependence between markets of mutual funds and money, so that the classical dichotomy, postulated by Friedman (1969) himself does not longer hold: very low inflation rates are detrimental to capital accumulation as well as social welfare.

Keywords: idiosyncratic risk, capital accumulation, Friedman rule, distribution of wealth.

JEL Classification JEL: E22, E31, E40.

1. Introducción

Son innumerables los trabajos teóricos enmarcados dentro del paradigma neoclásico que, de un modo tácito o expreso, han confirmado o postulado la dicotomía clásica. De acuerdo con este principio, el equilibrio en los mercados de fondos prestables y de dinero se determina independientemente, de modo que la tasa de inflación no tendría consecuencias reales en el largo plazo. Como apuntan Gurley y Shaw (1960), sólo relajando el supuesto de flexibilidad perfecta en el nivel de precios, o bien incorporando efectos distributivos asociados a distintos niveles de inflación secular se puede alterar la proposición de neutralidad. El primer caso ha sido ampliamente abordado en la literatura neokeynesiana¹. El último ha sido soslayado muy a menudo por la literatura bajo la presunción de que el margen de maniobra de las autoridades monetarias para controlar la distribución de la riqueza es marginal, tal y como señala Erosa y Ventura (2004). En este trabajo abordamos un análisis del efecto sobre

* El autor agradece los comentarios de sus supervisores los Drs. R. Waldmann, R. Farmer y O. Licandro, así como de los Drs. V. V. Chari, R. Marimon, H. Uhlig, J. M.^a Labeaga y un evaluador anónimo. Los posibles errores son de su entera responsabilidad.

Fecha de esta versión: mayo de 2004.

¹ La presencia de incertidumbre, costes de información, de mercados de capital incompletos, ofrecen argumentos microeconómicos para el ajuste nominal incompleto.

el bienestar y sobre el proceso de formación de capital físico en un modelo dinámico de equilibrio general gobernado por una fuente de incertidumbre idiosincrásica que determina endógenamente la distribución de la riqueza. El modelo analizado es similar al presentado por Friedman (1969) y se trata de una extensión al modelo de agente representativo de Sidrauski (1969). El primero de estos trabajos demuestra científicamente la validez de la regla de Friedman, según la cual las autoridades monetarias deben reducir a cero el tipo de interés nominal, dado que esta variable no es sino el coste de oportunidad de mantener saldos reales en la cartera, dicha regla establece que el beneficio social asociado a la regla de interés cero, derivado de la tecnología de transacciones imperante, iguala en el margen al coste marginal asociado a la producción de dinero fiduciario (cero), estableciéndose en consecuencia un óptimo social. Sidrauski (1969), por su parte, establece la dicotomía clásica en su versión más moderna a partir de un modelo neoclásico en la que los individuos toman su decisiones de consumo y composición de cartera endógenamente.

Más recientemente, Krussell y Smith (1998), han legitimado indirectamente el paradigma clásico, demostrando la robustez del enfoque de agente representativo en el modelo neoclásico de crecimiento por medio de un ejercicio numérico que muestra cómo los agregados de la economía son explicados fundamentalmente por los primeros momentos de la distribución de la riqueza. Con la incorporación del dinero, demostramos colateralmente que dicha proposición deja de mantenerse a medida que la tasa de inflación secular se aproxima a su cota mínima, como sería el caso de la economía japonesa durante los últimos años². En dichas circunstancias, como se verá a continuación, la inflación favorece la acumulación de capital a través de un efecto de sustitución de cartera. Dicho efecto se invierte a medida que la tasa de inflación alcanza valores suficientemente altos. El efecto sobre el bienestar es similar, a primera vista, la consideración de la distribución de la riqueza en nuestro marco de análisis parece desaconsejar tanto la puesta en práctica de políticas de demanda estrictamente contractivas como de signo contrario.

Este trabajo está organizado del siguiente modo: en la sección 2 se describe la economía poniendo el acento en los consumidores, ya que es éste el grupo de individuos que exige una mayor atención para comprender en detalle la naturaleza de los modelos de distribución de la riqueza endógena objeto de estudio; en la sección 3 se define el equilibrio general como una ecuación en diferencias cuya variable de estado es la distribución de la riqueza de los consumidores; la sección 4 analiza la relación entre acumulación de capital e inflación; la sección 5 discute las razones por las cuales la regla de Friedman no es óptima, y la sección 6 concluye.

2. La economía

La economía que nos ocupa está poblada por los consumidores, una empresa representativa que opera en un contexto neoclásico, y una autoridad monetaria que determina la tasa

² En una conferencia leída por un alto directivo de Japón recientemente, éste advertía sobre el hecho de que un banco central entrampado en una regla de interés cero no puede salir voluntariamente de dicha situación, hecho que por desgracia no puede ser explicado por el modelo expuesto aquí. Como veremos, para ello se hace necesario una especificación más adecuada de la instrumentación real de la política monetaria que no contempla el modelo neoclásico canónico.

de inflación a largo plazo, que, por hipótesis, no está sujeta a problemas de inconsistencia temporal. La empresa y el banco central proveen de activos, acciones y moneda, respectivamente, al público como contrapartida por sus ahorros³. Se centrará, por tanto, el presente análisis en los efectos de políticas monetarias alternativas sobre las familias, sin perjuicio de que existan mecanismos a tener en cuenta sobre las empresas en contextos de racionamiento de crédito analizados entre otros por Stiglitz y Weiss (1981). No obstante, el análisis de bienestar resulta en nuestro caso más sencillo y muchos de los mecanismos que podrían entrar en juego a través del sector productivo pueden ser capturados por medio de la especificación de un público formado por familias en un contexto de incertidumbre idiosincrásica: puede darse, por ejemplo, que ante una rebaja de los tipos de interés suficientemente por debajo de un cierto umbral, los bancos se vean obligados a racionar crédito provocando la quiebra de empresas escasas de recursos propios⁴. Esta reestructuración del tejido productivo podría tener como contrapartida, una situación en la que parte de las familias se enfrentaran a restricciones de liquidez.

Supongamos la existencia de un continuo de consumidores que ofrecen sus recursos (trabajo y parte del ahorro) a las empresas. El horizonte temporal es infinito y el tiempo, t ; discreto. Cada período, los consumidores están sujetos a una fuente de incertidumbre que se materializa en sus unidades de eficiencia en el trabajo. Dado que ésta es la única fuente de incertidumbre postulada, la ley de los grandes números⁵ garantiza que la economía a nivel agregado se desarrolla sin incertidumbre; numerosos análisis empíricos y la propia observación evidencian que el nivel de incertidumbre a nivel micro es mayor que a nivel agregado. El tamaño de la población, y por tanto el trabajo agregado⁶, es normalizado a 1. La cartera de los consumidores está formada por dinero emitido por el banco central, y acciones emitidas por la empresa representativa que proporcionan unos dividendos a una tasa r . El dinero nominal es emitido a una tasa de crecimiento constante, $M_{t+1}^S = \sigma M_t^S$, $M_0^S > 0$.

En el presente estudio se examinarán economías en las que el dinero es dominado por las acciones en términos de rendimiento. Aquél formará parte de la cartera del público debido a su papel adicional como medio de transacción. Ambos activos constituyen los únicos instrumentos para armonizar la senda de consumo individual, bajo un contexto de incertidumbre, en aras de un máximo bienestar. Los ingresos por señoría son uniformemente distribuidos entre el público. Este supuesto, aun pareciendo extremo, garantiza que la tasa de rendimiento percibida por los consumidores, iguala al opuesto de la tasa de inflación.

La empresa, por su parte, lleva a cabo su actividad productiva por medio del trabajo y del capital ofrecidos por las familias. Se supone que dicha empresa opera en un contexto perfectamente competitivo tanto del lado de la oferta, con precios perfectamente flexibles, y de la demanda de factores, de suerte que el salario real y el tipo de interés igualarán en equili-

³ Se puede pensar que las familias que ceden una unidad de consumo a las empresas reciben como contrapartida una participación de la empresa que ofrece un rendimiento perfectamente anticipado por la empresa. Alternativamente, puede pensarse en que las familias alquilan el capital a las empresas. Cualquiera de los dos escenarios es equivalente.

