

# Un modelo de riesgo soberano con recursos naturales\*

## *A sovereign default model with natural resources*

Carlos Esquivel  
Rutgers University

### **Resumen**

*Este artículo propone un modelo para estudiar cómo la explotación de recursos naturales afecta al riesgo soberano de países emergentes. El modelo incluye inversión, producción en tres sectores y recursos naturales. En la presencia de un mayor acervo de recursos naturales, el Gobierno incrementa la inversión para explotarlos y aumenta el consumo, ya que el ingreso permanente es mayor. Tanto la mayor inversión como el consumo adicional son financiados con un aumento de deuda externa. Adicionalmente, hay una reasignación de factores de la producción hacia bienes no comerciables, lo cual aprecia el tipo de cambio real y aumenta la volatilidad del ingreso comerciable. Los incrementos en volatilidad y deuda generan un aumento en la probabilidad de impago y, con ello, un incremento en la tasa de interés. Asimismo, la volatilidad del consumo también aumenta, lo cual puede disminuir las ganancias de bienestar provenientes de una mayor riqueza de recursos naturales.*

**Palabras clave:** riesgo soberano, enfermedad holandesa, tipo de cambio real.

**Clasificación JEL:** F34, F41, Q33.

### **Abstract**

*This paper develops a model to study how the exploitation of natural resources affects sovereign risk in emerging economies. The model features investment, production in three sectors, and natural resources. In the presence of a higher stock of natural resources, the government increases investment in order to exploit them and also increases consumption since permanent income is higher. Both investment and consumption are financed with the issuance of external debt. In addition, there is a reallocation of production factors towards non-traded goods, which appreciates the real exchange rate and increases the volatility of tradable income. Both the increase in volatility and the debt level raise the probability of default and the interest rates the government pays for its debt. Consumption volatility also increases, which lowers the welfare gains from higher natural resource wealth.*

**Keywords:** sovereign risk, Dutch disease, real exchange rate.

---

\* Este artículo presenta una versión simplificada del modelo en el primer capítulo de mi tesis doctoral. Agradezco a Manuel Amador y Tim Kehoe por su mentoría. También agradezco a dos dictaminadores anónimos por sus comentarios y sugerencias.

## 1. Introducción

La «maldición de los recursos naturales» es un término acuñado por Auty (1994) para referirse a la observación de que países en desarrollo que son relativamente ricos en recursos naturales tienen tasas de crecimiento menores que las de otros países similares con menos recursos naturales. Esta observación ha sido ampliamente documentada –véase, por ejemplo, Gelb (1988), Auty (1990), Sachs y Warner (2001), entre otros– y diversas teorías se han desarrollado para estudiarla –véase, por ejemplo, Sachs y Warner (1995) y Alberola y Benigno (2017)–. Recientemente, gracias al desarrollo de modelos de *default* soberano en equilibrio general, autores como Hamann *et al.* (2018) y Esquivel (2021) han puesto énfasis en el efecto que los recursos naturales tienen en los incentivos de los Gobiernos para el pago de su deuda. En particular, estos autores documentan una relación contra-intuitiva entre recursos naturales y riesgo de *default*, que da una sensación de sorpresa similar a la maldición de los recursos naturales: mayor abundancia de recursos se relaciona con mayor riesgo de *default*.

Este artículo presenta un modelo de *default* soberano en equilibrio general para estudiar la relación entre recursos naturales, endeudamiento y la incidencia de episodios de *default*. El objetivo es presentar un modelo parsimonioso que exponga los elementos fundamentales y que pueda servir de base para modelos cuantitativos más complejos. En este sentido, el modelo es una versión simplificada del desarrollado en Esquivel (2021), el cual, además de exponer el mecanismo principal, incluye detalles que elevan la complejidad del modelo (y la dificultad de solución) pero que le permiten alinearlos de manera cuantitativa con los datos. El modelo en este artículo se enfoca en la exposición del mecanismo y, por tanto, prescinde de dichos detalles que para estos fines resultan secundarios.

El modelo cuenta con producción en tres sectores intermedios. Por un lado, hay un sector comerciable y otro no-comerciable que compiten por factores de la producción (en este caso, por simplicidad, solo trabajo, aunque el modelo puede extenderse para tener capital en estos sectores). Adicionalmente, hay un sector que produce materias primas combinando capital y una dotación de recursos naturales que se mantiene fija<sup>1</sup>. Esta estructura productiva está inmersa en un modelo de *default* soberano que sigue la formulación presentada primero en Eaton y Gersovitz (1981), donde un Gobierno relativamente impaciente puede emitir deuda en mercados financieros internacionales y no puede comprometerse a pagar<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> La dotación de recursos naturales puede extenderse a variar de forma exógena, como los descubrimientos de grandes yacimientos de petróleo en Esquivel (2021), o de forma endógena, como la administración de reservas petroleras en Hamann *et al.* (2018). El detalle fundamental es que este sector se diferencia de los demás por requerir recursos naturales para la producción.

<sup>2</sup> Arellano (2008) y Aguiar y Gopinath (2006) desarrollaron para versiones del modelo en una economía donde la producción es exógena. Gordon y Guerron-Quintana (2018) desarrollaron una versión del modelo con producción, acumulación de capital y deuda de largo plazo. Por otro lado, Arellano *et al.* (2018) desarrollan una versión del modelo con acumulación de capital y producción en sectores comerciables y no-comerciables.

El modelo permite una disección de los distintos mecanismos a través de los cuales más recursos naturales generan mayor incidencia de episodios de *default*. Por un lado, la economía con más recursos naturales tiene un ingreso permanente mayor. Un Gobierno relativamente impaciente elige endeudarse más para invertir en el sector de materias primas y adelantar más consumo de mayores ingresos futuros, lo cual incrementa las probabilidades de observar un *default* por el elevado nivel de endeudamiento. Por otro lado, la economía con más recursos naturales asigna más factores de producción al sector no-comerciable. Dado que la deuda externa tiene que financiarse con exportaciones, esto implica que la fracción del ingreso con la que se puede pagar el servicio de deuda se vuelve más dependiente de las exportaciones de materias primas.

Un supuesto fundamental en el modelo es que el precio internacional de materias primas tiene una elevada varianza, lo cual implica una mayor varianza de ingreso comerciable para economías con mayores dotaciones de recursos naturales. Está ampliamente documentado que los precios internacionales de materias primas son relativamente más volátiles que los precios de otros bienes comerciables (como, por ejemplo, manufacturas). Jacks *et al.* (2011) documentan este hecho estilizado. Drechsel y Tenreyro (2018) estudian cómo la volatilidad de materias primas afecta los ciclos reales de negocios en economías pequeñas y abiertas. Ayres *et al.* (2020) estudian cómo la volatilidad de ciertas materias primas afecta las propiedades cíclicas del tipo de cambio real en economías avanzadas.

