

Riesgo de impago y su interacción con los fundamentales: el caso de Grecia*

Default risk driven by fundamentals: the case of Greece

Marta García Rodríguez
Universitat Autònoma de Barcelona
Barcelona School of Economics (BSE)

Resumen

Este artículo explica cómo implementar y calibrar un modelo de deuda con mercados incompletos, siguiendo la línea de Eaton y Gersovitz (1981) y Arellano (2008). Para mostrar cómo se puede calibrar dicho modelo, se utiliza un conjunto de datos de la economía griega como ejemplo. A lo largo del artículo, se discute el funcionamiento cuantitativo de dicho modelo, así como posibles extensiones y modificaciones que podrían llevarse a cabo en el mismo.

Palabras clave: deuda soberana, prima de riesgo, coste de impago, quita de deuda.

Clasificación JEL: E21, E23, E32, E43, F34, O11, O19.

Abstract

This paper explains how to implement and calibrate a debt model with incomplete markets, following the line of Eaton and Gersovitz (1981) and Arellano (2008). Using data from the Greek economy as an example, I show how to calibrate the model. Throughout the paper, I discuss the quantitative performance of the model, as well as possible extensions and modifications that could be carried out on the model.

Keywords: sovereign debt, risk premium, cost of default, haircut.

* La autora desea agradecer a los dos evaluadores anónimos y a Timothy J. Kehoe los útiles comentarios y recomendaciones; y a María del Carmen Díaz Roldán, la excelente ayuda a la investigación.

1. Introducción

Un buen punto de partida cuando queremos iniciarnos en el estudio de modelos de deuda, son los modelos de deuda soberana con mercados incompletos. Estos modelos se centran en una pequeña economía abierta al exterior, que opera con un bono no contingente para protegerse contra los choques en su dotación o producción. La única contingencia estatal contemplada por los mercados de activos es la opción de impago. La estructura de activos incompleta permite analizar las primas de deuda que varían en el tiempo debido al incumplimiento en equilibrio. Estos modelos nos ofrecen un punto de partida natural para pensar en el impago, ya que vinculan el riesgo de impago con los fundamentales de la economía, como son la producción y la deuda externa de un país. Reflejando el hecho empírico de que el impago se produce con mayor frecuencia en países cuando sus fundamentales son malos.

El principal modelo para el análisis cuantitativo de la deuda soberana es el de Eaton y Gersovitz (1981), cuyas primeras versiones cuantitativas fueron exploradas por Hamann (2002), Aguiar y Gopinath (2006) y Arellano (2008). Este artículo se centra en el último. Arellano utiliza Argentina para la aplicación del modelo, en su artículo muestra cómo el modelo se ajusta estrechamente al ciclo económico de Argentina y a la dinámica observada en sus principales variables. Muestra que el impago llevado a cabo en Argentina en 2001 fue propiciado por una caída de su producto interior bruto y por unos niveles de deuda elevados.

Debido a que este tipo de modelos son muy buenos para estudiar algunos aspectos de las crisis de deuda, el objetivo de este artículo es revisar el uso de este modelo en el análisis de las crisis de deuda. Vamos a ilustrar esto construyendo un modelo siguiendo la línea de Eaton y Gersovitz (1981) y Arellano (2008) y calibrándolo para la economía griega, ya que fue el país más afectado por la reciente crisis de deuda sufrida en Europa.

La crisis financiera que tuvo lugar en Europa en septiembre de 2008 fue seguida por una crisis de deuda. Esta se caracterizó por un pronunciado aumento de los rendimientos en los mercados de deuda pública en Europa. La verdadera tensión no apareció hasta 2010, cuando Grecia se vio obligada a pedir ayuda externa ante la incapacidad de repagar su deuda. Grecia recibió en ese año el primer rescate financiero del Fondo Monetario Internacional (FMI) y de los acreedores europeos; a partir de ese momento, se le cerró el acceso a los mercados financieros. Grecia fue seguida de otros Estados miembros que no podían pagar o refinanciar su deuda pública sin la ayuda de terceros como el Banco Central Europeo, el FMI u otros países europeos.

El 25 de abril de 2012, Grecia concluyó el proceso de quita de parte de su deuda en manos privadas y anunció la cancelación de 106.000 millones de euros, el 96,9 % de los inversores asumieron una quita de la deuda de aproximadamente 53,5 % del valor nominal de los bonos, con una reestructuración que alargó los vencimientos y redujo los pagos de intereses, llevando a un recorte total del 75 %, aproximadamente. Esa quita de deuda era una condición necesaria para recibir un segundo rescate que evitara la quiebra del país heleno. Esto coincidió con el momento en que la prima de riesgo alcanzó su valor más álgido.

Esta situación ocurrida en Europa recientemente nos ha hecho darnos cuenta de que los episodios de impago no ocurren solo en países subdesarrollados o en vías de desarrollo. Todo ello ha reavivado el interés de los investigadores por entender los determinantes que ponen a los Gobiernos en riesgo de impago y, por tanto, es un área de investigación muy activa en la actualidad.

Este modelo es importante, ya que es capaz de generar muy buenas dinámicas en torno a un episodio de impago. Antes del impago, la producción y consumo caen, mientras que se produce un incremento significativo de la prima de riesgo. Después del impago, la producción y el consumo comienzan a recuperarse.

Los resultados que obtenemos de simular el modelo adaptado a la economía griega sugieren que el modelo se ajusta bastante bien a dicha economía. En muchas dimensiones, el funcionamiento del modelo es realmente bueno. Es capaz de generar correlaciones de la balanza comercial y el consumo con la producción, y una prima de riesgo media, que se aproximan bastante a las observadas en los datos. Las principales discrepancias se producen en la volatilidad de la prima de riesgo, la volatilidad del consumo en relación con la producción y en la correlación entre la prima de riesgo y la balanza comercial.

Este modelo proporciona una idea cuantitativa sobre qué economías pueden ser propensas al impago y por qué, pero la simplicidad de este modelo no puede explicar algunos hechos empíricos o fenómenos económicos que se dan en algunos casos. Por ello, al final del artículo, se hace referencia a posibles extensiones y modificaciones del modelo, incluyendo: *i*) la vulnerabilidad a las crisis de deuda autocumplidas; *ii*) choques en el tipo de interés internacional y en términos reales de intercambio; *iii*) la inclusión de bonos de deuda a largo plazo en el modelo; y, finalmente, *iv*) el proceso de renegociación de la deuda tras declarar el impago.

El artículo está estructurado de la siguiente forma. La sección 2 presenta y describe en detalle el modelo principal. La sección 3 calibra el modelo y lo utiliza para analizar las crisis de la deuda europea, poniendo el foco en Grecia. Comparo los principales estadísticos obtenidos del modelo con los observados en los datos. La sección 4 incluye una guía de posibles extensiones del modelo y, finalmente, la sección 5 muestra las conclusiones del trabajo.

2. Modelo

Este modelo describe las interacciones entre el riesgo de impago, la producción y un tipo de interés de equilibrio, que incluye una prima por riesgo de impago endógeno. Asumiremos que tenemos una economía pequeña y abierta al exterior en la que el responsable de la toma de decisiones es un Gobierno. Este puede pedir prestado dinero en un mercado de crédito. Los prestamistas son neutrales al riesgo. Los contratos de deuda soberana no son ejecutables en el mercado financiero internacional. Esto implica que el Gobierno puede tomar una decisión de impago en cualquier momento sobre la deuda pendiente que tiene con sus prestamistas. Pero impagar, conlleva asumir unos costes: por un lado, costes de producción y, por otro

lado, se cierra el acceso a los mercados internacionales de crédito. Las recesiones prolongadas causadas por perturbaciones negativas de deuda aumentan el incentivo del Gobierno a incumplir.

2.1. Producción, consumo, deuda y mercados de activos

La pequeña economía abierta está dotada de un flujo estocástico exógeno z_t , que sigue un proceso de Markov con un núcleo de densidad estocástica $p(z, z')$. El bien de producción puede ser comercializado o consumido. Los hogares dentro del país son idénticos y adversos al riesgo, cuyas preferencias vienen dadas por la siguiente función:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t), 0 < \beta < 1 \quad [1]$$

Donde c es el consumo, β es el factor de descuento y $u(\cdot)$ es una función de utilidad creciente y estrictamente cóncava. Existe una transferencia de bienes a suma fija del Gobierno al hogar. Las pautas de consumo que disfrutan los hogares se ven afectadas por la decisión del Gobierno de pedir o prestar internacionalmente. El Gobierno es benévolo; es decir, su objetivo es maximizar (Expresión [1]). Dado que los hogares son adversos a las fluctuaciones del consumo, el Gobierno tratará de suavizar el consumo pidiendo préstamos a los acreedores extranjeros.

El único instrumento de crédito del que dispone el Gobierno es un bono con maduración de un periodo. Este se negocia en los mercados internacionales de crédito, y es vendido al precio, $q(z, b')$. El bono no es contingente al estado de la economía, esta característica genera un entorno en el cual tenemos mercados incompletos. La única contingencia estatal que contemplan los mercados financieros es la opción de impago.

La compra de un bono con valor nominal b' , confiere un reclamo de b' unidades de bienes de consumo en el próximo periodo, incurriendo en un coste qb' hoy. Por vender b' unidades de bienes del próximo periodo, el vendedor gana qb' de bienes hoy. Si $b' > 0$, el Gobierno se está endeudando; por tanto, se reciben qb' unidades del bien en el periodo actual, con la promesa de devolver b' unidades en el siguiente periodo. La función que determina el precio del bono de equilibrio, $q(z, b')$, depende del nivel de endeudamiento y de la producción.

Cuando el Gobierno no está excluido de los mercados financieros, su restricción presupuestaria es la siguiente:

$$c \leq z + q(z, b')b' - b \quad [2]$$

Para evitar el esquema de Ponzi, la siguiente restricción tiene que ser satisfecha en cada periodo, $b \leq -W$. Donde W se elige de forma que sea lo suficientemente grande como para que la restricción nunca sea vinculante en equilibrio.