⁴ Durante los años ochenta hubo empresarios que se vieron obligados a firmar personalmente ante algunos bancos a fin de obtener créditos para sus sociedades anónimas.

⁵ La ley de los grandes números en conjuntos continuos conlleva a un problema matemático que fue subsanado por JUDD (1985).

⁶ El ocio no forma parte del argumento de la función de utilidad y por tanto la oferta de trabajo es perfectamente inelástica. Este supuesto no influye sustancialmente en los resultados obtenidos.

brio la productividades marginales de sus respectivos factores. La función de producción, $F(K, L)$, satisface las condiciones de regularidad e Inada usuales. Como la oferta de trabajo está fijada exógenamente y normalizada a la unidad, podemos definir la *función de producción neta per capita* del siguiente modo:

$$f(K) = F(K, 1) - \delta K$$

donde $0 \leq \delta \leq 1$ denota la tasa de depreciación, y K es el nivel de capital agregado. El tipo de interés y los salarios reales se relacionan con el nivel de capital agregado de acuerdo con las relaciones

$$r = f'(K) \quad [2.1]$$

$$w = f(K) - Kf'(K) - Kf'(K) \equiv \omega(K) \quad [2.2]$$

2.1. Consumidores

Cada consumidor maximiza la siguiente función de utilidad:

$$(1 - \beta) \mathbf{E} \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (u(c_t) + \beta \varphi(b_{t+1})) \right] \quad [2.3]$$

$$0 < \beta < 1$$

donde c denota consumo, por hipótesis percedero, en términos reales; b representa los saldos reales disponible para transacciones, y $\mathbf{E}$ es operador esperanza. En lo sucesivo será útil introducir la siguiente notación:

$$b = \frac{mp}{1 + \pi} \quad m' = \frac{M'}{p} \quad \pi' = \frac{p' - p}{p}$$

donde el superíndice «'» representa el operador de adelanto, p es el nivel de precios y π la tasa de inflación.

El factor de descuento, β , y la función de utilidad contemporánea son idénticos para todos los individuos; esta última satisface los siguientes supuestos.

A1 u, φ son dos veces continuamente diferenciables y estrictamente cóncava. Además,

$$\lim_{c \rightarrow 0} u'(c) = \lim_{b \rightarrow 0} \varphi'(b) = \infty$$

$$\lim_{c \rightarrow \infty} u'(c) = \lim_{b \rightarrow \infty} \varphi'(b) = 0$$

A2 u tiene exponente asintótico finito y el bien de consumo domina asintóticamente al dinero en términos de utilidad marginal. Formalmente,

$$\lim_{c \rightarrow \infty} - \frac{\ln u'(c)}{\ln c} \in (1, \infty) \quad [A2.a]$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} - \frac{\varphi'(x)}{u'(x)} \downarrow 0 \quad [A2.a]$$

El exponente de una función de utilidad no es sino el coeficiente de aversión relativa al riesgo. Como han mostrado los trabajos teóricos de Schechtman (1976), Schechtman y Escudero (1977) y Sotomayor (1984), el supuesto [A2.a] basta para garantizar que para tipos de interés estrictamente inferiores a la tasa de descuento ($r < \beta^{-1} - 1$) la riqueza se mantenga en valores finitos. El supuesto [A2.a] excluye la posibilidad de que los consumidores reaccionen marginalmente ante cambios en los procesos que rigen la incertidumbre cuando su riqueza es suficientemente alta. Este es el caso, por ejemplo, de las funciones de utilidad exponenciales. Obviamente, la clase de funciones con elasticidad intertemporal constante satisface el supuesto [A2.a]. Para dicha clase de funciones, si u y φ tienen coeficientes de aversión relativa al riesgo ν_u y ν_φ , el supuesto [A2.b] implica que $\nu_u < \nu_\varphi$. Como se verá más adelante, la demanda individual de saldos reales, de capital y de consumo serán función del nivel de riqueza. Dicho supuesto garantiza que la ratio de saldos reales con respecto al consumo y a la oferta de capital divergen a infinito a medida que la riqueza hace lo propio⁷. Además, dado que los individuos relativamente pobres mantendrán un nivel alto de saldos reales, el impuesto inflacionario es, de acuerdo con la tecnología de transacciones implícita en el modelo, de naturaleza regresiva. Los individuos con un nivel bajo de saldos reales, sufren una utilidad marginal muy alta independientemente de su nivel de consumo, de suerte que la tecnología de transacciones especificada, aunque no interaccione de modo expreso con la actividad productiva, indica que en ausencia de saldos reales no es posible asignar e-cientemente los recursos generados en el proceso productivo.

La restricción presupuestaria de los consumidores viene dada por la siguiente ecuación de balance:

$$\begin{aligned} c_0 + m_1 + k_1 &= x_0 \text{ (dado)} \\ c + m' + k' &= m(1 + \pi)^{-1} + k(1 + r) + \theta\omega + \tau = x \\ \tau &= (\sigma - 1) \frac{M^S}{p} \equiv (\sigma - 1)m^S(1 + \pi)^{-1} \\ m, k &\geq 0 \end{aligned} \quad [2.4]$$

donde m^S es la oferta monetaria corregida por el nivel de precios: nótese que se supone que los ingresos por señoría se distribuyen al público uniformemente. Así, τ representa los impuestos o subsidios de acuerdo con que σ sea menor o mayor que uno respectivamente. El nivel de recursos totales iguala al lado derecho de la ecuación [2.4]. Comoquiera que en tiempo continuo, x se corresponde con la riqueza, en lo sucesivo nos referiremos a x como tal a pesar de que en la especificación en tiempo discreto ésta incorpora el flujo de rentas netas de impuestos procedentes del trabajo y del patrimonio. La variable k es el capital, virtualmente no se trata sino de bienes de consumo alquilados a la empresa a una tasa r por unidad de tiempo. El hecho de que la composición de cartera esté acotada por cero significa que el banco central emite monopolísticamente el dinero en circulación, y que las familias no pueden emitir deuda entre sí. Por otra parte, dado que la capacidad máxima de endeuda-

⁷ Esta propiedad corrobora la escasa evidencia que disponemos al respecto: véanse WOLFF (1983), AVERY *et al.* (1987), entre otros.

miento compatible con la existencia de equilibrio no debe superar en ningún caso el valor presente del flujo de rentas garantizadas mínimas, θr^{-1} , la restricción $k \geq 0$ no altera los resultados presentados en este trabajo, si, como supondremos en la sección 5, θ toma un valor suficientemente pequeño⁸.

La variable θ denota las unidades de eficiencia individuales. Se supone que pertenece a un intervalo compacto $\Theta = [\underline{\theta}, \bar{\theta}] \subset R$, con $\underline{\theta} > 0$. Además, supondremos que la sucesión θ_t sigue un ruido blanco⁹ con probabilidad ψ , y tiene un carácter *idiosincrásico*, es decir, las perturbaciones no están correlacionadas entre los distintos consumidores¹⁰.