Esta mayor varianza del ingreso comerciable implica una mayor probabilidad de observar estados en los cuales le es más conveniente al Gobierno no pagar el servicio de su deuda (por ejemplo, estados en los que el precio de materias primas es bajo), lo cual también incrementa la incidencia de episodios de *default*.

La sección 2 presenta el entorno del modelo, el concepto de equilibrio y discute la intuición de los principales mecanismos. La sección 3 discute el método de solución del modelo. La sección 4 presenta el análisis cuantitativo. Finalmente, la sección 5 presenta las conclusiones y algunas avenidas para futuros proyectos de investigación.

## 2. Modelo

Consideramos una economía pequeña y abierta. El modelo pertenece a la clase de modelos de *default* soberano basados en el trabajo de Eaton y Gersovitz (1981). Hay producción en tres sectores intermedios, emisión de deuda externa, *default*, y acumulación de capital para materias primas. Modelar la acumulación de capital en materias primas es importante por dos razones. La primera es que permite capturar el hecho de que las dotaciones de recursos naturales desvían factores de la producción hacia estas actividades. La segunda es que existe un vínculo empírico entre esta asignación de factores y las tasas de interés a través del efecto de las primeras en los incentivos de *default* en el futuro –véase Hamann *et al.* (2018) y Esquivel (2021)–. La asignación de capital en un periodo para ser utilizado en el siguiente le permite al modelo capturar este vínculo dinámico entre la inversión y las tasas de interés. Este

vínculo dinámico no puede ser capturado con un modelo de solo dotaciones de recursos naturales o solo producción con trabajo (ya que el trabajo típicamente se modela como un factor no-dinámico cuya asignación puede decidirse dentro del mismo periodo).

Por simplicidad, asumimos que el Gobierno es capaz de elegir todas las asignaciones de recursos en la economía, ya que el objetivo principal del modelo es ilustrar cómo la presencia de recursos naturales afecta los incentivos de pago de deuda.

## 2.1. Entorno

Hay una economía pequeña y abierta. El hogar representativo tiene preferencias por consumo a lo largo del tiempo descritas por:

$$E_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, l_t)$$

Donde  $c_t$  es consumo de un bien final no comerciable,  $l_t$  es trabajo,  $u(c, l) = \frac{(c - v(l))^{1-\sigma}}{(1-\sigma)}$  es la utilidad del periodo y  $v(l) = \psi \frac{l^{1+\epsilon}}{1+\epsilon}$  es la desutilidad por trabajo. Esta es la formulación de preferencias propuesta por Greenwood *et al.* (1988), bajo la cual no hay efecto de la riqueza en la oferta laboral (es decir, la oferta laboral no depende del consumo presente). El bien final es un agregado de bienes intermedios comerciables  $c_N$  y no comerciables  $c_T$ , que se produce con la tecnología:

$$Y = \left( \omega c_N^{\frac{\chi-1}{\chi}} + (1-\omega) c_T^{\frac{\chi-1}{\chi}} \right)^{\frac{\chi}{\chi-1}} \quad [1]$$

Donde  $\chi$  es la elasticidad de sustitución entre bienes comerciables y no comerciables. Cada uno de estos bienes intermedios se produce con trabajo utilizando las tecnologías:

$$y_N = z l_N^{1-\alpha_N} \quad [2]$$

$$y_T = z l_T^{1-\alpha_T} \quad [3]$$

Donde  $l_N$  y  $l_T$  son las cantidades de trabajo asignadas a cada uno de los sectores intermedios,  $1 - \alpha_N$  y  $1 - \alpha_T$  son las participaciones del trabajo en el valor agregado y  $z$  es un choque aleatorio de productividad que sigue un proceso de Markov<sup>3</sup>. Dentro de cada periodo, el trabajo puede moverse libremente entre un sector y otro siempre y cuando  $l_N + l_T = l$ .

La economía cuenta con una dotación de recursos naturales  $R$  que, por ahora, supondremos que está fija. Estos recursos pueden ser explotados para la producción de materias primas  $y_c$  que pueden ser vendidas al resto del mundo por un precio  $p_C$  en términos del bien comerciable  $T$  (que es el numerario). Dado que la economía es pequeña, el Gobierno toma  $p_C$  como dado y, por simplicidad, asumimos que se

<sup>3</sup> Estas tecnologías con retornos decrecientes a escala suponen la existencia de una unidad de capital en cada sector, la cual, por simplicidad, suponemos está fija.

determina de manera aleatoria siguiendo un proceso de Markov. La explotación de recursos naturales requiere de capital específico a ese sector  $k$  y se realiza utilizando la tecnología  $y_C = k^{\alpha_C} R^{1-\alpha_C}$ .

Hay un Gobierno benevolente que elige todas las asignaciones de recursos en la economía. La ley de movimiento de capital es:

$$k_{t+1} = i_t + (1 - \delta)k_t + \frac{\phi}{2} (k_{t+1} - k_t)^2 \quad [4]$$

Donde  $i_t$  es la inversión,  $\delta$  es la tasa de depreciación del capital y  $\frac{\phi}{2} (k_{t+1} - k_t)^2$  es el costo de ajuste de capital. El Gobierno puede emitir deuda externa de un periodo en la forma de bonos no contingentes  $b_{t+1}$  por un precio de mercado  $q_t$ . La deuda está denominada en términos del bien  $T$ . A diferencia del precio de materias primas, el Gobierno no toma  $q_t$  como dado sino la función inversa de demanda  $q(\cdot, b)$ , ya que ser el único emisor de su propia deuda le otorga poder monopólico en el sentido de que puede controlar el precio de esta deuda como función de su oferta  $b$ .

Al principio de cada periodo, el Gobierno puede decidir entre pagar o no pagar la deuda. Si el Gobierno decide pagar la deuda, la balanza de pagos es:

$$b_t - q_t b_{t+1} = x_{T,t} + p_{C,t} y_{C,t} \quad [5]$$

Donde  $x_{T,t} = y_{T,t} - c_{T,t}$  son las exportaciones del bien comerciable. La Ecuación [5] muestra cómo el pago de deuda, neto de nuevas emisiones (lado derecho), se financia con exportaciones totales (lado izquierdo). Por otro lado, si el Gobierno decide no pagar, entra en estado de *default* y queda inmediatamente excluido de los mercados financieros internacionales (aunque aún puede intercambiar bienes con el resto del mundo). En este caso, la balanza de pagos es:

$$0 = x_{T,t} + p_{C,t} y_{C,t} \quad [6]$$

La cual indica que el Gobierno *aún puede exportar materias primas para importar el bien comerciable*; sin embargo, la balanza comercial tiene que ser igual a 0. Durante los periodos siguientes al *default*, el Gobierno continúa en ese estado pero cada periodo tiene una probabilidad  $\theta$  de ser readmitido a los mercados financieros con toda la deuda perdonada. Adicionalmente, la productividad  $z$  sufre un costo mientras el Gobierno permanece en estado de *default*  $z_D = z - \max\{0, d_0 z + d_1 z^2\}$ , donde  $d_0 < 0 < d_1^4$ . Esto implica un costo asimétrico de permanecer en *default*, el cual es 0 para valores bajos de productividad  $z \leq -d_0/d_1$  y positivo y creciente cuando  $z > -d_0/d_1$ . Esta estructura es crucial en esta clase de modelos para generar dinámicas