Por otro lado, si el Gobierno elige impagar, tiene que hacer frente a la siguiente restricción presupuestaria:

$$z - \varphi(z) \quad [3]$$

Donde $\varphi(z)$ representa la pérdida directa en la producción procedente de la decisión de incumplimiento. Se asume que es positiva y no decreciente. Esta puede ser expresada de la siguiente manera:

$$\phi(z) = \max \{0, a_0 + a_1 z_t + a_2 z_t^2\} \quad [4]$$

La simulación del modelo se va a realizar para dos casos. Uno en el que el coste de producción derivado de la decisión de impago es uniforme (Arellano, 2008); y el otro, en el que el coste es cuadrático (Chatterjee y Eyigungor, 2012). La economía vuelve a z , solo después de que el país recupere el acceso a los mercados de crédito internacionales.

2.2. Mercados financieros

Supongamos que los acreedores son neutrales al riesgo y asumamos que conocen el proceso estocástico de la producción nacional en el momento t , por lo que poseen información perfecta sobre el proceso de asignación de la economía. Los inversores pueden pedir o prestar sin límite en un mercado de crédito internacional. El retorno que obtiene de invertir 1\$ en dicho mercado es $1 + r$, donde $r > 0$ es un tipo de interés internacional constante, que se toma como exógeno. Alternativamente, los inversores pueden invertir en bonos soberanos. El retorno esperado de invertir 1\$ en deuda soberana es $(1 - \delta(z, b'))/q(z, b')$. La condición de no arbitraje implica:

$$1 + r = \frac{1 - \delta(z, b')}{q(z, b')} \quad [5]$$

Esta es la ecuación que determina el precio del bono soberano en equilibrio.

2.3. Cronología

El Gobierno, los acreedores extranjeros y los hogares actúan secuencialmente. Quién actúa primero es importante, porque determina si estamos en un modelo con un equilibrio único como Eaton y Gersovitz (1981), Aguiar y Gopinath (2006) y Arellano (2008) o con equilibrios múltiples como Calvo (1988), Cole y Kehoe (2000), Ayres *et al.* (2018) o Lorenzoni y Werning (2019)¹.

¹ Estos últimos serán explicados con mayor detalle en la sección 5.

El Gobierno entra en un periodo con una deuda inicial b , que debe pagar ahora. Observa la producción actual, z , y opta por incumplir o pagar sus obligaciones de deuda pendientes. Si el Gobierno decide reembolsar, entonces elige b' sujeto a la restricción de recursos, dado el esquema de precios. En caso contrario, el Gobierno es expulsado de los mercados internacionales durante un periodo de tiempo estocástico. En caso de reembolso, los acreedores eligen b' , tomando q como dado. A continuación, se produce el consumo de los hogares, que incluye la dotación y la transferencia del Gobierno desde los mercados financieros. Siguiendo a Eaton y Gersovitz (1981), Arellano (2008) y Aguiar y Gopinath (2006), los prestatarios actúan primero, antes que los prestamistas. Esto implica que existe un único equilibrio.

2.4. Equilibrio

La economía se caracteriza mediante un equilibrio recursivo en el que las funciones de decisión de los consumidores c , del Gobierno b' y la función de precio de los bonos q , determinan dicho equilibrio, dados los estados agregados de la economía $s = (z, b)$. El Gobierno elige si reembolsar o incumplir sus obligaciones pendientes de deuda, dados sus activos exteriores iniciales b , y después de observar el nivel de producción z . Con la decisión de reembolsar las obligaciones de la deuda, el Gobierno tiene que decidir el nuevo nivel de deuda b' , dado el precio de los bonos $q(z, b')$.

$v(z, b)$ es la utilidad del Gobierno con solvencia; es decir, que no está en situación de impago. Entra en un periodo con (z, b) . Y $v_d(z)$ es la utilidad que se deriva de impagar. Esta no depende de b , porque cuando finalmente se recupera el acceso al crédito, los activos exteriores netos son iguales a 0. Cuando el Gobierno decide entrar en impago, la economía entra en una situación de parálisis financiera durante un breve periodo de tiempo. Esto ocasiona una caída de la producción de $\phi(z)$. El valor del impago viene dado por la siguiente función:

$$v_d(z) = u(z - \phi(z)) + \beta E_{z'|z}[(1 - \theta)v_d(z') + \theta v(z', 0)] \quad [6]$$

Donde θ es la probabilidad de recuperar el acceso al mercado financiero internacional. Por otro lado, el valor de devolver la deuda y cumplir el contrato viene dado por:

$$v_c(z, b) = \max_{b'} u(z - q(z, b')b' + b) + \beta E_{z'|z}[v(z', b')] \quad [7]$$

Las tres funciones se relacionan de la siguiente forma:

$$v(z) = \max[v_c(z, b), v_d(z)] \quad [8]$$

La decisión del Gobierno puede caracterizarse por conjuntos de reembolso y conjuntos de morosidad. $R(b)$ es el conjunto de niveles de renta para los que la decisión óptima es el reembolso para un determinado b :

$$R(b) = \{z \in Z: v_d(z) \leq v_c(z, b)\} \quad [9]$$

El conjunto complementario es $D(b)$, que representa el conjunto de niveles de renta para los que la decisión óptima es el impago:

$$D(b) = \{z \in Z: v_d(z) \geq v_c(z, b)\} \quad [10]$$

Las probabilidades de impago y los conjuntos de impago se relacionan de la siguiente manera:

$$\delta(z, b') = \int_{D(b')} f(z', z) dz' \quad [11]$$

Las probabilidades de impago de equilibrio son iguales a cero cuando hay conjuntos de impago vacíos, $D(b') = \phi$. Esto se debe a que la elección óptima es reembolsar para todas las realizaciones de z , con activos b' . En cambio, las probabilidades de impago son iguales a uno cuando $D(b') = Z$. En el caso anterior, para cualquier realización de z , es óptimo impagar.

Definición de equilibrio: El equilibrio recursivo de la economía viene dado por: i) la función de precios de los bonos $q(z, b')$; ii) tres funciones de utilidad ($v_d(z)$, $v_c(z, b)$, $v(z)$); iii) la tenencia de activos del Gobierno, condicionada a la elección de no impagar, $b'(z, b)$; iv) una regla de decisión indicando al Gobierno cuándo incumplir $D(b)$ y cuándo pagar $R(b)$; y, por último, v) la función de consumo $c(z, b)$, tal que:

1. Se satisfacen las tres ecuaciones para $(v_d(z), v_c(z, b), v(z))$.
2. Dada la función de precios $q(z, b')$, las funciones de decisión del Gobierno $b'(z, b)$, los conjuntos de impagos $D(b)$ y los conjuntos de reembolsos $R(b)$, satisfacen el problema de optimización del Gobierno.
3. La función de precios $q(z, b')$ satisface la Ecuación [5]; es decir, es consistente con las probabilidades de impago del Gobierno y los beneficios nulos esperados por los acreedores.
4. Dadas las decisiones del Gobierno, el consumo de los hogares $c(z, b)$ satisface la restricción de recursos.

3. Análisis cuantitativo

En esta sección, calibramos el modelo con los datos de Grecia. Mostramos el funcionamiento del modelo derivado de la simulación del mismo, y lo utilizamos para analizar la crisis de la deuda europea. El modelo también podría calibrarse para otras economías europeas, como por ejemplo España, Portugal o Italia. Finalmente, comparamos determinados momentos obtenidos de la simulación de modelo con los momentos observados en los datos, así como las dinámicas de determinadas variables.

3.1. Calibración

Por un lado, utilizamos valores estándar de la literatura para asignar el valor de algunos parámetros no cuestionables. Por otro lado, se utiliza un ejercicio de equiparación de momentos para precisar los más problemáticos, como son el factor de descuento y los parámetros que intervienen en la función de pérdida de la producción. En términos generales, el número de momentos debe ser mayor (o igual) que el número de parámetros. La idea es hacer coincidir ciertas características generales de la trayectoria de Grecia hasta el momento donde se produjo la quita de deuda. Los momentos a equiparar son tres: 1) ratio medio de títulos de deuda externa sobre el PIB del 0,63; 2) dos impagos por siglo, es decir, dos impagos entre 1912 y 2012; y, por último, 3) una volatilidad de la ratio balanza comercial sobre el PIB en torno al 0,05². Los parámetros que se utilizarán en el ejercicio de equiparación de momentos son tres: β , a_0 y a_1 .

Establecemos dos calibraciones dependiendo de si asumimos una función de pérdida de producción fija o cuadrática. En el caso de una función de pérdida cuadrática (Expresión [4]), asumimos la siguiente forma funcional para el parámetro a_2 , $a_2 = (1 - a_1)/(2\max(z))$. Esto asegura que la producción autárquica es siempre creciente en la dotación, y la producción autárquica alcanza un máximo al final de la cuadrícula de la renta. Cuando utilizamos el modelo donde la función de pérdida es fija, el parámetro a_2 tiene que tomar valor cero, si no la función de pérdida no sería lineal (Cuadro 1).

La función de utilidad del hogar representativo es una función con aversión relativa al riesgo constante. Su parámetro de aversión al riesgo se fija en el nivel de 2, que es un valor común utilizado en los estudios del ciclo económico real. El tipo de interés trimestral libre de riesgo se fija en 1 %, de acuerdo con Paluszynski (2017). La probabilidad de reingreso tras el impago se fija en 0,0385, en línea con Chatterjee y Eyigungor (2012). El proceso estocástico de los ingresos se estima a partir de las series temporales del PIB de Grecia. Estimamos el proceso cíclico autorregresivo de orden uno, desde el tercer trimestre de 1997 hasta el cuarto trimestre de 2020, $\log(z_t) = \rho \log(z_{t-1}) + \rho_\epsilon \epsilon_t$, con $E[\epsilon] = 0$ y $E[\epsilon^2] = 1$. Los parámetros de persistencia y varianza estimados son 0,9672 y 0,0253, respectivamente. El proceso de sustracción de la tendencia se basa en el error de previsión a dos años vista, para el caso base de camino aleatorio, siguiendo a Hamilton (2018).