Como se verá a continuación, el problema de maximización del consumidor se puede establecer de un modo *recursivo* si se supone que los individuos forman sus expectativas racionalmente y toman la tasa de interés de los activos que forman la cartera, así como los impuestos a pagar o subsidios recibidos como parámetros. Si se supone que los individuos conocen el modelo que determina la evolución de la economía, además, dicha senda futura de impuestos (tasas), tipo de interés real e inflación será perfectamente anticipada debido a que la economía agregada evoluciona por hipótesis sin incertidumbre. Dichas variables determinan el proceso (estocástico) de acumulación de riqueza. La posición de un individuo en cada período queda así descrito por la cantidad total de recursos disponible para el consumo, x . Si se denomina a la sucesión futura de tasas de inflación y tipos de interés, ambos *brutos*, como $z_t ((1 + \pi_{t+s})^{-1}, 1 + r_{t+s})$, la función de consumo, y composición de cartera son funciones $c(x, z)$, $m(x, z)$ y $k(x, z)$ ¹¹. El proceso de acumulación de riqueza individual sigue, de acuerdo con [2.4] la pauta marcada por la ecuación

$$x_{t+1} = L(x_t, z_t) + \theta_t w_t + \tau_t$$

donde $L(\cdot) = m(\cdot)(1 + \pi_t)^{-1} + k(\cdot)(1 + r_t)$. En términos más rigurosos, nótese que dada una estrategia $a = (m', k')$, la riqueza futura será $x' = m(1 + \pi_t)^{-1} + k(1 + r_t) + \theta w + \tau$. El problema de maximización de [2.3] sujeto a [2.4] puede ser escrito de forma recursiva a través de la ecuación de Bellman siguiente:

$$v(x, z) = \max_{a \geq 0} \{u_0(a, x, z) + \beta \int v(a \cdot z + \theta w + \tau, z) \psi(d\theta)\} \quad [2.5]$$

donde u_0 es la utilidad instantánea expresada en función de la acción emprendida a , es decir, $u_0(a, x, z) \equiv u(x - a^+) + \beta \psi(b)$ con $a^+ = m' + k'$. En Hernández-Lerma y Lesserre (1996), se

⁸ Este supuesto, conjuntamente con la propiedad de Inada $u'(0) = \infty$; son esenciales para llegar al resultado de no optimalidad de la regla de Friedman, y propone una vía alternativa a la presentada en BEWLEY (1983), para soslayar el problema de no existencia de equilibrio.

⁹ En realidad, el supuesto esencial consiste en dotar al proceso θ de un carácter *mixto*: dada una condición inicial arbitraria, cualquier estado futuro en el largo plazo es posible con probabilidad positiva (véase HUGGETT, 1995, para una formalización de esta idea).

¹⁰ El teorema de extensión de Kolmogorov nos permite definir un espacio infinito de probabilidad $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ dotado de un filtro $\mathcal{F}_t$, donde cada elemento de Ω representa una sucesión θ_t . De esta manera, P no es sino la medida de probabilidad inferida a partir de ψ . El operador esperanza E en [2.3] se infiere a partir de la distribución P . El lector interesado puede consultar DOOB (1953).

¹¹ Los tipos de interés y la tasa de inflación determinan el nivel de subsidios (o impuestos) así como el salario real, de tal suerte que z determina el conjunto de parámetros necesarios para determinar el proceso de acumulación de riqueza y, en consecuencia, para computar la estrategia óptima haciendo uso de toda la información (filtrada en el tiempo) disponible.

demuestra que la ecuación funcional [2.5] tiene una única solución y por lo tanto las funciones óptimas c , m , k están bien definidas y son *continuas*. A continuación se propone caracterizar las funciones de decisión óptimas a través de las ecuaciones de Euler. Estas funciones constituyen un ingrediente esencial del proceso que determina la evolución de la distribución de la riqueza. Previamente conviene tener presente el problema de no existencia de equilibrio (para tasas de inflación suficientemente cercanas a la tasa de descuento) puesto de manifiesto por Bewley (1983), en un contexto similar al nuestro. Este problema vació de contenido la regla de Friedman en el contexto estudiado por el propio Friedman para justificarla. El presente trabajo recupera la validez científica de dicha regla.

2.2. Implementabilidad de tasas de inflación negativas

Como ya apuntó Bewley (1983), con tasas de inflación negativas el público se puede ver obligado a mantener suficientes recursos en la cartera a fin de pagar los impuestos futuros en el caso de una eventual racha adversa de perturbaciones. Por tanto, la existencia de equilibrio requiere que la distribución inicial de la riqueza debe ser lo suficientemente igualitaria para garantizar que *todos* (a excepción, tal vez, de un conjunto de P -medida cero) los consumidores podrán hacerse cargo de sus obligaciones futuras. Así, dada una *distribución inicial* de la riqueza, decimos que una tasa de inflación negativa es *implementable* siempre que todos los individuos puedan permitirse el pago del valor presente del flujo de responsabilidades fiscales futuras. El supuesto A1 garantiza que el impago no constituye nunca una estrategia óptima, dado que procura una utilidad marginal infinita (en tiempo finito, el consumo será nulo con probabilidad 1). Este supuesto está ausente en el análisis de Bewley, de modo que se requeriría una condición de compatibilidad de incentivos a fin de dotar a la regla de Friedman de un sentido epistemológico adecuado. La condición de compatibilidad de incentivos que hemos propuesto tiene una interpretación económica sustancial, a pesar de su simplicidad conceptual: el resultado de no optimalidad de la regla de Friedman descansa en el supuesto de que, a pesar de todos los esfuerzos institucionales y fiscales por redistribuir la renta, siempre quedará un remanente de individuos cuyo riesgo de caer en una trampa de pobreza es positivo (aun siendo posiblemente pequeño). A fin de formalizar esta idea conviene reescribir la restricción presupuestaria [2.4] en términos del diferencial de saldos reales en relación a la media (y):

$$c_0 + y_1 + k_1 = \hat{x}_0$$

$$c_t + y_{t+1} + k_{t+1} = y_t(1 + \pi_t)^{-1} + k_t(1 + r_t) + \theta w_t = \hat{x}_t$$

donde se supone que $z_t = ((1 + \pi_{t+s})^{-1}, 1 + r_{t+s})$ converge al estado estacionario $(\sigma^{-1}, 1 + r_\sigma)^{12}$. La distribución de la riqueza μ_t se puede así establecer en función de $\hat{x}$ en vez de x a través de un trivial cambio de origen de magnitud m^S .

¹² En GIL MARTÍN (2003), se justifica formalmente la estabilidad asintótica del estado estacionario para $\sigma > \beta$.

La condición de implementabilidad se puede establecer formalmente como la existencia de un plan

$$\{(\underline{y}_{t+1}, \underline{k}_{t+1})\}_{t=0}^{\infty} \quad [2.6]$$

tal que, para cada y con la posible excepción de un conjunto de P -medida cero.

$$\begin{aligned} & \hat{x}_0 + \sum_{n=1}^t \theta_n w_n \prod_{j=1}^n (1 + r_j)^{-1} \\ & \geq \sum_{n=1}^t \frac{i_t y_j}{1 + i_t} \prod_{j=1}^n (1 + r_j)^{-1} + \prod_{n=1}^n (1 + r_n)^{-1} (\underline{y}_{t+1} + \underline{k}_{t+1}) \end{aligned} \quad [2.7]$$

En [2.7] i_t es el tipo de interés nominal¹³. La ecuación [2.7] incorpora el coste de oportunidad de mantener dinero en el bolsillo, directamente relacionado con el tipo de interés nominal. Dicha ecuación establece que el valor presente del flujo garantizado de renta más el valor de la riqueza inicial debe ser mayor o igual que el valor descontado presente del coste de mantener dinero en la cartera más el valor presente de la cartera de acuerdo con el plan [2.6] en fecha t . En estado estacionario, esta condición se reduce en términos de la discrepancia de saldos reales con respecto a la media.

$$m - m^S \geq - \frac{\theta w_{\sigma} \sigma}{1 + \sigma} \quad [2.8]$$

donde el subíndice σ indica valores de una variable en estado estacionario asociado a una tasas de crecimiento de saldos nominales σ . El lado derecho de [2.8] es el valor presente de las rentas garantizadas corregidas por el tipo de interés real del dinero¹⁴. Así, [2.8] establece que los saldos reales no deben diferir con respecto a la media por encima de la cota marcada por el lado derecho de [2.8]. Dicho nivel es el umbral crítico que garantiza un nivel de consumo futuro estrictamente positivo (con probabilidad 1).

2.3. Ecuaciones de Euler y propiedades de las reglas de decisión

En esta sección, y en particular a lo largo de todo el análisis, supodremos que los tipos de interés de los activos están asintóticamente acotados por la tasa de descuento: $\lim z_t = z \in Z$

$$Z \equiv \{z = (\sigma^{-1}, 1 + r) \in R^2 : \sigma^{-1} \leq 1 + r \leq \beta^{-1}\}$$

pues, a partir de los estudios microeconómicos de Schechtman y Escudero (1977) y Sotomayor (1984), cuando la tasa de interés de un activo alcanza, con carácter permanente, la tasa de descuento, la riqueza individual diverge a infinito con probabilidad 1, hecho incompatible con la existencia de equilibrio.