<sup>4</sup> La introducción de un costo exógeno a la productividad simplifica mucho la exposición del modelo. Mendoza y Yue (2012) desarrollan un modelo de equilibrio general en donde la producción y la productividad total de los factores caen de manera endógena durante los episodios de *default*. En su modelo, la producción de bienes intermedios requiere de la importación de materiales, algunos de los cuales deben ser pagados por adelantado mediante crédito privado. Cuando el Gobierno está en estado de *default*, el sector privado pierde acceso a este crédito, lo cual provoca una mezcla ineficiente de materiales y, por consiguiente, una caída en el producto y la productividad total de los factores.

de *default* y endeudamiento consistentes con los datos, en particular que la cuenta corriente y los diferenciales de tasa de interés sean contracíclicos<sup>5</sup>.

## 2.2. PIB, enfermedad holandesa y tipo de cambio real

Para el cálculo del PIB y la definición del tipo de cambio real, consideramos la versión descentralizada de la economía. El PIB a precios de mercado en el periodo  $t$  es  $PIB_t = P_t Y_t + X_t$ , donde  $X_t = b_t - q_t b_{t+1}$  son las exportaciones netas,  $P_t$  es el índice de precios correspondiente a la función de producción CES:

$$P_t = ((\omega)^\chi p_{N,t}^{1-\chi} + (1-\omega)^\chi)^{\frac{1}{\chi-1}} \quad [7]$$

Y  $p_{N,t}$  es el precio relativo del bien no-comerciable. El tipo de cambio real se define como  $rer_t = 1/P_t$ , que es el precio relativo del bien de consumo en el exterior (por simplicidad asumimos que el resto del mundo solo consume el bien comerciable  $T$ ) en términos del bien de consumo doméstico. De las condiciones de primer orden de la empresa productora del bien final, obtenemos las demandas por  $c_T$  y  $c_N$ . Combinando dichas demandas y las condiciones de vaciado de mercado obtenemos que el precio relativo del bien no-comerciable es:

$$p_N = \frac{\omega}{1-\omega} \left( \frac{c_T}{c_N} \right)^{\frac{1}{\chi}} = \frac{\omega}{1-\omega} \left( \frac{z l_T^{1-\alpha_T} + p_C k^{\alpha_C} R^{1-\alpha_C} - X}{z l_N^{1-\alpha_N}} \right)^{\frac{1}{\chi}} \quad [8]$$

Donde  $l_N$  y  $l_T$  son las asignaciones óptimas de trabajo a los sectores no-comerciable y comerciable, respectivamente (para facilitar la exposición, abandonamos los subíndices  $t$  en lo que resta de esta subsección, ya que nos referiremos únicamente a asignaciones estáticas dentro del mismo periodo). Por otro lado, las condiciones de primer orden de las empresas productoras de bienes intermedios son:

$$\frac{z(1-\alpha_N)}{l_N^{\alpha_N}} = w = \frac{z(1-\alpha_T)}{l_T^{\alpha_T}} \quad [9]$$

Donde  $w$  es el salario por unidad de trabajo. Combinando las Ecuaciones [8] y [9] junto con la condición de vaciado de mercado del trabajo  $l_N + l_T = l$  obtenemos una ecuación no lineal que determina la asignación  $l_T$ :

$$\left( \frac{1-\omega}{\omega} \frac{1-\alpha_T}{1-\alpha_N} \frac{(1-l_T)^{1-\alpha_N}}{l_T^{\alpha_T}} \right)^\chi z (l-l_T)^{1-\alpha_N} = z l_T^{1-\alpha_T} + p_C k^{\alpha_C} R^{1-\alpha_C} - X \quad [10]$$

Donde, claramente, el lado derecho es creciente en  $l_T$  y el lado izquierdo es decreciente. Por el teorema del valor intermedio, existe una única asignación  $\hat{l}_T$  que resuelve la Ecuación [10].

<sup>5</sup> Para una discusión más detallada, véase Arellano (2008) y Chatterjee y Eyigungor (2012).

Es fácil ver que la asignación de trabajo en el sector comerciable es decreciente en  $R$ . Al incrementar el acervo de recursos naturales, el lado derecho de [10] aumenta, lo cual se compensa con una menor asignación de factores de la producción (en este caso trabajo) al sector comerciable y una mayor asignación al sector no-comerciable. Intuitivamente, un mayor ingreso por exportaciones de recursos naturales le permite a la economía incrementar las importaciones de otros bienes comerciables y reasignar factores de producción al sector no-comerciable. Esto, a su vez, permite aumentar el consumo de estos bienes que no pueden comprarse del exterior. Esta es la llamada «enfermedad holandesa». Finalmente, combinando [8] y [10] obtenemos:

$$P_N = \frac{1 - \alpha_T}{1 - \alpha_N} \frac{(l - \hat{l}_T)^{1 - \alpha_N}}{\hat{l}_T^{\alpha_T}}$$

Donde  $\hat{l}_T$  es la asignación que satisface [10]. Cuando el acervo de recursos naturales  $R$  se incrementa, el valor de  $\hat{l}_T$  disminuye, por lo que  $P_N$  aumenta. Intuitivamente, ante una mayor demanda por bienes no-comerciables, el precio que vacía ese mercado debe ser mayor para sostener un mayor nivel de producción. Con un mayor  $P_N$ , el índice de precios  $P$  definido en [7] aumenta, con lo cual el tipo de cambio real  $rer = 1/P$  se aprecia.

### 2.3. Formulación recursiva del problema del Gobierno

El estado de la economía se compone del vector de choques exógenos  $s = (z, p_C)$ , del estado del Gobierno en los mercados financieros (*default* o *no-default*), del nivel de deuda externa  $b$  y del acervo de capital  $k$ .