Con respecto a la discretización del espacio de estados³, el número de puntos para la cuadrícula de producción y deuda elegidos por Arellano (2008) son 21 y 251, respectivamente. Sin embargo, Hatchondo y Martínez (2010) encuentran que la solución numérica del modelo de Eaton y Gersovitz (1981) se deteriora significativamente cuando la cuadrícula de producción se define de manera gruesa. Basándonos en ese trabajo, se establece el número de puntos de la cuadrícula de la producción y de la deuda igual a 200. La cuadrícula de la producción y la matriz de probabilidad de transición se calculan siguiendo a Schmitt-Grohé y Uribe (2009) (Cuadro 2).

² Alternativamente, podría utilizarse como momento a equiparar la volatilidad de la prima de riesgo en lugar de la volatilidad de la balanza comercial sobre el PIB.

³ En el Apéndice C se expone más detalladamente el método de discretización del espacio de estados.

CUADRO 1
CALIBRACIÓN DE LOS PARÁMETROS ESTRUCTURALES DEL MODELO

Símbolo	Significado	Valor	Fuente
σ	Aversión al riesgo	2	Estándar en la literatura
r	Tipo libre de riesgo trimestral	0,01	Paluszynski (2020)
θ	Probabilidad de readmisión	0,0385	Chatterjee y Eyigungor (2012)
ρ, σ_{ϵ}	Proceso estocástico	0,9624, 0,0269	PIB Grecia
Función de pérdida cuadrática			
β	Factor de descuento	0,871	Ejercicio de equiparación de momentos
a_0	Coste impago	-0,015	Ejercicio de equiparación de momentos
a_1	Coste impago	-0,337	Ejercicio de equiparación de momentos
a_2	Coste impago	0,4403	Calibración siguiendo forma funcional
Función de pérdida fija			
β	Factor de descuento	0,897	Ejercicio de equiparación de momentos
a_0	Coste impago	-0,856	Ejercicio de equiparación de momentos
a_1	Coste impago	0,971	Ejercicio de equiparación de momentos
a_2	Coste impago	0	Supuesto función no cuadrática

FUENTE: Elaboración propia.

CUADRO 2
CÁLCULO: DISCRETIZACIÓN DEL ESPACIO DE ESTADOS

Símbolo	Significado	Valor
n_z	Número de puntos de la cuadrícula de producción (igualmente espaciados en términos logarítmicos)	200
n_b	Número de puntos de la cuadrícula de la deuda (igualmente espaciados)	200
$[\underline{z} \ \bar{z}]$, desviación estándar	Límites cuadrícula producción	[0,6523, 1,5330], 4,2
$[\underline{b} \ \bar{b}]$	Límites cuadrícula producción de deuda	[0, 1,5]

FUENTE: Elaboración propia.

3.2. Momentos estadísticos del ciclo económico

El Cuadro 3 muestra la comparación entre los momentos procedentes de los datos griegos y los obtenidos en las simulaciones del modelo. El modelo I representa el modelo cuando asumimos una función de pérdida cuadrática para la producción. En el modelo II utilizamos una función de pérdida fija. Los momentos de los datos son calculados desde el primer trimestre de 2001 hasta el primer trimestre de 2012, con dos excepciones: la deuda externa trimestral del Gobierno como ratio del PIB, que es calculada desde 2004 a 2012 debido a la disponibilidad de los datos; y la frecuencia de impagos, que se calcula a lo largo de un periodo de 100 años, concretamente en este caso, desde 1912 a 2012. El intervalo de tiempo que se ha tenido en cuenta abarca el periodo que va desde que Grecia se convirtió en el duodécimo Estado de la zona euro hasta el momento de finalizar el proceso de quita de deuda.

La variable b/z representa la deuda externa trimestral del Gobierno como ratio del PIB. La prima de riesgo está en porcentaje por año, y representa el ciclo de la producción trimestral. Por último, tb/z denota la ratio entre la balanza comercial y el PIB.

Como se puede observar en el Cuadro 3, a parte de los momentos objetivos que son los tres primeros, los modelos generan una prima de riesgo media y una correlación entre la prima de riesgo y la producción muy en línea con los datos. No obstante, la volatilidad de la prima de riesgo generada está por debajo que la que se observa en los datos. El modelo I explica el 54 % de la volatilidad observada de la prima griega y alrededor del 65,5 % si utilizamos el modelo II. La relación entre la balanza comercial y el diferencial es positiva, pero los datos nos dicen que no es tan fuerte como la generada por el modelo. En los modelos, es más del doble de fuerte que la que observamos en el periodo analizado. Los modelos generan una prima de riesgo anticíclica como en los datos.

El Cuadro 4 muestra otras estadísticas del ciclo económico. Podemos observar que, en este caso, la coincidencia entre las estadísticas generadas por el modelo y las del periodo en cuestión son realmente buenas, con la excepción del primer momento.

CUADRO 3
DATOS Y SIMULACIONES DE MODELOS: CÁLCULO MOMENTOS

	Frecuencia impago	$E(b/z)$	$\sigma(tb/z)$	$E(pr)$	$\sigma(pr)$	$\text{corr}(pr, z)$	$\text{corr}(pr, tb/z)$
Datos	2	0,63	0,05	2,67	5,07	-0,88	0,27
Modelo I	2,1	0,63	0,06	2,68	2,74	-0,53	0,80
Modelo II	1,9	0,63	0,06	2,37	3,15	-0,43	0,82

NOTAS: Los símbolos y abreviaturas E , σ , corr y pr denotan la media, la desviación estándar, la correlación y la prima de riesgo, respectivamente.

FUENTE: Elaboración propia.

CUADRO 4

DATOS Y SIMULACIONES DE MODELOS: MOMENTOS ESTADÍSTICOS ADICIONALES DEL CICLO ECONÓMICO

	$\sigma(c)/\sigma(z)$	$\text{corr}(c, z)$	$\text{corr}(tb/z, z)$
Datos	0,96	0,96	-0,29
Modelo I	1,31	0,87	-0,21
Modelo II	1,33	0,87	-0,24

NOTA: Los símbolos σ y corr representan la desviación estándar y la correlación, respectivamente.

FUENTE: Elaboración propia.

El modelo no capta el exceso de volatilidad del PIB con respecto al consumo, que es algo que ocurrió en Grecia durante el periodo anterior analizado. No obstante, esto es de esperar debido a la estrategia de calibración elegida. Es bien conocido en la literatura de deuda soberana que el modelo de impago soberano con deuda a corto plazo produce un exceso de volatilidad en el consumo cuando se calibra para que genere la ratio media de deuda sobre la producción⁴. Una estrategia alternativa de calibrar este modelo es con el servicio de la deuda, que es el flujo real que paga el país. Calibrar el modelo para generar el servicio de la deuda medio que se observa en los datos reduce la volatilidad del consumo.

El modelo explica el signo y la magnitud de $\text{corr}(tb/z, z)$. Además, predice un tipo de interés anticíclico, lo que hace que el ahorro y, por tanto, la propia balanza comercial sean anticíclicos. Lo mismo ocurre con el signo y la fuerza de la relación entre el consumo y la renta.

3.3. La mecánica del modelo

Para entender cómo funciona el modelo, es interesante ver cómo cambian las decisiones óptimas del Gobierno con respecto a las variables de estado (z, b).

La Figura 1 ilustra para qué valores de la deuda y la renta es óptimo que el Gobierno elija el impago en lugar del repago de la deuda pendiente. La zona blanca representa el conjunto de situaciones de impago; mientras que la zona negra muestra el conjunto de situaciones de devolución. Para valores bajos de ingresos a partir de ciertos niveles de endeudamiento, es óptimo que el gobernante opte por el impago $v_d(z) \geq v_c(z, b)$. Para los niveles más bajos de deuda, no importa el nivel de ingresos o para los niveles más altos de ingresos, sean cuales sean los niveles de deuda, es óptimo que el Gobierno pague la deuda pendiente, $v_d(z) \leq v_c(z, b)$.

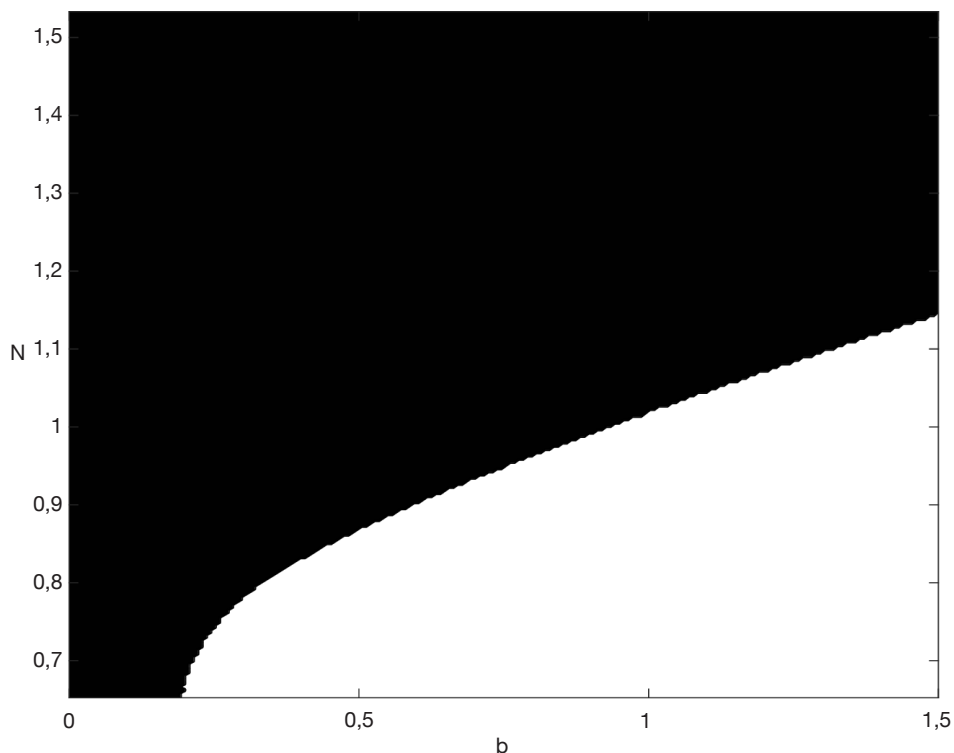
En la Figura 2 se analiza la política de endeudamiento para diferentes niveles de renta y deuda vigente. Unos niveles de deuda muy elevados, combinados con unos

⁴ Véanse los cuadros 4 y 6 en Chatterjee y Eyigungor (2012).

niveles de deuda muy bajos, llevan al Gobierno a no pedir préstamos de activos porque no podrá devolverlos (zona negra). La economía se enfrenta a una recesión con niveles de deuda elevados. Dejando de lado ese caso extremo, para un valor dado de deuda, a medida que aumenta el nivel de renta, aumenta la cantidad de activos que el Gobierno toma prestados. Para un determinado nivel de renta, a medida que aumenta el nivel de deuda pendiente, aumenta la cantidad de activos que el Gobierno toma prestados para refinanciar la deuda pendiente.