¹³ Esto es: $1 + i = (1 + r)(1 + \pi)$.

¹⁴ Ya que éste es: $1 - \sigma/\sigma$.

Las ecuaciones de Euler asociadas a la ecuación [2.5] son las siguientes¹⁵:

$$u'(c(x)) \geq \beta(1 + \pi)^{-1}(\varphi'(b(x)) + \int u'(c(L(x) + \theta w + \tau))d\psi) \quad [2.9]$$

$$u'(c(x)) \geq \beta(1 + r) \int u'(c(L(x) + \theta w + \tau))d\psi \quad [2.10]$$

La ecuación [2.10] se cumple con igualdad cuando $k(x) > 0$: Dicha ecuación es la ecuación de Euler asociada al capital; su lado derecho consiste en el flujo de utilidades futuras asociadas un aumento marginal del capital en detrimento del consumo, mientras que el lado izquierdo representa el beneficio marginal presente derivado de una unidad adicional de consumo a costa del ahorro. La ecuación [2.9] se interpreta en términos análogos. La ecuación [2.9] se cumple con igualdad si la restricción [2.7] se cumple con desigualdad estricta. Obviamente, cuando $\sigma \geq 1$, [2.9] se mantiene *siempre* con igualdad, ya que no hay impuestos futuros que pagar y además por hipótesis $\lim_{b \rightarrow 0} \varphi'(b) = \infty$.

En Gil Martín (2003), se demuestran las siguientes proposiciones que caracterizan las reglas óptimas de decisión.

Proposición 2.1. *Bajo los supuestos A1, A2, con $z \in \text{int } Z$ ¹⁶:*

1. *Las funciones $c(x, z)$, $m(x, z)$, $k(x, z)$ son continuas en su dominio.*
2. *c , m , k son estrictamente crecientes en su primer argumento (riqueza) cuando [2.9] y [2.10] se mantienen con igualdad.*
3. *La propensión marginal a consumir está acotada entre cero y uno, es decir¹⁷*

$$0 \leq \frac{\partial c(x, z)}{\partial x} \leq 1$$

$$0 \leq \frac{\partial m(x, z)}{\partial x}, \frac{\partial k(x, z)}{\partial x} \leq 1$$

La siguiente proposición establece que las relaciones entre dinero y capital y dinero y consumo tienden a cero a medida que la riqueza diverge, hecho compatible con la perspectiva comúnmente aceptada según la cual la inflación constituye un impuesto regresivo. Nos hemos colocado, pues, en la posición más favorable para confirmar la regla de Friedman. Además, el supuesto de que la utilidad proporcionada por los saldos reales proporcionan se satura con mayor velocidad que la relativa al consumo (supuesto A.2.b) responde a la tecnología de transacciones ideada por Friedman, que este autor establece en términos del riesgo inherente a mantener cantidades demasiado altas de efectivo en el bolsillo por pérdida o robo (*rubbery cost*).

¹⁵ En lo sucesivo omitiremos la dependencia explícita de las reglas de política con z .

¹⁶ Denotamos por $\text{int } A$ el interior del conjunto A .

¹⁷ Notar que toda función creciente es derivable en casi todos sus puntos.

Proposición 2.2. *Las siguientes igualdades se cumplen bajo los supuestos A1, A2 con $z \in \text{int } Z$:*

$$\lim_{x \rightarrow \infty} c(x, z) = \lim_{x \rightarrow \infty} m(x, z) = \lim_{x \rightarrow \infty} k(x, z) = \infty \quad [2.11]$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{m(x, z)}{c(x, z)} = 0 \quad [2.12]$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{m(x, z)}{c(x, z)} \right) = 0 \quad [2.13]$$

3. Equilibrio monetario competitivo

Comenzamos definiendo un equilibrio estacionario con expectativas racionales.

Definición 3.1. *Un equilibrio estacionario con expectativas racionales es un conjunto $(m_\sigma, k_\sigma, v_\sigma, z_\sigma)$ de reglas de decisión óptimas función de valor y rendimiento constante de activos $\in \text{int } Z$ tales que:*

1. *La regla de decisión del consumidor es óptima dada la función de valor, y ésta resuelve la ecuación de Bellman [2.5].*
2. $z_\sigma = (\sigma^{-1}, 1 + r_\sigma)$, y $r_\sigma = f'(\int k_\sigma d\mu_\sigma)$
3. *Los mercados se vacían*

$$\int c_\sigma d\mu_\sigma = f(\int k_\sigma d\mu_\sigma)$$

$$\int \theta d\psi = 1$$

4. *El presupuesto del gobierno está en equilibrio:*

$$\tau_\sigma = \frac{(\sigma - 1)}{\sigma} \int m_\sigma d\mu_\sigma$$

5. *La riqueza de los consumidores es una variable aleatoria cuya distribución permanece constante:*

$$\mu_\sigma(A) = \int H_z(x, A) \mu_\sigma(dx)$$

donde $A \in B(R_+)$, $B(R_+)$ representa el sigma álgebra de Borel en

$$R_+, B = \{ \theta: L_\sigma(x) + \theta w_\sigma + \tau_\sigma \in A \}, \text{ y } H_\sigma(x, A) = \psi(B)$$

La hipótesis de las expectativas racionales está incorporada en la definición, porque las familias interiorizan tipos de interés e inflación a la hora de diseñar sus estrategias óptimas de acuerdo con sus valores efectivos. Las dos primeras condiciones establecen que los indi-

viduos son racionales. La tercera establece que los mercados de bienes y de trabajo se hallan en equilibrio: la condición de equilibrio en el mercado de dinero está garantizada por la ley de Walras. La cuarta condición representa el balance presupuestario del banco central, y la quinta no es sino el requerimiento de estacionariedad de la economía a nivel agregado.

La existencia de equilibrio estacionario puede ser justificada mediante las siguientes figuras. La Figura 1 representa el equilibrio en el mercado de dinero. La demanda neta de saldos reales, parametrizada por el tipo de interés real, está acotada por la curva $-\theta\sigma/1 - \sigma$ (condición de implementabilidad). Además, sabemos que a medida que el tipo de interés del dinero converge a la tasa de descuento intertemporal, la demanda de activos diverge a infinito. Se observa así que para cada tipo de interés se puede establecer una relación entre demanda agregada de dinero y tasa de inflación en equilibrio¹⁸. El equilibrio en el mercado de fondos prestables está representado en la Figura 2. El punto de corte de la demanda de capital con la tasa de descuento se corresponde con el equilibrio en un contexto de agente representativo, y, al igual que en Aiyagari (1994), la diferencia entre el nivel agregado de capital en estado estacionario y el nivel correspondiente al modelo con agente representativo, se interpreta como ahorros por motivo de precaución. La presencia de ahorros por motivos de precaución no depende, en contraste con la literatura de ciclo de negocio, del signo de la tercera derivada de la función de utilidad. Nótese que la curva de demanda de dinero y, por tanto, cada punto de equilibrio E_r está parametrizado por el tipo de interés. En el mercado de capital, el equilibrio E_σ está parametrizado por la tasa de inflación, pues para cada tasa de inflación se corresponde con un régimen fiscal, responsable último del cambio en los patrones de consumo y ahorro a través de la relación [5.1]. En equilibrio competitivo, por definición, la tasa de inflación, correspondiente a E_r en el mercado de dinero, coincide con la tasa implícita en E_σ en el mercado de capital, y *viceversa* *m m*. El equilibrio no es necesariamente único, debido a la disyuntiva entre salarios y tipos de interés, que genera una relación ambigua entre riqueza y tipos de interés. El teorema de punto fijo de Schauder¹⁹ garantiza la existencia de al menos un equilibrio competitivo estacionario. Para tasas de inflación suficientemente cercanas a la regla de Friedman, la demanda de activos es muy elástica y por tanto se hace monótona, garantizando la unicidad de equilibrio.

¹⁸ En realidad, esta relación puede no ser única ya que la demanda de saldos reales no es necesariamente una función creciente del tipo de interés devengado por el dinero. Una bajada de la tasa de inflación tiene un efecto ambiguo sobre la riqueza, *ceteris paribus*: si la demanda de saldos reales es mayor que la media, una subida de los tipos de interés del dinero tiene un efecto positivo sobre la riqueza neta de los individuos y consecuentemente sobre la demanda de saldos reales, de acuerdo con la Proposición 2.1.