Siguiendo el orden de eventos en Eaton y Gersovitz (1981), la función de valor del Gobierno que inicia el periodo en estado de *no-default* es:

$$V(s, k, b) = \max_{d \in \{0, 1\}} \{(1 - d)V^p(s, k, b) + dV^d(s, k)\} \quad [11]$$

Donde  $d$  es la decisión de *default*,  $V^p$  es el valor de pagar y  $V^d$  es el valor de *default*. Si el Gobierno decide no pagar la deuda, queda de inmediato excluido de los mercados financieros y la productividad sufre el costo de *default*. Entonces, dadas estas condiciones, el Gobierno elige el capital para el siguiente periodo,  $k'$ , la oferta laboral  $l$ , la asignación de trabajo en los sectores intermedios,  $L = (l_N, l_T)$  y el consumo de bienes intermedios  $C = (c_N, c_T)$  para resolver:

$$V^d(s, k) = \max_{\{l, k', L, c, C\}} \{u(c, l) + \beta E[\theta V(s', k', 0) + (1 - \theta)V^d(s', k')]\} \quad [12]$$

Sujeto a la ley de movimiento de capital, [4], a la restricción de factibilidad del bien final  $c + i + \frac{\phi}{2}(k_{t+1} - k_t)^2 \leq Y$ , a la restricción de factibilidad del bien intermedio

no-comerciable  $c_N \leq y_N$ , a la restricción  $l_N + l_T = l$  y a la balanza de pagos en *default* [6].

Si el Gobierno decide pagar, entonces puede, además, decidir el nivel de endeudamiento para el siguiente periodo  $b'$ . El valor de pagar la deuda es entonces:

$$V^p(s, k, b) = \max_{\{l, k', b', L, c, C\}} \{u(c, l) + \beta E[V(s', k', b')]\} \quad [13]$$

Sujeto a la ley de movimiento de capital, a la balanza de pagos en buen estado [5] y a todas las restricciones de factibilidad.

#### 2.4. Acreedores internacionales y precio de la deuda

El Gobierno emite deuda externa al mercado financiero internacional, el cual está compuesto por un continuo de inversionistas neutrales al riesgo que se comportan de manera competitiva. Cada inversionista tiene acceso ilimitado a endeudarse o ahorrar en un bono libre de riesgo con retorno  $1 + r^*$ . Los inversionistas saben que el Gobierno no puede comprometerse a pagar y que los incentivos de *default* en el siguiente periodo dependen del estado de la economía entonces. Si el Gobierno no optó por el *default* al principio del periodo, los inversionistas observan el estado  $s$  y las decisiones de inversión y emisión de deuda del Gobierno,  $(k', b')$ . Dado esto, la función de demanda inversa por los bonos del Gobierno es:

$$q(s, k', b') = \frac{E[1 - d(s', k', b')]}{1 + r^*} \quad [14]$$

Donde  $d$  es la decisión de *default* en el siguiente periodo dado el estado  $(s', k', b')$ <sup>6</sup>.

#### 2.5. Equilibrio

Nos enfocaremos en un equilibrio de Markov, donde los objetos solo dependen de variables relevantes para los pagos. Un equilibrio son funciones de valor y de política para el Gobierno, y una función inversa de demanda por los bonos del Gobierno tales que:

<sup>6</sup> La función  $k$  depende del estado exógeno de hoy  $s$  ya que los dos choques siguen procesos de Markov. Depende de las decisiones de política  $(k', b')$  porque el orden de eventos en Eaton y Gersovitz (1981) asumimos de manera implícita que el Gobierno puede comprometerse dentro del mismo periodo a sus decisiones de inversión y emisión de deuda. Alternativamente, podríamos asumir que, dado el estado, los inversionistas primero forman expectativas sobre inversión y emisión de deuda  $y$ , dadas estas expectativas, le ofrecen una función de demanda al Gobierno. Esta cronología alternativa fue propuesta por Cole y Kehoe (2000) y da lugar a multiplicidad de equilibrios, con algunas crisis de *default* generadas por «profecías autocumplidas» –véase Galli (2021)– para un ejemplo en una economía con capital.

1. Dada la función inversa de demanda, las funciones de valor satisfacen las ecuaciones de Bellman y las funciones de política resuelven los problemas de maximización en dichas funciones.
2. Dadas las funciones de política del Gobierno, la función inversa de demanda satisface [14].

### 3. Solución del modelo

La discusión de la solución numérica del modelo se divide en tres partes. Primero, la subsección 3.1 analiza la asignación de capital entre los sectores comerciables y no comerciables, dado el estado de la economía. Dicha asignación es función también de las decisiones de inversión y endeudamiento del Gobierno, de forma que esta caracterización permite una reformulación del problema recursivo. Luego, la subsección 3.2 replantea el problema de programación dinámica del Gobierno y discute el algoritmo de solución. Finalmente, la subsección 3.3 presenta la calibración utilizada para los ejercicios numéricos en la sección 4.

#### 3.1. Asignaciones estáticas

Alternativamente, podemos formular el problema del Gobierno en buen estado como:

$$V^p(s, k, b) = \max_{\{l, k', b', \lambda\}} \{u(c, l) + \beta E[V(s', k', b')]\}$$

Donde  $\lambda \in [0, 1]$  es la fracción de trabajo asignada al sector comerciable. De la condición de primer orden con respecto a  $\lambda$  obtenemos una ecuación análoga a [10]:

$$\begin{aligned} \left( \frac{1 - \omega}{\omega} \frac{1 - \alpha_T}{1 - \alpha_N} \frac{(1 - \lambda)^{1 - \alpha_N}}{\lambda^{\alpha_T}} l^{\alpha_N - \alpha_T} \right)^{\chi} z((1 - \lambda)l)^{1 - \alpha_N} = \\ = z(\lambda l)^{1 - \alpha_T} + p_C k^{\alpha_C} R^{1 - \alpha_C} - X \end{aligned} \quad [15]$$

Donde  $X$  es la balanza comercial definida arriba.

Primero, es fácil notar que, dado el estado de la economía y un valor de endeudamiento, existe una única asignación  $\lambda$  que satisface [15]. El lado derecho es creciente para cualquier  $\lambda \in (0, 1)$  y el lado izquierdo es decreciente. Además, cuando  $\lambda \rightarrow 0$  el lado izquierdo se aproxima a  $+\infty$  y el lado derecho a  $p_C y_C - X$ . De igual forma, cuando  $\lambda \rightarrow 1$  el lado izquierdo se aproxima a 0 y el lado derecho a  $z(l)^{1 - \alpha_T} + p_C y_C - X$ . Por el teorema del valor intermedio, hay un único valor de cualquier  $\lambda \in (0, 1)$  que satisface la ecuación.

Intuitivamente, dado el estado y un valor de endeudamiento, el Gobierno elige la asignación sectorial de capital de manera eficiente. Más aún, esta asignación solo

depende del nivel de inversión de manera indirecta a través del efecto que el capital para el siguiente periodo tiene en el precio  $q$ . De esta forma, podemos definir la función:

$$F(s, l, k, X) = \max_{\lambda} \left( \omega c_N^{\frac{\chi-1}{\chi}} + (1-\omega) c_T^{\frac{\chi-1}{\chi}} \right)^{\frac{\chi}{\chi-1}} \quad [16]$$

Donde  $c_N = z((1-\lambda)l)^{1-\alpha_N}$  y  $c_T = z(\lambda l)^{1-\alpha_T} + p_C k^{\alpha_C} c R^{1-\alpha_C} - X$ . La función en [16] determina la producción eficiente del bien final, dado el estado de la economía y la balanza comercial. De igual forma, cuando el Gobierno está en estado de *default* podemos definir la función correspondiente:

$$F^D(s, l, k) = \max_{\lambda} \left( \omega c_N^{\frac{\chi-1}{\chi}} + (1-\omega) c_T^{\frac{\chi-1}{\chi}} \right)^{\frac{\chi}{\chi-1}} \quad [17]$$

La cual toma en cuenta el costo en productividad de estar en el estado de *default* y el hecho de que la balanza comercial está en 0.