Finalmente, es importante analizar cómo cambia el precio de los bonos para diferentes valores de la renta y la deuda para entender la dinámica de la prima de riesgo de los bonos soberanos. La Figura 3 muestra el esquema de precios de los bonos con respecto a la deuda y a diferentes niveles de renta. Se puede deducir que hay un fuerte descenso de los precios de los bonos durante las recesiones; es decir, para niveles bajos de renta a partir de un determinado nivel de endeudamiento (zona negra).

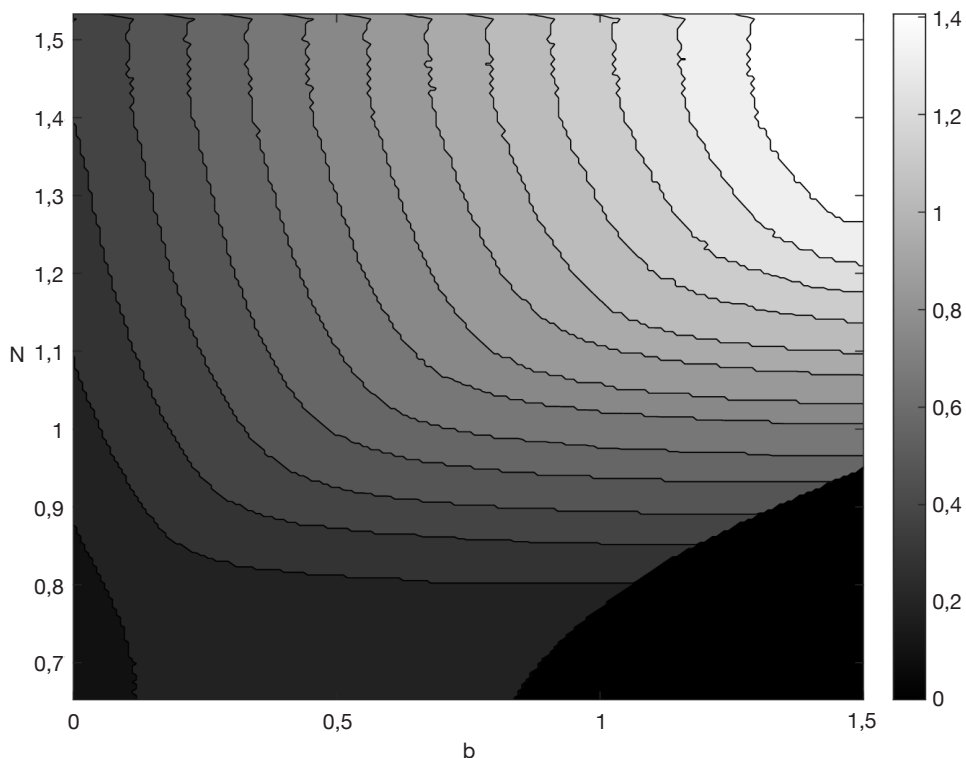
FIGURA 1
DECISIÓN ÓPTIMA DE IMPAGO EN FUNCIÓN DE LA DEUDA Y LOS INGRESOS



NOTA: El color blanco representa el área donde es óptimo impagar y el negro el área de reembolso.

FUENTE: Elaboración propia.

FIGURA 2
DEUDA DEL PRÓXIMO PERIODO EN FUNCIÓN DE LA DEUDA ACTUAL Y DE LOS INGRESOS

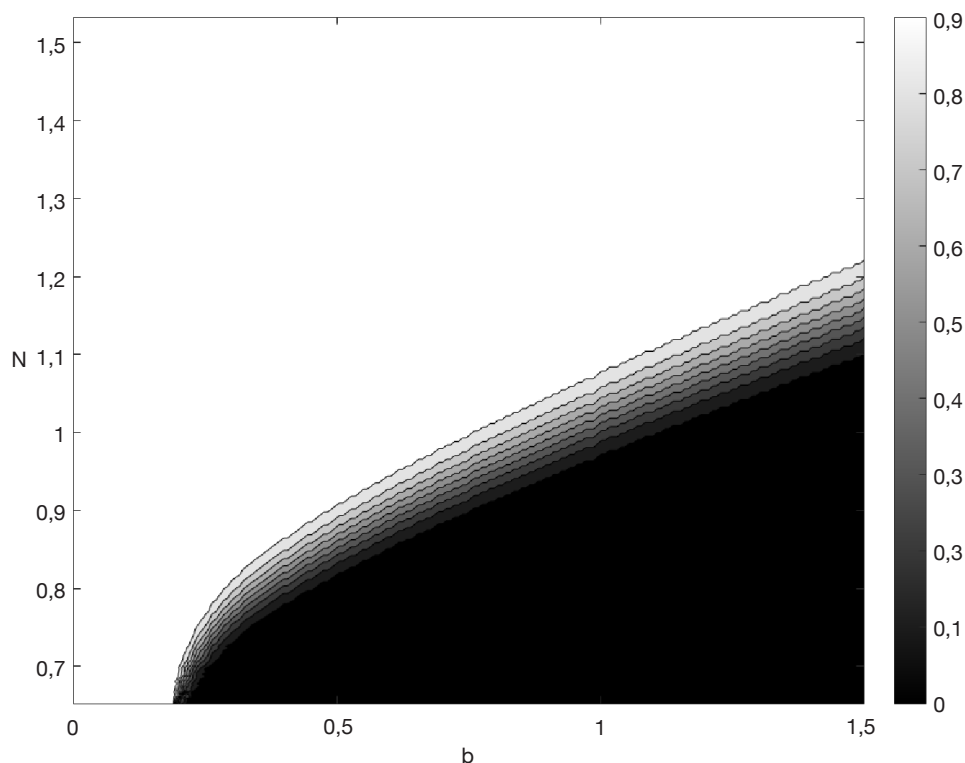


NOTA: Los valores de deuda del próximo periodo aparecen representados en la columna vertical. El negro indica valores bajos. Cuanto más claros son los colores, mayores son los niveles de deuda.

FUENTE: Elaboración propia.

Dado un nivel de renta, a medida que el valor de la deuda aumenta, el precio de los bonos cae y, por tanto, los tipos de interés aumentan. Dado un nivel de endeudamiento, a medida que aumenta el nivel de la renta, el precio de los bonos aumenta y los tipos de interés bajan. Durante la época de bonanza económica, es decir, cuando los niveles de renta son más altos, los precios de los bonos son altos para cualquier nivel de deuda.

FIGURA 3
ESQUEMA DEL PRECIO DEL BONO



NOTA: Los valores del precio de los bonos aparecen representados en la columna vertical. El negro indica valores bajos. Cuanto más claros son los colores, mayor es el nivel de precios.

FUENTE: Elaboración propia.

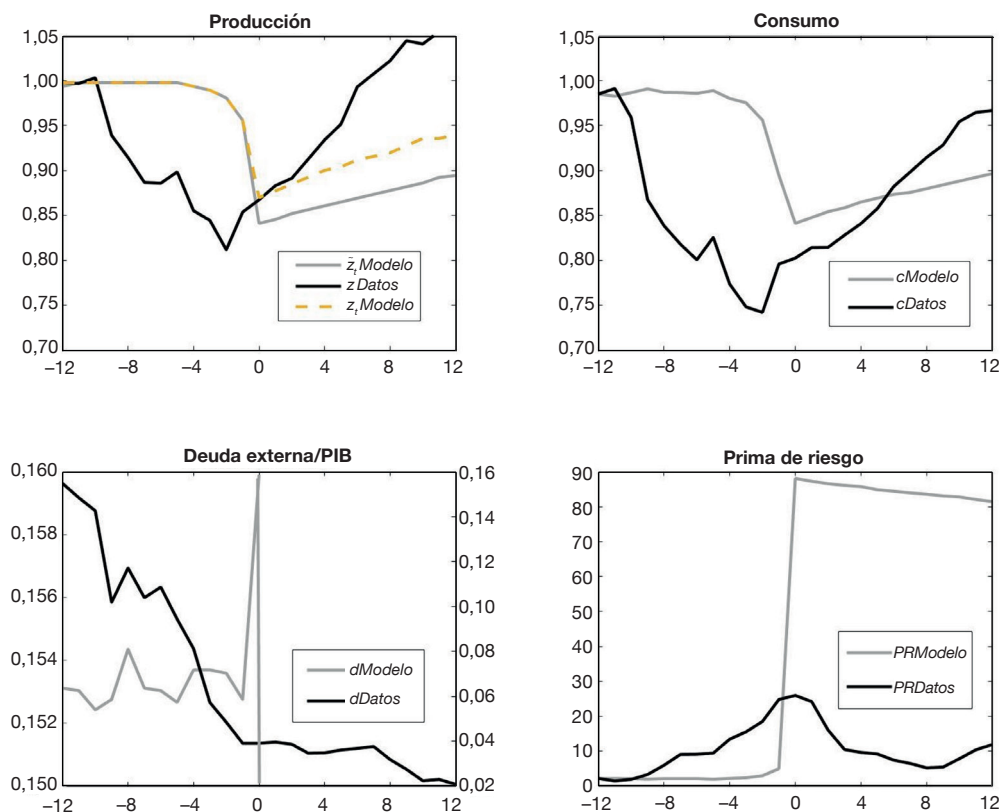
3.4. La dinámica en torno a un episodio incumplido de la deuda: modelo vs. datos

En esta sección se analiza el comportamiento de algunas variables clave, como el consumo, la deuda, la producción y la prima de riesgo, en torno al evento de impago. Particularmente, se analizan las dinámicas doce periodos antes del impago de deuda y doce periodos después. La dinámica procedente de los datos va desde el segundo trimestre de 2009 al segundo trimestre de 2015. Se compara la dinámica que observamos en Grecia, en el periodo mencionado anteriormente, con la generada por el modelo.