¹⁹ Véase, por ejemplo, ZEIDLER (1985).

FIGURA 1
EQUILIBRIO EN EL MERCADO DE DINERO

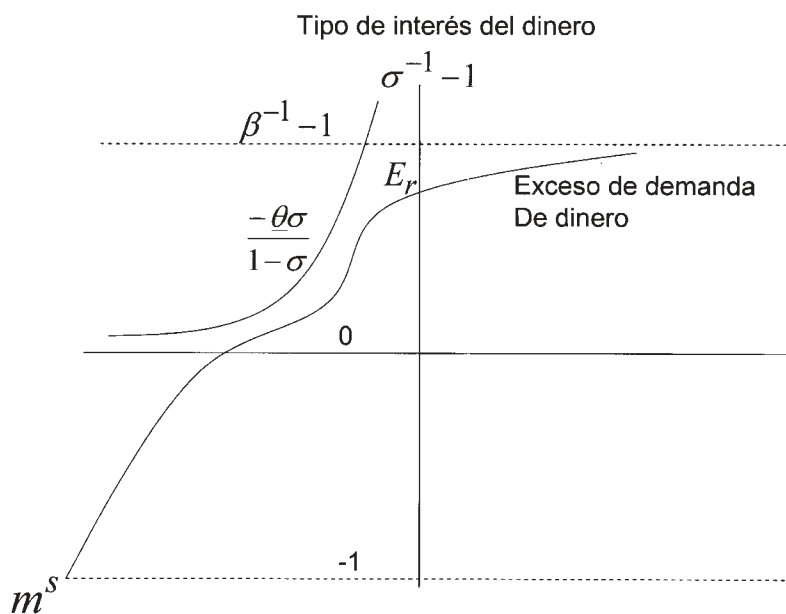
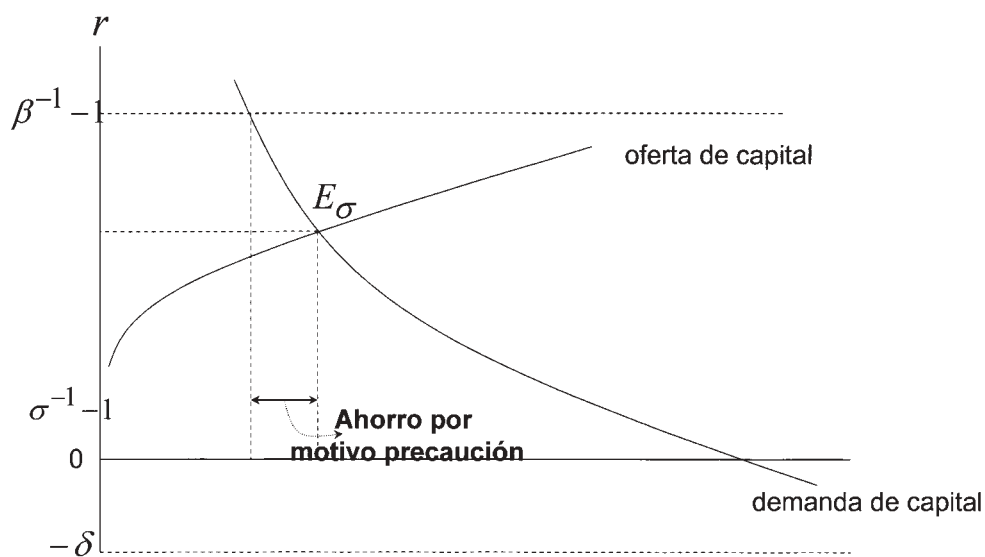


FIGURA 2
EQUILIBRIO EN EL MERCADO DE FONDOS PRESTABLES



4. Capital e inflación secular

Acabamos de definir un equilibrio en el que el mercado de dinero y el mercado de fondos prestables son interdependientes, ya que las familias ofrecerán capital productivo a las empresas sólo si el tipo de interés de las participaciones supera el tipo de interés del dinero. En el modelo analizado, hay tres nexos causales que relacionan la tasa de inflación secular y el proceso de acumulación de capital: el efecto Mundell-Tobin o de sustitución de cartera, es decir, más inflación produce una sustitución de activos líquidos por activos productivos, activando el proceso de acumulación de capital; el efecto precaución: en el lado *adecuado* de la curva de Laffer, la inflación asegura la renta mínima garantizada, reduciendo los ahorros por motivo precaución²⁰. El primero de estos mecanismos aparece frecuentemente en los modelos keynesianos tradicionales, si bien perdió peso en favor de la hipótesis de neutralidad tras la publicación de Sidrauski (1969), donde tal proposición aparecía por primera vez formulada en una economía donde los individuos se comportan racionalmente y no a través de reglas de decisión arbitrarias. El modelo de Sidrauski es un caso particular del nuestro²¹, en el que los individuos no sufren incertidumbre. Tras algunas operaciones algebraicas sencillas, las ecuaciones de Euler [2.9] y [2.10] se reducen, en ausencia de incertidumbre y en estado estacionario, a:

$$u'(c) = \frac{\sigma - \beta}{\beta} \varphi'(c) \quad [4.1]$$

$$1 = \beta(1 + r) \quad [4.2]$$

Es decir, el tipo de interés y el nivel de capital y consumo agregados en estado estacionario se determinan independientemente de la tasa de inflación²². El paradigma neoclásico aparece así estrechamente ligado al paradigma clásico. Además, dado que en el modelo de Sidrauski la regla de Friedman maximiza los servicios de transacción sin alterar (como acabamos de observar) la actividad productiva, aquélla puede ser concebida en una primera aproximación al problema como una versión moderna de la tradición clásica.

Dadas las tecnologías productiva y de transacciones, así como las pautas de consumo y ahorro de las sociedades actuales, no obstante, los niveles de inflación observados en las economías de la OCDE, no parecen tener consecuencias cuantitativamente importantes sobre la distribución de la riqueza. Según el presente análisis, los efectos podrían ser más drásticos a medida que la tasa de inflación se aproxima a la prescrita por Friedman, o, en términos más prácticos, si el banco central baja los tipos de interés nominal a su cota mínima, como es el caso de Japón. Como se demostrará en esta sección, el nivel de capital en estado estacionario es una función no monótona de la tasa de inflación una vez que se incorpora incertidumbre idiosincrásica: el efecto Tobin, característico del modelo IS-LM, domina cuando la política monetaria es demasiado restrictiva, de tal suerte que la relación entre capital e inflación es positiva. Tal relación se invierte para tasas de inflación suficientemente altas, debido a que

²⁰ Existe al menos un nivel crítico de inflación a partir del cual aumentos sucesivos en la tasa de crecimiento nominal del dinero reducen los ingresos por señoriaje, debido a que a medida que aquélla diverge a infinito, la demanda de dinero converge *a fortiori* a cero.

²¹ Con la salvedad de que no especifica ninguna restricción adicional a su tecnología de transacciones.

entran en juego dos mecanismos causales que acaban por dominar al efecto Tobin: el ahorro por motivo de precaución y el efecto riqueza. La causa por la cual bajas tasas de inflación pueden dificultar la acumulación de capital es fácil de entender: los regímenes de inflación suficientemente cercanos a la tasa de descuento están asociados a tipos de interés nominal muy cercanos a cero, de tal modo que el nivel de capital de equilibrio se encuentra en puntos de la oferta de capital (casi) perfectamente elásticos²³. Leves alteraciones de la tasa de inflación deben, por tanto, reconducir la economía a alteraciones paralelas del tipo de interés que, en equilibrio, está inversamente relacionado con el nivel de inversión transitoria acumulada.

Formalmente, si k_β es el nivel de capital correspondiente al modelo de agente representativo, de la Figura 2 se desprende que

$$\lim_{\sigma \rightarrow \beta} \int k_\sigma d\mu_\sigma = k_\beta \quad [4.3]$$

Es decir, existe una relación directa entre inflación y capital. Para demostrar que dicha relación se invierte para niveles de inflación suficientemente altos, nótese que $\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \int m_\sigma d\mu_\sigma = 0$ de manera que $\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \tau_\sigma = \tau_1 = 0$ ²⁴. Dado que estamos analizando niveles de equilibrio en el que el dinero tiene valor, la anterior igualdad garantiza la existencia de al menos un nivel crítico de inflación σ_c tal que $\partial \tau_{\sigma_c} / \partial \sigma = 0$ ²⁵.