Finalmente, el supuesto de preferencias GHH nos permite calcular la oferta laboral directamente sin necesidad de calcular el consumo final. En el caso de estar en buen estado, la oferta laboral está dada por:

$$l = \left( \frac{F_l(s, l, k, X)}{\psi} \right)^{\frac{1}{\epsilon}} \quad [18]$$

Donde  $F_l$  es la derivada parcial de [16] con respecto a  $l$ . La oferta laboral en el estado de *default* se resuelve de manera análoga.

### 3.2. Reformulación recursiva

En función del análisis anterior, podemos reescribir el problema del Gobierno en estado de no *default* como:

$$V^p(s, k, b) = \max_{\{c', b'\}} \{u(c, l) + \beta E[V(s', k', b')]\}$$

Sujeto a la ley de movimiento del capital, a la restricción de factibilidad del bien final utilizando la función definida en [16] y a la oferta laboral [18]. En el estado de *default*, la función de valor es ahora:

$$V^D(s, k) = \max_{\{k'\}} \{u(c, l) + \beta E[\theta V(s', k', 0) + (1-\theta)V^D(s', k')]\} \quad [12]$$

Sujeto a la ley de movimiento del capital, a la restricción de factibilidad del bien final utilizando la función definida en [17] y a la oferta laboral para el caso de *default*, que es análoga a la obtenida en [18].

Estas ecuaciones de Bellman se pueden resolver con herramientas estándar de programación dinámica. Para encontrar el equilibrio definido en la subsección 2.5, seguimos el siguiente algoritmo basado en el propuesto por Arellano (2008):

1. Consideramos una conjetura inicial  $V_0^D$  y  $V_0^P$ .
2. Calculamos la función  $q_0$  correspondiente utilizando [14].
3. Resolvemos los problemas de maximización en [19] y [20] usando  $V_0^D$ ,  $V_0^P$  y  $q_0$ .
4. Usamos [19] y [20] para actualizar la conjetura  $V_1^D$  y  $V_1^P$ .
5. Calculamos la función  $q_1$  utilizando la política de *default* implicada por  $V_1^D$  y  $V_1^P$ .
6. Revisamos las distancias entre los precios y las funciones de valor utilizando la norma infinito  $\|\cdot\|_\infty$ . Si el máximo de estas distancias es menor a  $10^{-6}$ , hemos encontrado una solución; si no, volvemos al paso 1.

### 3.3. Calibración

El objetivo principal del análisis cuantitativo es explorar los diferentes mecanismos mediante los cuales el acervo de recursos naturales  $R$  afecta los incentivos de *default* y el valor de los diferenciales de tasa de interés. Para ello utilizamos valores estándar de la literatura para calibrar los parámetros del modelo. Si bien el ejercicio de calibración no reproduce el comportamiento de una economía específica, los parámetros elegidos son similares a los que resultarían de un ejercicio de calibración más riguroso (el cual va más allá de los objetivos del artículo).

El Cuadro 1 resume todos los valores elegidos en la calibración. Un periodo en el modelo es un año. El factor de descuento es  $\beta = 0,82$ , que es consistente con el valor en Arellano (2008)<sup>7</sup>. La tasa de interés libre de riesgo es  $r^* = 0,04$ . El parámetro de aversión al riesgo es  $\sigma = 2$ , que es un valor estándar en la literatura.

El valor de  $\epsilon = 0,455$  es consistente con una elasticidad de Frisch de  $1/\epsilon = 2,2$ , que es el valor común utilizado en la literatura de ciclos reales de negocio en economías abiertas –véase Mendoza (1991), Neumeyer y Perri (2005) y Mendoza y Yue (2012)–. El valor de  $\psi = 0,27$  normaliza la oferta laboral en el estado estacionario sin deuda y con  $R = 1$  a ser  $l_{ss} = 1$ . Siguiendo a Bianchi (2011), la elasticidad de sustitución entre bienes comerciables y no comerciables es  $\chi = 0,83$  y el peso de bienes no comerciables es  $\omega = 0,69$ . Las participaciones del trabajo en el valor agregado de los sectores no-comerciable y comerciable son  $(1 - \alpha_N) = 0,33$  y  $(1 - \alpha_T) = 0,43$ , respectivamente, siguiendo los valores en Mendoza (1995). La participación del capital en el sector de materias primas es  $\alpha_C = 0,49$ , siguiendo el valor asignado en Arezki *et al.* (2017) para el sector petrolero. Para el costo de ajuste del capital usamos  $\phi = 7,9$  siguiendo el valor en Gordon y Guerron-Quintana (2018). La tasa de depreciación del capital es  $\delta = 0,05$ , el cual es un valor estándar en la literatura. Para los parámetros del costo de *default* utilizamos  $d_0 = -0,18$  y  $d_1 = -0,24$ , que son los valores utilizados por Chatterjee y Eyigungor (2012). La probabilidad de readmisión a los mercados financieros es  $\theta = 0,4$  para

<sup>7</sup> El valor del factor de descuento es 0,953 para una frecuencia trimestral.

**CUADRO 1**  
**CALIBRACIÓN**

Parámetro		Valor	Fuente
Factor de descuento	$\beta$	0,82	Arellano (2008)
Tasa libre de riesgo	$r^*$	0,04	valor estándar
Aversión al riesgo	$\sigma$	2,00	valor estándar
Elasticidad de Frisch	$1/\varepsilon$	2,20	Mendoza (1991)
Escala de desutilidad del trabajo	$\psi$	0,27	lss = 1
Elasticidad de sustitución entre N y T	$\chi$	0,83	Bianchi (2011)
Peso del sector no-comerciable	$\omega$	0,69	Bianchi (2011)
Participación del trabajo en el sector N	$1 - \alpha_N$	0,33	Mendoza (1995)
Participación del trabajo en el sector T	$1 - \alpha_T$	0,43	Mendoza (1995)
Participación del trabajo en el sector C	$1 - \alpha_C$	0,49	Arezki <i>et al.</i> (2017)
Costo de ajuste del capital	$\phi$	7,90	Gordon y Guerron-Quintana (2018)
Tasa de depreciación del capital	$\delta$	0,05	valor estándar
Costo de <i>default</i>	$d_0$	-0,18	Chatterjee y Eyigungor (2012)
Costo de <i>default</i>	$d_1$	0,24	Chatterjee y Eyigungor (2012)
Probabilidad de readmisión	$\theta$	0,40	exclusión promedio de 2,5 años
Persistencia de la productividad	$\rho_z$	0,91	valor estándar
Desviación estándar de la productividad	$\sigma_z$	0,02	valor estándar
Persistencia del precio de materias primas	$\rho_p$	0,92	mayor a $\rho_z$
Desviación estándar del precio de materias primas	$\sigma_p$	0,06	mucho mayor a $\sigma_z$