En términos generales, en los datos, podemos observar en la Figura 4 cómo se produce una clara disminución de la deuda pública externa en Grecia, tres años antes del impago. Este hecho no se observa en países como Italia, Portugal o España –véase Bocola *et al.* (2019)–. La producción y el consumo muestran una clara tendencia a la baja, alcanzando su límite mínimo dos cuatrimestres antes de producirse el impago. Por último, la prima de riesgo muestra una clara tendencia al alza desde 2010, aproximadamente.

El máximo nivel de la prima de riesgo se alcanza en el momento del impago. Esto se observa tanto en el modelo como en los datos. Podemos observar en la Figura 4, subgráfico inferior derecho, cómo antes de producirse el impago, la prima de riesgo generada por el modelo (línea gris) está por debajo de la observada en los datos (línea negra). Además, el modelo genera una prima de riesgo más elevada en el momento del impago. Esto se debe a que cuando se produce el impago, el precio del bono es casi cero y, por tanto, el tipo de interés se dispara. Para evitar que el precio del bono sea cero y el tipo de interés infinito, asumimos que el precio del bono en autarquía es igual a la ratio de utilidades marginales; es decir, $q = \beta E[(1 - \theta)u'(c_{t+1}^A) + \theta u'(c_{t+1}^I)]/u'(c_t^A)$. Donde c_t^A es el consumo cuando el país está en autarquía.

FIGURA 4
DINÁMICA EN TORNO AL EPISODIO DE IMPAGO: MODELO I



NOTAS: El modelo I supone que la función de pérdida de producción es cuadrática. La producción y el consumo se miden en niveles. El incumplimiento se normaliza a 0. Las líneas representan las medianas de las ventanas de 25 trimestres centradas en los episodios de incumplimiento que se producen en una serie temporal artificial de 1 millón de trimestres. Los datos están normalizados. Producción y consumo medidos en niveles. La línea amarilla del subgráfico de la producción muestra la dinámica de la producción si no hubiera un coste directo sobre ella, derivado de hacer impago. En el subgráfico de debajo a la izquierda, la ratio de deuda obtenida de los datos está medida en el eje de la derecha, mientras que la generada en el modelo está en el eje de la izquierda. Ambos se inician en el mismo punto.

FUENTE: Elaboración propia.

El modelo nos dice que el evento de impago ocurre después de una profunda contracción de la producción y el consumo (líneas grises), como se puede apreciar en los subgráficos superiores. El impago se produce al mismo tiempo que termina la recesión y comienza la recuperación. El consumo cae al mismo tiempo que la renta y en una ligera menor proporción. Este hecho, generado por el modelo, no se observa en los datos. La mayor contracción de la producción y el consumo se produjo antes de que la prima de riesgo alcance su valor máximo, como se comentó anteriormente. En el caso de Grecia, el punto máximo de la prima de riesgo se produjo cuando la producción y el consumo estaban en el periodo de recuperación (líneas negras). Además, se observa cómo el consumo cae en una mayor proporción que la producción.

Por último, como ya se ha comentado, podemos observar en el subgráfico inferior izquierdo como la deuda externa del Gobierno sobre la producción comienza a disminuir varios trimestres antes del evento de impago –línea negra, medida en el eje derecho–; es decir, muestra una clara dinámica decreciente⁵.

Por otro lado, si observamos la dinámica generada en el modelo, la deuda fluctúa periodos antes del impago, y, justo antes del episodio de impago, el modelo predice un aumento de la misma. Cuando se produce el impago es cuando la deuda cae, yendo a cero. Esto se debe a que asumimos que el Gobierno incumple el pago de toda la deuda; es decir, la quita de deuda es del 100 %. No obstante, esto nunca se da en la realidad, ya que se produce el incumplimiento de una parte de la deuda pendiente⁶. La deuda se mantiene en cero hasta que el Gobierno recupera el acceso a los mercados financieros. Por tanto, el modelo no es capaz de generar la tendencia decreciente de la ratio de deuda externa sobre la producción que se observa en los datos doce periodos antes de producirse el evento de impago.

A la vista de estas simulaciones, podemos concluir que la lenta evolución de la crisis de deuda griega parece desconcertante desde el punto de vista de los modelos básicos de impago, donde los tipos de interés son muy sensibles a las perturbaciones de los ingresos y a la deuda.

4. Extensiones

La simplicidad del modelo principal que presentamos en este artículo no puede abordar determinados hechos empíricos y cuestiones económicas. En esta sección vamos a hablar brevemente acerca de posibles modificaciones del modelo que pueden llevarse a cabo con el objetivo de enriquecer esta área de investigación, al incorporarlas en futuros modelos.

⁵ En el subgráfico correspondiente a la ratio de deuda externa sobre la producción, la representación de la dinámica de deuda obtenida en el modelo y la procedente de los datos, se mide en distintos ejes, con el objetivo de poder ver claramente las dinámicas de la ratio de deuda generadas en el modelo. Ambas series se inician en mismo punto.

⁶ En la sección 4.4 se expone esto en detalle.

4.1. Crisis de deuda autorrealizadas

En el modelo de Eaton y Gersovitz (1981) o Arellano (2008), las crisis de deuda soberana son causadas únicamente por malos fundamentos de la economía. Hay investigadores que se preguntan si las expectativas pueden jugar un papel independiente e importante en dichas crisis de deuda. La literatura sobre crisis de deuda soberana es ambigua en cuanto al papel de las expectativas. En esta sección explicaremos cómo la literatura las ha incorporado a través de modelos que generan equilibrios múltiples.

Una primera versión de modelos de equilibrios múltiples con impagos soberanos aparece con Calvo (1988). En este modelo, la multiplicidad se genera debido a que el prestatario elige deuda actual en lugar de deuda al vencimiento. Para entender intuitivamente por qué esto propicia equilibrios múltiples, lo explicaremos a través de los pagos de los tipos de interés de la deuda. Como ya se mencionó, en el modelo de Calvo (1988) el prestatario elige la deuda actual b y los prestamistas determinan el tipo de interés al vencimiento $R(z, b')$. La condición de precios vendría dada por la siguiente ecuación:

$$1 + r = (1 - \delta(z, b'))R(z, b') \quad [12]$$

Si los prestamistas creen que el impago es probable, $\delta(z, b')$ será elevado en la Ecuación [12]; por tanto, exigirán un tipo de interés más alto, $R(z, b')$. El Gobierno, al enfrentarse a un tipo de interés más alto en el próximo periodo, propicia que el pago al que tiene que hacer frente sea mayor y, por tanto, sea más probable que el Gobierno impague, justificando así la creencia inicial de los prestamistas. Este tipo de equilibrio se descarta en el modelo de Arellano (2008), porque el precio de la deuda no determina los pagos del soberano al vencimiento y, por tanto, no afecta a la probabilidad de impago en el siguiente periodo. Por ello, la elección del pago al vencimiento descarta la multiplicidad.

Siguiendo la línea de Calvo (1988), Lorenzoni y Werning (2019) analizan una versión dinámica del mismo, donde introducen el concepto de «crisis de deuda de movimiento lento». Estos son equilibrios autocumplidos en los que los tipos de interés elevados, debido al temor de futuros impagos, llevan a una acumulación gradual pero rápida de la deuda, validando el miedo de los inversores.

Un artículo de referencia, cuando hablamos de crisis de deuda autorrealizadas, es el de Cole y Kehoe (2000). La razón detrás de los equilibrios de tipos de interés altos impulsados por expectativas es diferente al expuesto en Calvo (1988). En este artículo, los autores construyen un modelo de equilibrio general dinámico con riesgo de refinanciación en el que las «manchas solares» desempeñan un papel exacerbado por los malos fundamentos. Estas crisis de deuda autorrealizadas se generan en el modelo debido a la existencia de múltiples equilibrios, que se consiguen, en este caso, realizando cambios en el supuesto cronológico.

Siguiendo a Cole y Kehoe (2000), la cronología en este modelo es la siguiente: el esquema de precios se ofrece antes de que el Gobierno tome su decisión de repago o impago de deuda; mientras que, en el modelo que se muestra en el cuerpo principal

de este artículo, el esquema de precios se ofrece después de que el Gobierno tome su decisión de incumplimiento o repago dentro del periodo. Por tanto, la distinción clave es si el esquema de precios, es decir, el precio como función de la nueva deuda emitida, es condicional o no al no-incumplimiento dentro del periodo. La idea es que, si los inversores eligen primero, puede ser óptimo pedir altos intereses. Esto conlleva una alta probabilidad de impago y, por tanto, confirma los altos intereses.

De este modo generan un modelo donde existen dos equilibrios (bueno y malo), con esquemas de precios distintos y que generan asignaciones de equilibrio distintas, si la deuda inicial se encuentra comprendida en un rango determinado, $b \in [\underline{b}, \bar{b}]$. En particular, uno de los equilibrios se caracteriza por la imposibilidad de renovar la deuda y conlleva un impago inmediato. El otro se caracteriza por la capacidad de emitir nuevos bonos y evitar el impago. En el rango de deuda mencionado con anterioridad, el Gobierno es vulnerable a las expectativas autocumplidas sobre su intención de reembolso; es decir, existe una probabilidad constante y estrictamente positiva de que dicha crisis se produzca. La respuesta del Gobierno es reducir su deuda para salir de la zona de crisis. Si el nivel de deuda inicial es suficientemente bajo, $\bar{b} \leq \underline{b}$, el Gobierno está fuera de peligro.