Supongamos que nos encontramos en estadio estacionario con $\sigma = \sigma_c$, que el banco central decide incrementar la inflación en el margen. Para un tipo de interés fijo, el nivel de recursos totales permanente asociado a un flujo de productividades constante, x_θ varía de acuerdo con

$$(1 - L'(x_\theta)) \frac{\partial x_\theta}{\partial \sigma} = -\frac{m(x_\theta)}{\sigma^2} < 0$$

(Recuérdese que la condición de estabilidad de equilibrio exige que $L' < 1$). En Gil Martín (2003) se demuestra formalmente que toda sucesión de historias puede ser reducida, en términos de consumo y composición de cartera, a una historia con perturbaciones constantes. En tal caso, debe existir una medida de probabilidad definida en el espacio $(\Theta, B(\Theta))$, ν , tal que

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} \int k_{\sigma_c} d\mu_{\sigma_c} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \int k_{\sigma_c} d\nu = - \int \frac{k'_{\sigma_c} m}{\sigma^2 (1 - L'(x_\theta))} d\nu < 0$$

Es decir, la función de oferta de capital se desplaza a la derecha para cada r . Queda, por tanto, demostrada la proposición de que la relación inflación-capital presenta la forma de U invertida, en línea con el reciente trabajo empírico de Bullard y Keating (1999).

²² Pues en estado estacionario, $c = f(k)$. Como existe una relación biunívoca [2.1] entre nivel de capital y tipos de interés, éstos determinan tanto el nivel de capital como el de consumo agregado en equilibrio.

²³ Por fuerza superior a la elasticidad de la demanda de trabajo en equilibrio para una tasa de inflación suficientemente baja.

²⁴ $\tau_1 = \tau_\sigma$ con $\sigma = 1$.

²⁵ A lo largo del análisis estamos usando la propiedad de continuidad genérica del equilibrio con respecto σ (GIL MARTÍN, 2003). Además, dado que la función $m(x)$ es derivable en casi todos sus puntos, τ también lo es. El tratamiento analítico de los puntos no genéricos no cambia el resultado general en el tema que estamos tratando..

Proposición 4.1. *La relación entre inflación y capital es creciente para niveles suficientemente cercanos a la regla de Friedman, y decrecientes para niveles de inflación suficientemente altos.*

5. La regla de Friedman

5.1. Revisión de la literatura

La justificación de la regla de Friedman descansa en el principio de optimalidad según el cual el tipo de interés nominal debe igualar el coste social de producción de dinero. En esta sección se demuestra que la regla de Friedman no constituye una regla de política monetaria óptima. Dentro de esta tradición, Phelps (1973), llega a la misma conclusión bajo la hipótesis de que el gobierno se ve obligado a recaudar una cantidad exógenamente dada de recursos a través de imposición indirecta sobre el consumo. En dichas circunstancias, el criterio de optimalidad de Ramsey implica que el dinero debe ser tasado mediante políticas inflacionarias expansivas.

Smith (2002), ha analizado recientemente la política monetaria óptima en una economía donde se enfatiza el papel de los intermediarios financieros, llegando a una conclusión similar a la nuestra: si en el primer estudio la intermediación financiera se desarrolla en un entorno competitivo, en nuestro caso ésta se desarrolla monopolísticamente. Ambos extremos conducen a una relación similar respecto a la validez de la regla de Friedman.

Otros estudios analizan la política monetaria óptima en un modelo de generaciones solapadas: véase Deviatov y Wallace (2002), entre otros. Comoquiera que en esta clase de modelos, como ya apuntara Tobin, la interpretación adecuada del dinero permanece en tinieblas, a nuestro juicio resulta necesario complementar los citados análisis con otros en los cuales el dinero presenta servicios de transacción específicos. Además, el modelo utilizado presenta un marco de análisis análogo al especificado por el propio Friedman a la hora de justificar su política monetaria óptima.

Levine (1991) y Kehoe, Levine y Woodford (1998), obtienen un resultado sólo aparentemente similar al nuestro: si bien se demuestra que el coste de oportunidad del dinero es estrictamente positivo, la regla de Friedman se aproxima cualitativamente con precisión razonable a la política óptima. Además, su estudio carece de una demanda de saldos reales endógena, lo cual sugiere de por sí un enfoque alternativo a fin de evaluar la robustez de su resultado: una vez que los saldos reales demandados por el público se determinan endógenamente, la regla de Friedman se aleja ostensiblemente de su nivel óptimo.

5.2. Resultado de optimalidad

Para exponer con la mayor claridad posible el resultado de optimalidad, hacemos uso de un resultado de continuidad demostrado en Gil Martín (2003). Sea Ψ el conjunto de medidas de probabilidad ψ definidas en el espacio de probabilidad $(R_+, B(R_+))$ con soporte com-

pacto y sin átomos²⁶, tal que $\int \theta d\psi = 1$. En Gil Martín (2003), se prueba la siguiente proposición, establecida aquí informalmente: no deja de ser una versión sofisticada del teorema del máximo.

Proposición 5.1. *El equilibrio competitivo depende continuamente de ψ , concebido como parámetro, en Ψ .*

Sea una sucesión ψ_n cuya cota mínima, $\theta_n > 0$ tiende a cero. Pasemos a comparar los estados de equilibrio de esta sucesión para una tasa de inflación suficientemente cercana a la regla de Friedman, teniendo en mente la Proposición 5.1. Como se desprende de [2.8], para un n suficientemente grande la situación virtual de la economía es de autarquía, la única posibilidad de armonizar la pauta de consumo a lo largo del ciclo vital es canalizando el ahorro privado en el sector productivo. La condición de estabilidad del equilibrio estacionario presupone que el proceso markoviano que rige la incertidumbre idiosincrásica permite que tanto el mejor como el peor de los casos sea posible a muy largo plazo con probabilidad positiva²⁷. Bajo un régimen cercano a la regla de Friedman, la distribución de los recursos totales, en términos prácticos, y a pesar de la globalidad asintótica del equilibrio, queda determinada por la distribución inicial, debido a la escasa velocidad de convergencia al equilibrio estacionario (en el caso límite, cuando $\sigma = \beta$, la velocidad de convergencia es cero, por lo cual el concepto de equilibrio estacionario no tiene sentido). La razón esencial de tal propiedad radica en que la pendiente del proceso de acumulación de los recursos totales $L'_\sigma < 1$, con $\lim_{\sigma \rightarrow \beta} L'_\sigma = 1$ ²⁸. Además, dada la igualdad [4.3], y el hecho de que la transición al estado estacionario, relativa a un incremento de la inflación, es monótona²⁹, el primer y el segundo momento de la distribución del consumo estarían dominados bajo el régimen de mayor inflación. La pérdida de servicios por motivos de transacción será de orden inferior a la ganancia en términos de bienestar derivado de un mayor consumo medio así como de una menor volatilidad del mismo. Ello permite concluir que el bienestar agregado es creciente en σ bajo un régimen de inflación suficientemente cercano a la regla de Friedman. Erosa y Ventura [2004], que investigan un modelo con muchas similitudes al nuestro, obtienen el resultado opuesto cuando se analiza el impacto de un incremento en la tasa de inflación para un nivel inicial de . igual a uno (inflación cero) en vez de β . Ello quiere decir que la naturaleza *regresiva* de la inflación toma cuerpo a medida que la tasa de inflación crece. El resultado obtenido a continuación establece que los efectos *distributivos* cobran importancia en regímenes cercanos a la regla de Friedman, en detrimento incluso de la propia naturaleza regresiva de la inflación. Por ello, la elasticidad de la ganancia en el bienestar con respecto a la tasa de inflación, a diferencia de Kehoe, Levine y Woodford (1992), será además muy grande bajo

²⁶ Un átomo de una medida es un elemento de discontinuidad de la función de distribución asociada a la misma.