FUENTE: Elaboración propia.

una duración promedio del estado en *default* de 2,5 años, siguiendo la calibración en Aguiar y Gopinath (2006). Finalmente, asumimos que los choques de productividad y precio de materias primas siguen procesos AR(1)  $\log z_t = \rho_z z_{t-1} + \eta_{z,t}$  y  $\log p_t = \rho_p p_{t-1} + \eta_{p,t}$ , donde  $\eta_{z,t} \sim N(0, \sigma_z^2)$  y  $\eta_{p,t} \sim N(0, \sigma_p^2)$  son iid (independientes e idénticamente distribuidas). Aproximamos estos procesos de manera discreta con una cadena de Markov utilizando el método de Tauchen (1986). En cuanto al acervo de recursos naturales  $R$ , la siguiente sección explora las implicaciones de distintos valores. Los valores de  $\rho_p$  y  $\sigma_p$  capturan el hecho de que, relativo al precio internacional de otros bienes (que en el modelo son isomorfos a los choques de productividad), los precios de materias primas son más volátiles y más persistentes. Esto se ha documentado ampliamente en la literatura; véase, por ejemplo, Jacks *et al.* (2011).

#### 4. Análisis cuantitativo

Consideramos como referencia el caso de  $R = 1$  y calculamos distintos estadísticos de endeudamiento y ciclo económico. El Cuadro 2 muestra los estadísticos promedio de 500 simulaciones de 200 periodos cada una.

**CUADRO 2**  
**ESTADÍSTICOS DE SIMULACIONES CON  $R = 1$**

Variable	Promedio	
$Pr(\text{default})$	0,02	
$100*(r - r^*)$	1,3	
$100*b/\text{PIB}$	12,3	
$Pk/\text{PIB}$	0,25	
Momentos del ciclo económico		
Variable	Desviación estándar	Correlación con PIB
$100*(r - r^*)$	0,73	-0,46
PIB	3,50	1,00
c	3,70	0,94
i	0,10	0,01
l	2,00	0,84
rer	2,20	-0,80
BC/PIB	2,50	-0,70
CC/PIB	2,50	-0,72

NOTA: Para los momentos del ciclo económico, se le aplicó el filtro de Hodrick y Prescott con parámetro de suavizamiento de 100 al logaritmo natural de los datos simulados de PIB, consumo, inversión, trabajo y tipo de cambio real.

FUENTE: Elaboración propia.

Podemos argumentar que la calibración presentada en la subsección 3.3 es razonable ya que los momentos reproducen las siguientes regularidades observadas en los datos de economías emergentes pequeñas y abiertas<sup>8</sup>:

- Probabilidad positiva de eventos de *default*.
- Diferencial de tasas de interés.
- Posición deudora con el resto del mundo.
- Diferenciales de tasas de interés y tipos de cambio contracíclicos.
- Balanza comercial y cuenta corriente contracíclicas.
- Volatilidad de consumo mayor a la del PIB.

La volatilidad de la inversión es bastante menor que la presente en otros modelos de ciclos reales. Es importante recordar que en este modelo la inversión se refiere únicamente al sector de extracción de recursos naturales, la cual tiene una fluctuación cíclica menor que la inversión agregada de la economía. Por ejemplo, en países exportadores de petróleo, la intensidad de extracción es la variable que fluctúa con el ciclo económico –véase Hamann *et al.* (2018)–. Esto, en parte, debido al costo enorme de instalar capital para extraer petróleo. Un argumento similar se puede construir para otros recursos como metales, minerales, gas y diamantes.

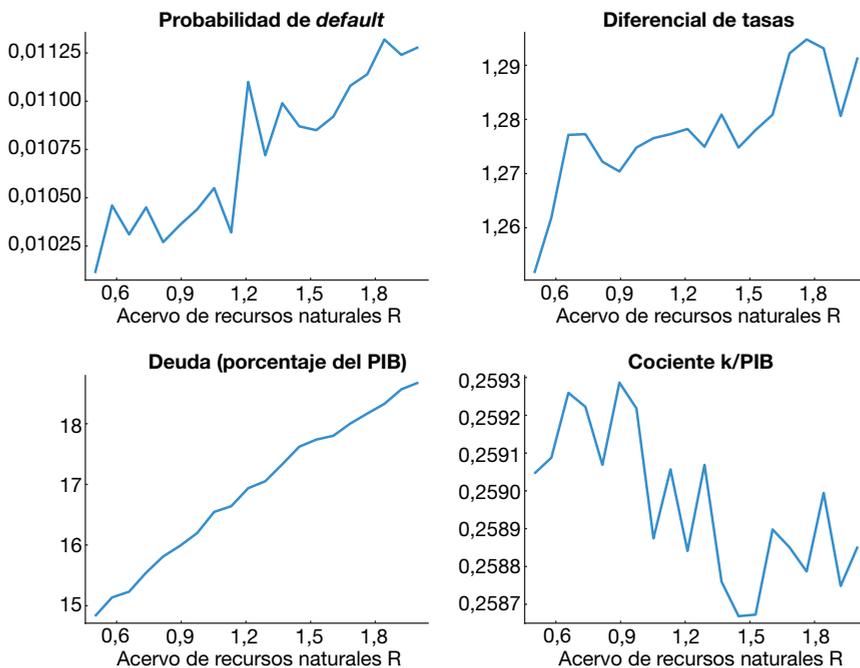
<sup>8</sup> Véase Schmitt-Grohé y Uribe (2003) para un resumen de estas regularidades empíricas.

Para explorar el efecto del acervo de recursos naturales sobre las distintas variables consideramos 20 economías idénticas en todo excepto en el valor de  $R$ , el cual varía entre 0,5 y 2. Para cada una de estas economías simulamos 500 series de tiempo de 200 periodos cada una y calculamos los mismos momentos que en el Cuadro 2. La Figura 1 muestra cómo los estadísticos de *default*, endeudamiento y capacidad de pago cambian al aumentar el acervo de recursos naturales.

Más recursos naturales implican un mayor nivel de ingreso permanente. Dado que el Gobierno es relativamente impaciente ( $\beta(1 + r^*) < 1$ ), este mayor nivel de ingreso permanente implica un mayor nivel de endeudamiento. Asimismo, observamos que la frecuencia de eventos de *default* aumenta y, por lo tanto, también el diferencial de tasas de interés. Estos aumentos son generados por el incremento en la deuda y el incremento en la volatilidad del ingreso. Finalmente, podemos observar que el cociente de capital sobre PIB disminuye ligeramente.