Existen numerosas extensiones del modelo de Cole y Kehoe. Conesa y Kehoe (2017) incluyen choques en la producción. En este caso, el Gobierno puede optar por permanecer en la zona de crisis a la espera de que una recuperación llegue antes de una crisis de deuda. Chatterjee y Eyigungor (2012) introducen bonos de largo vencimiento en modelos donde existe el riesgo de producir crisis autorrealizadas. Muestran cómo ante cualquier probabilidad de que se produzca una crisis de refinanciación, el país trataría de limitar su deuda a corto plazo hasta que dicha probabilidad se reduzca a un valor pequeño. Además, muestran cómo el uso de bonos de largo vencimiento disminuye la dependencia de la reducción de la deuda como respuesta óptima a las posibles crisis de refinanciación.

En un trabajo reciente, Bianchi y Mondragon (2018) muestran cómo la incapacidad de utilizar la política monetaria para estabilizar la economía hace que un Gobierno sea más vulnerable a una crisis de refinanciación autocumplida. Además, afirman que esta falta de autonomía monetaria desempeñó un papel fundamental en la vulnerabilidad de España durante la crisis de deuda de la zona euro.

Para finalizar este punto y resumiendo la idea principal, para conseguir o no multiplicidad en estos modelos, hay que tener en cuenta dos cuestiones fundamentales:

1. Quién mueve primero: prestamista o prestatario. Dado que en este modelo los agentes actúan de forma secuencial, este supuesto hace referencia a si la decisión de impagar o no del Gobierno y la cantidad de deuda que elige en caso de no impagar, se toma antes o después de que los inversores decidan la cantidad de deuda que quieren comprar.
2. Qué elige el Gobierno: deuda actual o deuda al vencimiento.

El Cuadro 5 lo ilustra claramente y cita algún ejemplo.

CUADRO 5
SUPUESTOS CLAVE: EQUILIBRIOS MÚLTIPLES O ÚNICO

		Elección Gobierno	
		Deuda actual	Deuda al vencimiento
Primer movimiento	Prestamista	Multiplicidad	Multiplicidad Cole y Kehoe (2000)
	Prestatario	Multiplicidad Calvo (1988)	Equilibrio único Arellano (2008) Aguar y Gopinath (2006)

FUENTE: Elaboración propia.

4.2. *Choques a la economía*

¿Qué perturbaciones están detrás de los episodios de deuda que observamos? La respuesta a esta pregunta es crucial para el diseño de políticas.

El modelo de Arellano (2008), al igual que la mayoría de los modelos cuantitativos sobre deuda e impago, se centra en perturbaciones de la producción. Esto es un punto de partida natural para pensar sobre los impagos de deuda, pero existen estudios, como el de Tomz y Wright (2007), donde se muestra que más de una tercera parte de 169 episodios de impago que se dieron en la historia comenzaron cuando los ingresos estaban en la tendencia de la producción o por encima de ella. Por otro lado, frecuentemente, países que se encuentran por debajo de la tendencia de su producción no llegan a caer en el impago. Esto indica que una recesión no es necesaria ni suficiente para impagar la deuda.

Investigar qué variables económicas están sujetas a perturbaciones que hacen que aumenten significativamente los incentivos de impago o qué podría llevar a un país a la bancarrota, es una cuestión que está abierta. A continuación, hablaremos de algunos choques que pueden tener especial relevancia en el riesgo de impago en una economía abierta pequeña, que el modelo más simple expuesto en este artículo no aborda.

4.2.1. Choques al tipo de interés mundial

El efecto de las perturbaciones de los tipos de interés mundiales sobre el impago están presentes en algunos trabajos empíricos, como Uribe y Yue (2006). Una forma de introducir este tipo de perturbaciones en el modelo de Arellano (2008) es la propuesta por Fernández-Villaverde *et al.* (2011). En ella incluyen perturbaciones al nivel del tipo de interés internacional y perturbaciones que afectan a la volatilidad del tipo de interés internacional. Esto lo modelan de la siguiente forma:

$$r_t = \bar{r} + \epsilon_{r,t} \tag{13}$$

Donde $\bar{r}$ es la media y $\epsilon_{r,t}$ representa desviaciones de la media que, a su vez, siguen un AR(1):

$$\epsilon_{r,t} = \rho_r \epsilon_{r,t-1} + e^{\sigma_{r,t}} u_{r,t} \quad [14]$$

Donde $\sigma_{r,t}$ representa la desviación estándar, la cual sigue otro AR(1) independiente, y $u_{r,t}$ es una perturbación ruido blanco.

Johri *et al.* (2020) incorporan esta forma de modelar el tipo de interés internacional en el modelo de Arellano (2008), con el objetivo de analizar su efecto en el riesgo de declarar un impago de deuda. En este artículo encuentran que, tanto en los datos como en el modelo, existe una relación significativamente positiva entre el nivel y la volatilidad del tipo de interés internacional y la prima de riesgo. También descubren una asociación positiva entre la volatilidad de la prima de riesgo y el nivel y la volatilidad del tipo de interés internacional. El modelo indica que la deuda es decreciente en ambas variables.

En la misma línea, Guimaraes (2011) analiza el impacto de perturbaciones en la producción y perturbaciones en el tipo de interés internacional en los niveles de deuda compatibles con los incentivos. Guimaraes encuentra que, mientras las perturbaciones en la producción no afectan significativamente a los niveles de deuda óptimos, las perturbaciones que afectan a los tipos de interés mundiales sí que podrían tener un gran impacto sobre la misma.

4.2.2. Choques en los términos reales de intercambio

Por otro lado, otro choque importante que puede afectar al riesgo de impago, sobre todo en economías emergentes, y que no es tenido en cuenta en el modelo básico, es el que afecta a los términos reales de intercambio. Los términos reales de intercambio se definen como la ratio entre los precios de las exportaciones y de las importaciones de un país.

Una cuestión relevante a tratar es cómo este tipo de perturbaciones afectan a la imposibilidad de un país a repagar su deuda y a los tipos de interés de los bonos soberanos.

Un artículo que analiza una cuestión que va en esta línea es Cuadra y Sapriza (2006). Este artículo, tomando como modelo base el modelo de Arellano (2008), incorpora producción en la economía y choques en términos de intercambio. La principal diferencia es que ahora el precio de los bonos (Ecuación [5]) y la probabilidad de impago (Ecuación [11]) son una función de la deuda mañana, b' , y del término de intercambio, P .

El modelo muestra que, cuando el Gobierno está altamente endeudado, una perturbación negativa en los términos de intercambio lleva a este al impago.

4.3. Bonos con largo vencimiento

Uno de los supuestos principales en Eaton y Gersovitz (1981) o Arellano (2008) es que los bonos vencen en el periodo siguiente. Varios trabajos recientes han relajado esta hipótesis, incluyendo bonos con vencimientos más largos. La estructura de vencimientos de los bonos soberanos desempeña un papel importante en la determinación de las probabilidades de impago y los precios de los bonos. Por tanto, la incorporación de vencimientos más largos puede mejorar las propiedades cuantitativas de estos modelos.

Existen varios enfoques equivalentes para introducirlos en el modelo. Chatterjee y Eyigungor (2012) adaptan un marco de «perpetuidad» a los bonos, suponiendo que un bono vence el próximo periodo con un riesgo constante. Por otro lado, Hatchondo y Martínez (2010) suponen que los bonos pagan una secuencia geométrica decreciente de cupones de forma indefinida. Cualquiera de los dos enfoques de modelización hace que el vencimiento de los bonos sea una variable estacionaria, permitiendo duraciones más largas sin que los bonos emitidos en diferentes periodos tengan vencimientos heterogéneos.

En este caso, el rendimiento del bono no solo depende de si el Gobierno incumple, también depende del precio de los bonos en el siguiente periodo si no hay incumplimiento. Esto refleja la ganancia o pérdida de capital que experimenta el tenedor de un bono a lo largo de su vida.

Un elemento clave e interesante que introduce el marco de largo vencimiento es que los bonos que se emitieron en periodos anteriores están sujetos a dilución. La idea es que, si un soberano sigue aumentando el nivel de deuda, la probabilidad de impago también aumenta, y a veces conduce a un eventual impago. Por tanto, una mayor probabilidad de impago se ajusta a través de la reducción del valor de los bonos. Los tenedores de bonos que compraron bonos en periodos anteriores se ven afectados por la decisión de endeudamiento del soberano. El precio al que pueden vender los bonos que poseen en el mercado secundario es inferior al que habrían tenido sin un mayor endeudamiento por parte del soberano emisor de bonos. Incluso, si los tenedores de bonos mantienen sus bonos hasta el vencimiento, se enfrentan a un mayor riesgo de impago, debido al aumento del nivel de deuda mediante la emisión de más bonos por parte del Gobierno. Solo los nuevos tenedores de bonos obtienen la compensación del mayor riesgo de impago a través de un menor precio de los bonos.

Varios autores proponen diversas soluciones para mitigar el problema de la dilución de la deuda. Entre los más destacados se encuentran Hatchondo *et al.* (2016), que proponen imponer un límite máximo a la deuda externa total o sobre la relación deuda/PIB. Por otro lado, Chatterjee y Eyigungor (2015) proponen una especie de acuerdo de antigüedad relativa. Básicamente, la idea es que todos los acreedores pierden una cantidad igual de la deuda pendiente, pero se les paga en función de la antigüedad previamente decidida para la parte restante de la deuda, en caso de reorganización tras el incumplimiento del soberano prestatario.