²⁷ Aun siendo ésta muy baja, dicha hipótesis implica que cada individuo sufrirá a lo largo de su vida todo tipo de situaciones con probabilidad 1. Esta es la fuente primordial de incertidumbre: el escenario permite, sin embargo, la posibilidad de eventuales relaciones interestratégicas que redistribuya una determinada cantidad de recursos con carácter permanente. Si el equilibrio no fuera estable, la distribución inicial de la riqueza tendría repercusiones en el largo plazo, hecho que en un régimen de *laissez faire* no parece razonable.

²⁸ Notar el paralelismo con las ecuaciones ordinarias en diferencias de primer orden.

²⁹ La condición de monotonicidad facilita considerablemente la demostración, pero no constituye en absoluto una condición necesaria.

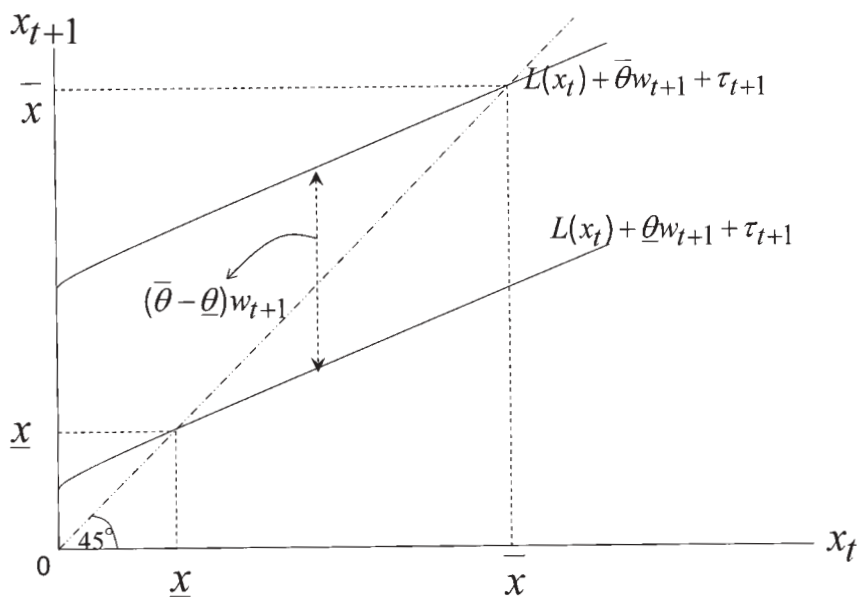
valores paramétricos plausibles. Si el banco central se preocupara de maximizar el bienestar agregado de la población (teniendo en cuenta, se entiende, el período de transición al equilibrio), la regla de Friedman presentaría problemas de consistencia temporal. Es más, tal problema se presentaría para toda función de bienestar social con ponderaciones decrecientes con el nivel de los recursos totales. En Gil Martín (2003), se puede encontrar una prueba rigurosa de dicho resultado, que enunciamos y explicamos a continuación. Nótese que nos interesa únicamente el ínfimo de la *cola* de ψ , no su importancia relativa.

Proposición 5.2. *La regla de Friedman es subóptima si $\underline{\theta}$ es suficientemente pequeño.*

5.3. Esquema de la demostración

El resultado básico de optimalidad tiene en cuenta el hecho fácilmente demostrable de que a medida que la tasa de rendimiento de cualesquiera de los activos tiende a la tasa de descuento, la riqueza acumulada, y en virtud de la Proposición 2.2 el consumo y la demanda de activos, diverge a infinito.

FIGURA 3
EQUILIBRIO COMPETITIVO EN ESTADO ESTACIONARIO



Como puede observarse en la Figura 3, el equilibrio competitivo en estado estacionario consta de dos elementos sustanciales: la fuente generatriz de incertidumbre, ψ , que en nuestro caso es un ruido blanco; y la regla de decisión óptima, L , asociada a la tasa de rendimiento de los activos, entre los cuales se encuentra, por supuesto, el parámetro de política económica. Dicha función está representada en la Figura 3 para cada nivel de θ . La primera parte de la demostración consiste en fijar las condiciones de estabilidad global de la ecuación de equilibrio

$$\mu_{\sigma}(A) = \int H_z(x, A) \mu_{\sigma}(dx)$$

Para ello debemos establecer un criterio de convergencia de la ecuación en diferencias

$$\mu_{t+1} = \tau_{\sigma t} \mu_t \quad [5.1]$$

donde $T_{\sigma t}$ representa el operador que determina la distribución de los recursos totales futura en función del estado actual. Como acabamos de señalar, el hecho de que $\lim_{\sigma \rightarrow \beta} L \rightarrow \infty$ (con probabilidad 1), nos proporciona una información muy valiosa para determinar las condiciones de estabilidad global de la ecuación [5.1] y, por tanto, la *neutralidad* de la distribución de los recursos totales inicial a la hora de determinar el equilibrio a largo plazo³⁰. Cuando $\sigma > \beta$, sin embargo, existe un equilibrio competitivo en el que el tipo de interés de equilibrio está acotado por la tasa de descuento, como puede observarse en la Figura 2. En tal caso, la función L se comporta asintóticamente como en la Figura 3 y, por tanto, podemos establecer una relación de niveles de recursos totales acotados en el intervalo $[\underline{x}, \bar{x}]$ en el que cada elemento se corresponde con una sucesión de historias *plausibles* $\{\theta_t\}$. El sistema, a pesar de su complejidad (la variable de estado de la ecuación [5.1] es de dimensión infinita), se comporta virtualmente como un sistema globalmente de ecuaciones en diferencias de primer orden. Ahora bien, a medida que la tasa de inflación se acerca a β ; el sistema, a pesar de mantener su condición de estabilidad, reduce progresivamente la velocidad de convergencia al estado estacionario; en el límite, la condición inicial de los recursos totales determina su distribución final. La condición de implementabilidad [2.8] garantiza que en el límite la discrepancia entre la demanda de saldos reales mínimos (aquellos correspondientes a los más pobres) y los saldos reales agregados está acotada en términos absolutos por $\underline{\theta} w_{\sigma} \sigma / (1 - \sigma)$. Este término tiende a cero cuando $\underline{\theta} \rightarrow 0$, y por consiguiente, la volatilidad del consumo entre los más pobres es creciente a medida que la tasa de inflación disminuye en un entorno suficientemente cercano a la tasa de descuento intertemporal.

Es más, como puede observarse en la Figura 2, las fuerzas de mercado imperantes en el modelo establecen que los ahorros por motivos de precaución (1) se hacen negligibles a medida que σ se acerca a la regla de Friedman; y (2) crecen con dicho parámetro, como hemos demostrado en la sección anterior. Las ganancias de bienestar a largo plazo debidas a un incremento marginal en la tasa de inflación proceden, por tanto, de (1) un incremento del consumo agregado, y en particular un nivel de consumo mínimo garantizado para los más

³⁰ La demostración de $\lim_{\sigma \rightarrow \beta} L \rightarrow \infty$ puede encontrarse, por ejemplo, en LJUNQVIST y SARGENT (2000).

pobres; y de (2) una reducción de la volatilidad en el consumo de los individuos pobres. Las pérdidas de bienestar proceden de (1) una reducción en los saldos reales, y de (2) un posible empeoramiento en términos de bienestar del grupo de individuos más ricos. Como se ha apuntado anteriormente, (1) representa una pérdida de segundo orden en relación al incremento agregado en el consumo, debido a las hipótesis postuladas sobre la tecnología de transacciones. Dichas hipótesis, recuérdese, garantizan que las pérdidas de bienestar sean de segundo orden en relación a las ganancias aportadas por el consumo. Estas hipótesis, como ya se ha señalado, permiten que la composición de cartera del público se ajuste razonablemente bien a la escasa evidencia empírica disponible.