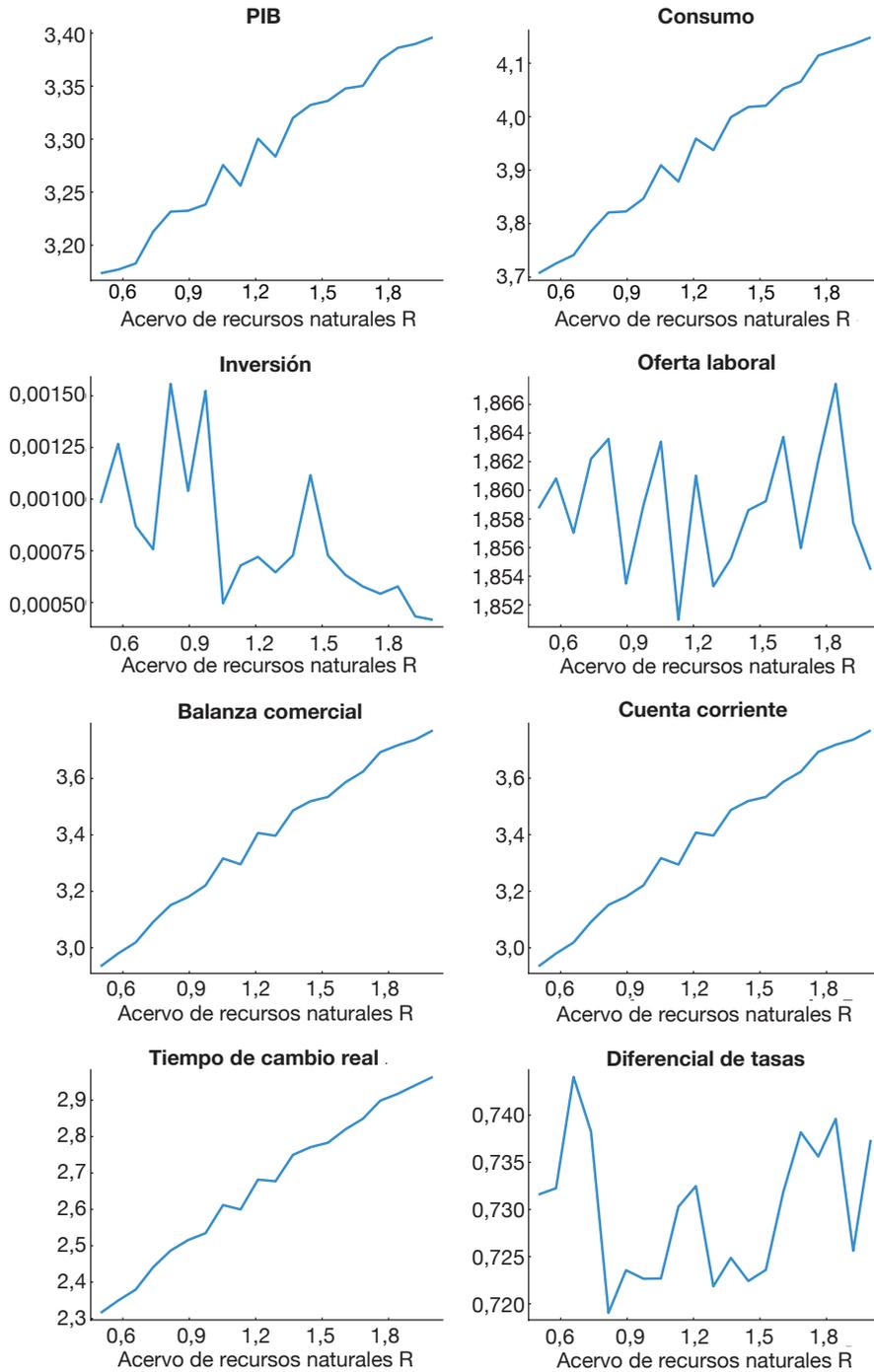
La Figura 2 muestra cómo economías con más recursos naturales tienen una volatilidad más elevada en el producto, el consumo, la balanza comercial, la cuenta corriente y el tipo de cambio real. Estos resultados son importantes ya que la mayor volatilidad del consumo puede disminuir las ganancias de bienestar debido a la aversión al riesgo de los agentes (modelada por la concavidad de la función de utilidad).

**FIGURA 1**  
**MOMENTOS RELACIONADOS CON *DEFAULT***



FUENTE: Elaboración propia.