Los bonos a largo plazo tienen diferentes propiedades de cobertura que la deuda a corto plazo. Arellano y Ramanarayanan (2012) construyen un modelo cuantitativo con deuda a corto y largo plazo. En ese artículo, muestran que el estado tiene más incentivos para reembolsar en el caso de la deuda a corto plazo, mientras que la deuda a largo plazo es una cobertura contra futuras fluctuaciones de los diferenciales. En la misma línea, Broner *et al.* (2013) documentan que los soberanos de los mercados emergentes emiten deuda con vencimiento más corto en periodos de crisis, mientras que la deuda a largo plazo se emite en tiempos normales.

Disponer de ambos bonos genera un modelo más rico y amplía la gama de fenómenos económicos que se pueden abordar con dicho modelo.

4.4. *Renegociación de la deuda*

En la realidad, tras un episodio de impago, los países negocian las condiciones con los prestamistas para recuperar el acceso a los mercados financieros y, normalmente, los prestamistas recuperan una fracción de la deuda impagada. Los modelos como el de Arellano (2008) o Aguiar y Gopinath (2006) suponen que el reembolso de la deuda es nulo tras los impagos; por tanto, estos modelos no tienen en cuenta las implicaciones de una quita de la deuda.

Cruces y Trebesch (2013) construyen la primera base de datos completa sobre las pérdidas de los inversores –bancos extranjeros y demás tenedores de bonos–, que soportaron tras pasar procesos de restructuración de la deuda soberana desde 1979 hasta 2010, incluyendo 180 casos y 68 países. En este estudio empírico muestran cómo las restructuraciones de deuda que implican mayores quitas de la deuda están asociadas a primas de riesgo posteriores más elevadas y a periodos más largos de exclusión de los mercados financieros. Por tanto, este trabajo proporciona evidencia empírica de que, ante una restructuración de deuda, el Gobierno se enfrenta a una disyuntiva entre lograr un mayor alivio de la deuda ahora, que conllevaría beneficios a corto plazo, pero a costa de que en el futuro tenga que enfrentarse a peores condiciones de endeudamiento.

En otro trabajo, Benjamin y Wright (2009) muestran que el proceso de negociación promedio cuando se produce un impago de deuda tarda más de 7 años en resolverse, dando lugar a pérdidas a los acreedores de aproximadamente un 40 % y dejando al país soberano más endeudado que cuando declaró el impago. Para explicar esta aparente gran ineficiencia en las negociaciones, presentan una teoría de la renegociación de la deuda soberana en la que el retraso surge de los mismos problemas de compromiso que conducen al impago en primer lugar. Una reestructuración de la deuda genera un superávit para las partes tanto en el momento del acuerdo como en el futuro. Pero desde el punto de vista privado, el deudor y el acreedor encuentran óptimo retrasar la reestructuración hasta que el riesgo de impago futuro sea bajo.

Su modelo, aparte de explicar hechos estándar en la literatura de deuda, puede explicar nuevos hechos sobre las reestructuraciones de deuda como: *i)* que los procesos

de reestructuración más largos están correlacionados con mayores quitas de deuda, o *ii*) que las negociaciones de deuda más prolongadas y las mayores quitas de deuda son más probables cuando las condiciones económicas del país moroso son más débiles en el momento de la declaración de impago.

Siguiendo esta línea, Yue (2010) incorpora tanto el impago como la renegociación de la deuda en un modelo de equilibrio dinámico con el objetivo de analizar la conexión entre el impago, la renegociación de la deuda y los tipos de interés en una pequeña economía abierta. Utiliza dicho modelo para estudiar la crisis de la deuda en Argentina. Muestra cómo la incorporación de la renegociación endógena de la deuda permite que los modelos de impago soberano se ajusten a las reducciones de la deuda de los países que llevan a cabo impagos de deuda.

En equilibrio, los bonos soberanos tienen un precio que compensa a los prestamistas tanto por el riesgo de impago como por el riesgo de reestructuración de la deuda. Los tipos de interés aumentan con el nivel de deuda, debido a la mayor probabilidad de impago y a la menor tasa de recuperación de la deuda.

El modelo produce un mayor nivel de deuda en equilibrio, en comparación con el modelo de Arellano (2008), proporciona una explicación teórica de la reducción de la deuda tras un impago de deuda y reproduce la relación entre las quitas de deuda y el endeudamiento del país moroso; esta relación no puede analizarse en los modelos de deuda soberana sin renegociación de la deuda.

Por tanto, incorporar este supuesto en el modelo no solo puede ayudar a aumentar la cantidad de deuda en equilibrio, sino que también puede explicar la existencia de crisis persistentes, ya que el Gobierno no tiene una deuda nula después de declarar el impago de deuda.

5. Conclusión

En los modelos estándar de impago soberano, como Eaton y Gersovitz (1981), Aguiar y Gopinath (2006) o Arellano (2008), el impago se debe exclusivamente a los fundamentos de la economía. Este modelo constituye un buen punto de partida para iniciarse en el estudio de modelos de deuda. Por ello, este artículo explica cómo construir y calibrar dicho modelo, utilizando como ejemplo la economía griega. Sin embargo, debido a su simplicidad, hay determinados fenómenos económicos que no pueden ser explicados por el mismo.

El modelo parece ajustarse bastante bien a muchos de los momentos estadísticos que observamos en la economía griega. Sin embargo, la evolución de su crisis de deuda parece un tanto desconcertante desde el punto de vista de este modelo estándar de impago. Como resultado de las simulaciones, obtengo un comportamiento rezagado de los aumentos de los diferenciales de los bonos griegos durante la Gran Recesión en Europa. Además, el modelo no puede explicar la alta volatilidad de la prima de riesgo desde 2001 hasta la quita de deuda.

No obstante, en el modelo presente en el trabajo, asumimos –siguiendo el enfoque convencional en la literatura de deuda– que la restricción presupuestaria del Gobierno y el sector privado están consolidadas y, por tanto, no se está teniendo en cuenta el papel de la deuda pública doméstica a parte de la deuda pública externa. En esta línea, Bocola *et al.* (2019) analizan el papel de la deuda pública doméstica en la crisis de deuda soberana para Portugal, España e Italia. Muestran que calibrar el modelo para igualar la ciclicidad de la deuda pública –en lugar de la deuda externa– permite a este captar mejor la distribución empírica de los diferenciales de tipos de interés y da lugar a una dinámica de crisis más realista. Esto sería una potencial línea interesante para explorar en el caso de la economía griega, ya que se observa cómo su deuda externa cae desde 2010 –no en el caso de Italia, España y Portugal–, sin embargo, la deuda pública total no cesó de aumentar.

La investigación futura debería explorar formas de abordar rompecabezas que surgen con el empleo de este modelo, donde las implicaciones del modelo teórico son inconsistentes con los datos económicos observados.

Por ello, al final del artículo hacemos referencia a varias extensiones que pueden llevarse a cabo en el modelo, cambiando alguno de sus supuestos principales, con el objetivo de enriquecer la investigación futura en el área. Introducir nuevos choques en la economía, a parte de los típicos choques a la producción, incorporar deuda a largo plazo o ir más allá de los fundamentales de la economía y otorgarle un papel a las expectativas, como hacen los modelos de crisis de deuda autorrealizadas, son algunas posibles extensiones que se pueden incorporar en el modelo.

Lo cierto es que existen todavía brechas y cuestiones abiertas en la literatura de la deuda soberana, que necesitan más investigación. Por ejemplo, los modelos cuantitativos suelen carecer de microfundamentos para los supuestos clave. Como, por ejemplo, el diseño de los contratos financieros óptimos teniendo en cuenta que existen asimetrías de información entre el gobernador y los prestamistas. Además, como explica Dias *et al.* (2014), es difícil agregar e interpretar los datos sobre bonos, bajo la óptica de estos modelos cuantitativos de deuda soberana.

Por último, una hipótesis que asumen todos los modelos de deuda hasta el momento es que los agentes tienen expectativas racionales. Desviarnos de este supuesto es un terreno que todavía no se ha explorado en esta literatura. Este supuesto impone enormes exigencias al conocimiento de los agentes sobre el funcionamiento de los mercados y fundamentales en el futuro, que ni siquiera los expertos en economía tienen. Por ejemplo, los inversores poseen detalles y conocimientos exactos sobre la decisión del Gobierno, la densidad de probabilidad de las variables externas y la ecuación de precios que se mantiene en equilibrio.

Para abordar esta cuestión en estos modelos, primero, habría que testear si tal supuesto se satisface empíricamente, mediante el uso de encuestas realizadas a inversores o a profesionales de predicción y ver si existen errores sistemáticos de predicción. En caso de que este supuesto de expectativas racionales no se satisfaga, podríamos analizar cómo las expectativas de los precios futuros de los bonos o la probabilidad de impago subjetiva pueden afectar al precio del bono hoy, mediante

un modelo con racionalidad interna en la línea propuesta por Adam y Marcet (2011). En estos modelos, los agentes tienen creencias subjetivas que no son exactamente iguales a la densidad objetiva de las variables externas que no están bajo su control. Esto constituiría una forma distinta de analizar el papel de las expectativas en este tipo de modelos.