La demostración concluye una vez que se demuestra que la transición de un equilibrio estacionario a otro no supone un cambio sustancial en el razonamiento anterior, basado enteramente en una perspectiva a largo plazo. Es bien sabido que, en el modelo neoclásico de un sector (Cass, 1965), el mantenimiento de la regla de oro a largo plazo, aunque posible, no constituye una regla de decisión óptima, pues el sacrificio en términos de consumo presente para mantener dicha regla supone un sacrificio en el presente demasiado costoso. La similitud entre este modelo y el neoclásico hace necesario contrastar la transición entre dos estados a fin de comparar políticas económicas alternativas en términos de bienestar. Este enfoque, por ejemplo, permanece ausente en algunos trabajos relevantes como İmrohoroglu [1994]. Nuestro análisis parece sugerir, sin embargo, que tal omisión no es esencial, si bien la robustez de tal afirmación está aún por verse.

6. Conclusiones

En este trabajo se ha demostrado cómo el proceso que gobierna la productividad de los factores de producción no acumulables tiene un efecto cualitativamente importante sobre la política monetaria óptima y, muy especialmente, cuando la tasa de inflación está determinada por el criterio de optimalidad inherente a la economía canónica con agente representativo.

La política monetaria restrictiva puede tener repercusiones negativas sobre el proceso de acumulación de capital, sobre el bienestar, y sobre la distribución de los recursos totales. En suma, a partir de un modelo neoclásico se ha demostrado que las políticas keynesianas de demanda pueden ser preferibles a las rigurosamente neoclásicas, de ordinario formuladas a partir de modelos de consumidor representativo, toda vez que éstas han sido llevadas demasiado lejos. Resulta difícil discernir, no obstante, si el modelo analizado en estas páginas sirve como marco de referencia para dudar sobre la conveniencia de reducir la inflación de, digamos, dos a un punto porcentual, o bien como ejercicio teórico que explique la desviación persistente de los bancos centrales de la regla de Friedman, aun después del surgimiento de bancos centrales independientes y libres (al menos en parte) de problemas de inconsistencia temporal. Por otro lado, parametrizar el grado de keynesianismo de una medida de política económica a través de un único parámetro conlleva serios problemas de identificación que nos mueven a interpretar las implicaciones del modelo con cautela.

A nivel metodológico se plantea una cuestión, a mi juicio, de considerable trascendencia: a menudo la teoría económica se ha impuesto como objetivo el desarrollo de modelos manejables. La endogeneización de la distribución de los recursos totales ha supuesto un

esfuerzo considerable en términos de manejabilidad, debido a que el espacio de estado de la ecuación que define el equilibrio es un objeto de dimensión infinita, esto es, una distribución de un vector de características que definen los individuos y, posiblemente, la economía agregada. Krussell y Smith (1998), han tratado de justificar el paradigma de agente representativo en el modelo neoclásico de crecimiento. En este estudio hemos demostrado que tal enfoque no está justificado en un modelo similar con dinero, especialmente cuando el banco central aproxima la tasa de inflación a la recomendada por la versión sin incertidumbre del modelo (modelo de Sidrauski).

Referencias bibliográficas

- [1] AIYAGARI, S. R. (1994): «Uninsured Idiosyncratic Risk, and Aggregate Savings», *Quarterly Journal of Economics*, 109: 659-684.
- [2] AVERY, R.; ELLIEHAUSEN, G. y KENNICKELL, A. (1987): «The Use of Transaction Accounts by American Families», *Federal Reserve Bulletin* 72: 87-107.
- [3] BEWLEY, T. (1980): «The Optimum Quantity of Money», en *Models of Monetary Economics*, ed. por J. Kareken y N. Wallace, Minneapolis: Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- [4] BEWLEY, T. (1983): «A Difficulty with the Optimum Quantity of Money», *Econometrica*, 59: 1581-1589.
- [5] BULLARD, J. y KEATING, J. W. (1995): «The Long-Run Relationship between Inflation and Output in Postwar Economies», *Journal of Monetary Economics*, 36: 477-496.
- [6] CASS, D. (1965): «Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation», *Review of Economic Studies*, 32: 233-240.
- [7] DEVIATOV, A. y WALLACE, N. (2001): «Another Example in which Lump-Sum Money Creation is Beneficial», *Advances in Macroeconomics* 1, issue 1 (primer artículo).
- [8] DOOB, J. L. (1953): *Stochastic Processes*, Wiley Classic Library.
- [9] EDMOND, C. (2003): «Self-Insurance, Social Insurance and the Optimum Quantity of Money», *American Economic Review* 92 (2): 141-147.
- [10] EROSA, A. y VENTURA, G. (2002): «On Inflation as a Consumption Regressive Tax», *Journal of Monetary Economics*, 42: 765-791.
- [11] FEENSTRA, R. E. (1986): «Functional Equivalence between Liquidity Costs and the Utility of Money», *Journal of Monetary Economics*, 17: 271-291.
- [12] FRIEDMAN, M. (1969): «The Optimum Quantity of Money», en Milton Friedman, *The Optimum Quantity of Money and other Essays*. Aldine, Chicago.
- [13] GIL MARTÍN, S. (2003): «Secular Inflation and Accumulation of Capital», pendiente de publicar.
- [14] GREEN, E. J. y ZHOU, R. (2002): «Money as a Mechanism in a Bewley Economy», pendiente de publicar.
- [15] HERNÁNDEZ LERMA, O. y LASSERRE, J. B. (1996): *Discrete-Time Markov Control Processes*, Springer-Verlag Nueva York.
- [16] HUGGETT, M. (1995): «The One-Sector Growth Model with Idiosyncratic Risk», Federal Reserve Bank of Minneapolis, *Discussion Paper* 105.

- [17] IMROHORÖGLU, A. (1992): «The Welfare Cost of inflation», *Journal of Economic Dynamics and Control* 16: 79-91.
- [18] JUDD, K. L. (1985): «The Law of Large Numbers with a Continuum of IID Random Variables», *Journal of Economic Theory* 35: 19-25.
- [19] KEHOE, T.; LEVINE, D. y WOODFORD, M. (1992): «The Optimum Quantity of Money Revisited», en *Economic Analysis of Markets and Games: Essays in Honor of Frank Hahn*, P. Dasgupta et. al. (eds.), MIT Press, 501-526.
- [20] KOLMOGOROV, A. N. (1933): *Foundations of the Theory of Probability*, traducción inglesa, Chelsea, Nueva York (1956).
- [21] KRUSSELL, P. y SMITH, A. A. (1998): «Income and Wealth Heterogeneity in the Macroeconomy», *Journal of Political Economy*, 106: 867-896.
- [22] LEVINE, D. (1991): «Asset Trading Mechanisms and Expansionary Policy», *Journal of Economic Theory*, 54: 148-164, 1991.
- [23] LJUNQVIST, L. y SARGENT, T. J. (2000): *Recursive Macroeconomic Theory*, MIT Press.
- [24] MEHRLING, P. (1995): «A Note on the Optimum Quantity of Money», *Journal of Mathematical Economics*, 24: 249-258.
- [25] PAAL, B. y SMITH, B. D. (2000): «The Sub-Optimality of the Friedman Rule and the Optimum Quantity of Money», pendiente de publicación.
- [26] PHELPS, E. (1973): «Inflation in the Theory of Public Finance», *Swedish Journal of Economics*, 75: 67-82.
- [27] SCHECHTMAN, J. (1976): «An Income Fluctuation Problem», *Journal of Economic Theory*, 12: 218-241.
- [28] SCHECHTMAN, J. y ESCUDERO VERA, L. S. (1977): «Some Results in an Income Fluctuation Problem», *Journal of Economic Theory* 16: 151-166.
- [29] SMITH, B. D. (2002): «Monetary Policy, Banking Crises, and the Friedman Rule», *American Economic Review* 92(2): 128-134
- [30] SOTOMAYOR DE OLIVEIRA, M. A. (1984): «On Income Fluctuations and Capital Gains», *Journal of Economic Theory* 32: 14-35.
- [31] STIGLITZ, J. E. y WEISS, A. (1981): «Credit Rationing in Markets with Imperfect Competition», *American Economic Review* 71: 393-410.
- [32] WOLFF, E. (1983): «The Size Distribution of Household Disposable Wealth in the United States», *Review of Income and Wealth* 29: 125-146.
- [33] ZEIDLER (1985): *Nonlinear Functional Analysis and its Applications*, vol. I, *Fixed-Point Theorems*, Springer-Verlag.