Referencias bibliográficas

- Adam, K., & Marcet, A. (2011). Internal rationality, imperfect market knowledge and asset prices. *Journal of Economic Theory*, 146(3), 1224-1252.
- Aguiar, M., & Gopinath, G. (2006). Defaultable debt, interest rates and the current account. *Journal of International Economics*, 69(1), 64-83.
- Arellano, C. (2008). Default risk and income fluctuations in emerging economies. *American Economic Review*, 98(3), 690-712.
- Arellano, C., & Ramanarayanan, A. (2012). Default and the maturity structure in sovereign bonds. *Journal of Political Economy*, 120(2), 187-232.
- Ayres, J., Navarro, G., Nicolini, J. P., & Teles, P. (2018). Sovereign default: The role of expectations. *Journal of Economic Theory*, 175, 803-812.
- Benjamin, D., & Wright, M. L. (2009). Recovery before redemption: A theory of delays in sovereign debt renegotiations. *SSRN 1392539*.
- Bianchi, J., & Mondragon, J. (2018). *Monetary independence and rollover crises* (NBER Working Paper Series n.º 25340). National Bureau of Economic Research.
- Bocola, L., Bornstein, G., & Dovis, A. (2019). Quantitative sovereign default models and the european debt crisis. *Journal of International Economics*, 118, 20- 30.
- Broner, F. A., Lorenzoni, G., & Schmukler, S. L. (2013). Why do emerging economies borrow short term? *Journal of the European Economic Association*, 11(suppl. 1), 67-100.
- Calvo, G. A. (1988). Servicing the public debt: The role of expectations. *American Economic Review*, 78(4), 647-661.
- Chatterjee, S., & Eyigungor, B. (2012). Maturity, indebtedness, and default risk. *American Economic Review*, 102(6), 2674-2699.
- Chatterjee, S., & Eyigungor, B. (2015). A seniority arrangement for sovereign debt. *American Economic Review*, 105(12), 3740-3765.
- Cole, H. L., & Kehoe, T. J. (2000). Self-fulfilling debt crises. *Review of Economic Studies*, 67(1), 91-116.
- Conesa, J. C., & Kehoe, T. J. (2017). Gambling for redemption and self-fulfilling debt crises. *Economic Theory*, 64(4), 707-740.
- Cruces, J. J., & Trebesch, C. (2013). Sovereign defaults: The price of haircuts. *American Economic Journal: macroeconomics*, 5(3), 85-117.
- Cuadra, G., & Sapriza, H. (2006). *Sovereign default, terms of trade, and interest rates in emerging markets* (Working Papers n.º 2006-01). Banco de México.
- Dias, D. A., Richmond, C., & Wright, M. L. (2014). The stock of external sovereign debt: Can we take the data at “face value”? *Journal of International Economics*, 94(1), 1-17.
- Eaton, J., & Gersovitz, M. (1981). Debt with potential repudiation: Theoretical and empirical analysis. *Review of Economic Studies*, 48(2), 289-309.

- Fernández-Villaverde, J., Guerrón-Quintana, P., Rubio-Ramírez, J. F., & Uribe, M. (2011). Risk matters: The real effects of volatility shocks. *American Economic Review*, 101(6), 2530-2561.
- Guimaraes, B. (2011). Sovereign default: which shocks matter? *Review of Economic Dynamics*, 14(4), 553-576.
- Hamann, F. (2002). Sovereign risk and macroeconomic fluctuations. *Borradores de Economía*, 225.
- Hamilton, J. D. (2018). Why you should never use the Hodrick-Prescott filter. *Review of Economics and Statistics*, 100(5), 831-843.
- Hatchondo, J. C., & Martinez, L. (2010). The politics of sovereign defaults. *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Quarterly*, 96(3), 291-317.
- Hatchondo, J. C., Martinez, L., & Sapriza, H. (2010). Quantitative properties of sovereign default models: solution methods matter. *Review of Economic dynamics*, 13(4), 919-933.
- Hatchondo, J. C., Martinez, L., & Sosa-Padilla, C. (2016). Debt dilution and sovereign default risk. *Journal of Political Economy*, 124(5), 1383-1422.
- Johri, A., Khan, S., & Sosa-Padilla, C. (2020). *Interest rate uncertainty and sovereign default risk* (NBER Working Paper Series n.º 27639). National Bureau of Economic Research.
- Lorenzoni, G., & Werning, I. (2019). Slow moving debt crises. *American Economic Review*, 109(9), 3229-3263.
- Paluszynski, R. (2017). Learning about debt crises. *Manuscript, University of Houston*.
- Schmitt-Grohé, S., & Uribe, M. (2009). Finite-state approximation of VAR processes: a simulation approach. *Columbia University*.
- Tomz, M., & Wright, M. L. (2007). Do countries default in “bad times”? *Journal of the European Economic Association*, 5(2-3), 352-360.
- Uribe, M., & Yue, V. Z. (2006). Country spreads and emerging countries: Who drives whom? *Journal of International Economics*, 69(1), 6-36.
- Yue, V. Z. (2010). Sovereign default and debt renegotiation. *Journal of International Economics*, 80(2), 176-187.

APÉNDICE

A. Variación del factor de descuento

En estos modelos, el papel del factor de descuento es importante. Cuando el valor del factor de descuento β varía, ocurren dos cosas en direcciones opuestas. Si disminuimos (aumentamos) el valor de β , los agentes se vuelven más impacientes (pacientes). Suceden dos cosas:

Por un lado, esto debería hacer que los países impaguen más (menos) a menudo. Estos se muestran más (menos) preocupados por los futuros daños que conlleva el impago. Por otro lado, se acumula más (menos) deuda. Prefieren consumir más hoy que mañana. En un modelo sin impago, cuanto más impacientes sean los agentes, mayor será el nivel de deuda.

En el equilibrio se determina la fuerza que domina. En el modelo presente en este trabajo, lo hace la primera, como se puede apreciar en el Cuadro A1.

CUADRO A1
VARIACIONES EN β

	Frecuencia impago	$E(b/z)$	$E(\text{prima de riesgo})$
Datos	2	0,63	2,67
$\beta = 0,85$	2,67	0,59	3,57
$\beta = 0,9$	1,41	0,71	1,66
$\beta = 0,95$	0,44	0,87	0,49
$\beta = 0,871$ (Referencia)	2,1	0,63	2,68

NOTA: Resultados de cambiar el valor de β en el modelo I, manteniendo todo lo demás constante.

FUENTE: Elaboración propia.

Un aumento de β , manteniendo los demás parámetros constantes, disminuye la frecuencia de impago y aumenta la media de la deuda, es decir, se puede soportar más deuda. Lo contrario ocurre cuando disminuimos el valor de β .

B. Series de datos Grecia

1. PIB en términos reales: Datos recopilados por Hellenic Statistical Authority (ELSTAT), Atenas, y suministrados a la OCDE por Eurostat. Datos trimestrales. En dólares estadounidenses, millones, 2015.
2. Gasto en consumo final privado: Eurostat. Datos trimestrales. En dólares estadounidenses, millones, 2015.
3. Tipo de interés a largo plazo: OCDE (2021). Tipos de interés a largo plazo (indicador). <https://doi.org/10.1787/662d712c-en> (consultado el 20 de abril de 2021).

4. Valores de la deuda externa de las Administraciones públicas, expresados como fracción del PIB trimestral. Procedentes de la siguiente base de datos: World Bank's Quarterly External Debt Statistics. Datos trimestrales.
5. Exportaciones e importaciones: OCDE (2021). Comercio de bienes y servicios (indicador). <https://doi.org/10.1787/0fe445d9-en> (consultado el 20 de abril de 2021). Datos trimestrales.

C. Método de solución

La ausencia de una solución definida en el problema de optimización presentado en la Expresión [8] significa que las funciones óptimas deben construirse calculando sus valores en una cuadrícula finita de posibles valores de las variables del estado. La mayoría de los trabajos en la literatura, como Arellano (2008), utilizan el método del espacio de estado discreto para resolver sus modelos.

Este método discretiza el espacio de estado a lo largo de todas las dimensiones y restringe las variables de elección y de estado para que se encuentren en esos puntos de cuadrícula predeterminados. En el modelo, las dos variables de estado son la dotación z y la deuda b , y las variables de elección son el impago y las tenencias de deuda del siguiente periodo b' . Se discretiza la dotación en n_z puntos de cuadrícula y la deuda en n_b puntos de cuadrícula, lo que da un total $n_z n_b$ de puntos de cuadrícula en el espacio de estado. Para cada punto del espacio de estado, se resuelve el problema de optimización eligiendo el nuevo nivel de endeudamiento b' entre los mismos n_b puntos de cuadrícula para b de forma que el valor de la Expresión [8] sea el más alto. A continuación, se compara el valor del impago con el valor del reembolso y se decide la elección discreta del impago.

Este método es sencillo y fácil de aplicar, pero costoso desde el punto de vista computacional. El problema se agrava por el hecho de que muchos autores utilizan un algoritmo con dos bucles: el bucle interior itera sobre las funciones de valor para un precio de bono dado, y el bucle exterior itera sobre el precio del bono. El modelo no se resuelve hasta que las dos iteraciones convergen. Hatchondo *et al.* (2010) muestran que el algoritmo puede optimizarse más rápido si se utiliza un algoritmo de un bucle que itera sobre la función del precio del bono junto con las funciones de valor, que es lo que se lleva a cabo en este artículo.

D. Algoritmo computacional

El algoritmo computacional está basado en Uribe y Yue (2006). A continuación, se explica con mayor detalle el algoritmo utilizado para resolver el modelo:

1. Comenzamos con una conjetura para los parámetros a calibrar que precisan de un ejercicio de equiparación de momentos, como son β y los parámetros que intervienen en la función de coste de producción en caso de impago, a_0 y a_1 .

2. Hacemos una conjetura de la función de valor $v(b, z)$, lo estándar es darle valor cero y hacer otra conjetura para la función de precios. En este caso $q_t = 1/1 + r$. Utilizamos un único bucle que itere la función de precio del bono junto con las funciones de valor.
3. Para cada par (b, z) : actualizamos la función de valor de impago, $v_d(z)$, y la función de valor de repagar, $v_c(b, z)$.
4. Se actualiza la función de valor $v(b, z)$, la decisión de impago, la probabilidad de impago *ex ante* implícita y la función de precios.
5. Comprobamos la convergencia. Si se cumple el criterio de convergencia, paramos y avanzamos al siguiente paso. Si no, volvemos al paso 3.
6. Calculamos políticas de decisión consumo y deuda.
7. Calculamos los momentos estadísticos de datos que no contienen el impago. Del total de la longitud de la simulación, 10^{11} , nos deshacemos de las primeras 10^5 observaciones y nos quedamos con 10^6 , de esas calculamos los momentos. Si el modelo equipara los determinados momentos necesarios para calibrar los parámetros del paso 1, paramos; si no se ajustan los parámetros, repetimos todo el proceso.