**FIGURA 2**  
**DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL COMPONENTE DE CICLO**

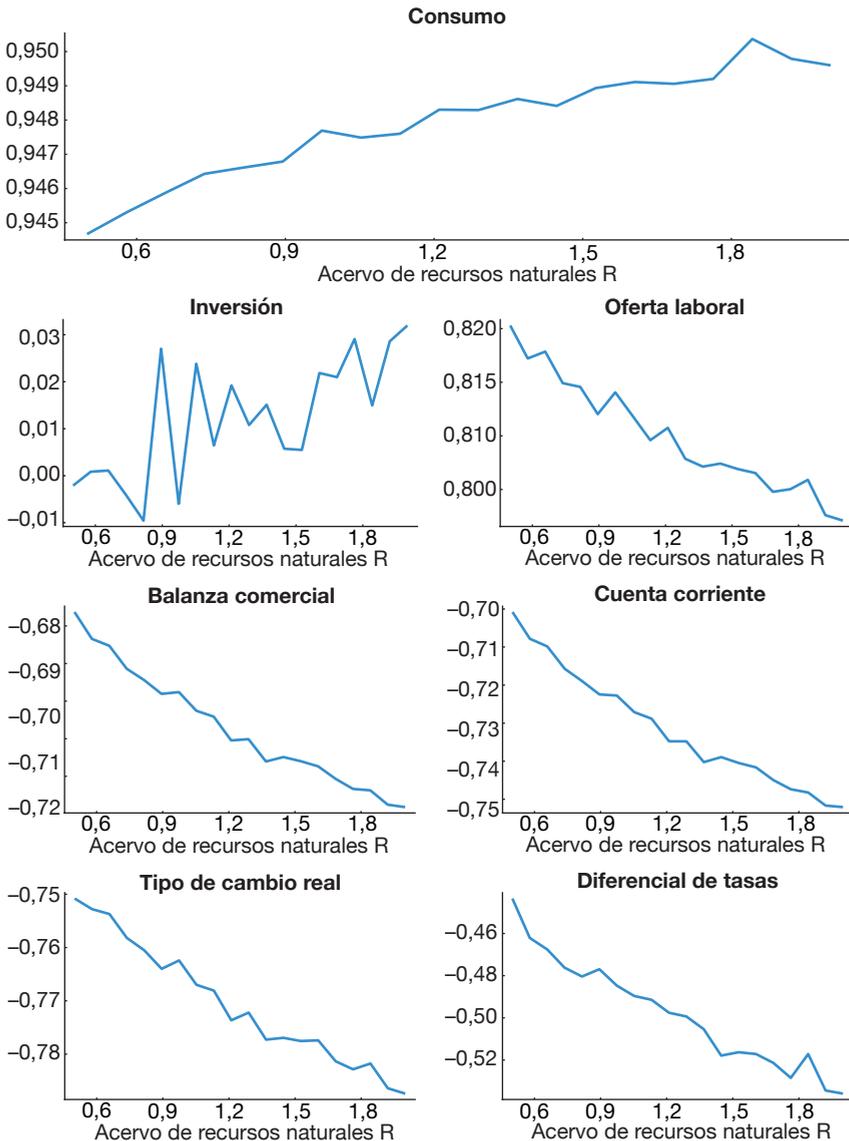


**FUENTE:** Elaboración propia.

Finalmente, la Figura 3 muestra el efecto que los recursos naturales tienen en la pro- (contra-) ciclicidad de las distintas variables.

Para todas las variables, excepto la oferta laboral, la correlación con el PIB se acentúa. Consumo e inversión se vuelven más procíclicos y la cuenta corriente, balanza comercial, tipo de cambio real y el diferencial de tasas se vuelven más contracíclicos.

**FIGURA 3**  
**CORRELACIÓN CON EL COMPONENTE CÍCLICO DEL PIB**



FUENTE: Elaboración propia.

## 5. Conclusiones

Este artículo presentó un modelo de *default* soberano en equilibrio general para estudiar la relación entre recursos naturales, endeudamiento y la incidencia de episodios de *default*. La formulación del modelo permite utilizar herramientas estándar de programación dinámica para obtener una solución. En las simulaciones numéricas encontramos que incrementos en los acervos de recursos naturales generan una mayor incidencia de episodios de *default*, mayores niveles de endeudamiento, tasas de interés más elevadas y una economía más volátil. De igual forma, las relaciones cíclicas de las principales variables macroeconómicas se acentúan:

1. El consumo y la inversión se vuelven más procíclicos.
2. Los diferenciales de tasas, el tipo de cambio real, la cuenta corriente y la balanza comercial se vuelven más contracíclicos.

Estos resultados son interesantes, ya que sugieren que podemos esperar más volatilidad y crisis de deuda soberana en economías que incrementan sus acervos de recursos naturales (por ejemplo, economías que descubren minas de diamantes). En primera instancia, uno esperaría que un aumento de riqueza de este tipo (con el consiguiente aumento en el ingreso permanente) implicaría que la economía está en una mejor situación. Sin embargo, las ganancias de bienestar por la mayor riqueza pueden reducirse significativamente por la mayor volatilidad e incidencia de episodios de *default* (los cuales son costosos).

La investigación futura en estos temas debería profundizar sobre las causas de la mayor incidencia de episodios de *default* para poder realizar análisis de costo-beneficio rigurosos sobre la conveniencia de contar con grandes reservas de recursos naturales. De igual forma, sería importante explorar distintas medidas de política para aminorar los mecanismos a través de los cuales la riqueza de recursos naturales incrementa la frecuencia de episodios de *default*. Extensiones del modelo con estructuras de producción más ricas podrían brindar mayor flexibilidad para ajustar el modelo mejor a los datos y permitirle también considerar un menú más amplio de posibles instrumentos de política.

## Referencias Bibliográficas

- Aguiar, M., & Gopinath, G. (2006). Defaultable debt, interest rates and the current account. *Journal of International Economics*, 69(1), 64-83.
- Alberola, E., & Benigno, G. (2017). Revisiting the commodity curse: A financial perspective. *Journal of International Economics*, 108(1), S87-S106.
- Arellano, C. (2008). Default risk and income fluctuations in emerging economies. *American Economic Review*, 98(3), 690-712.

- Arellano, C., Bai, Y., & Mihalache, G. (2018). Default risk, sectoral reallocation, and persistent recessions. *Journal of International Economics*, 112, 182-199.
- Arezki, R., Ramey, V. A., & Sheng, L. (2017). News shocks in open economies: Evidence from giant oil discoveries. *The Quarterly Journal of Economics*, 132(1), 103-155.
- Auty, R. M. (1990). *Resource-based industrialization: sowing the oil in eight developing countries*. Oxford University Press.
- Auty, R. M. (1994). Industrial policy reform in six large newly industrializing countries: The resource curse thesis. *World Development*, 22(1), 11-26.
- Ayres, J., Hevia, C., & Nicolini, J. P. (2020). Real exchange rates and primary commodity prices. *Journal of International Economics*, 122, 103261.
- Bianchi, J. (2011). Overborrowing and systemic externalities in the business cycle. *American Economic Review*, 101(7), 3400-3426.
- Chatterjee, S., & Eyigungor, B. (2012). Maturity, indebtedness, and default risk. *American Economic Review*, 102(6), 2674-2699.
- Cole, H. L., & Kehoe, T. J. (2000). Self-fulfilling debt crises. *The Review of Economic Studies*, 67(1), 91-116.
- Drechsel, T., & Tenreyro, S. (2018). Commodity booms and busts in emerging economies. *Journal of International Economics*, 112, 200-218.
- Eaton, J., & Gersovitz, M. (1981). Debt with potential repudiation: Theoretical and empirical analysis. *The Review of Economic Studies*, 48(2), 289-309.
- Esquivel, C. (2021). The sovereign default risk of giant oil discoveries. Unpublished manuscript.
- Galli, C. (2021). Self-fulfilling debt crises, fiscal policy and investment. *Journal of International Economics*, 131, 103475.
- Gelb, A. (1988). *Oil windfall: Blessing or curse?* Oxford University Press.
- Gordon, G., & Guerron-Quintana, P. A. (2018). Dynamics of investment, debt, and default. *Review of Economic Dynamics*, 28, 71-95.
- Greenwood, J., Hercowitz, Z., & Huffman, G.W. (1988). Investment, capacity utilization, and the real business cycle. *The American Economic Review*, 78(3), 402-417.
- Hamann, F., Mendoza, E. G., & Restrepo-Echavarría, P. (2018). *Resource curse or blessing? Sovereign risk in resource-rich emerging economies* (Working Papers n.º 2018-32). Federal Reserve Bank of St. Louis.
- Jacks, D. S., O'Rourke, K. H., & Williamson, J. G. (2011). Commodity price volatility and world market integration since 1700. *The Review of Economics and Statistics*, 93(3), 800-813.
- Mendoza, E. G. (1991). Real business cycles in a small open economy. *The American Economic Review*, 81(4), 797-818.
- Mendoza, E. G. (1995). The terms of trade, the real exchange rate, and economic fluctuations. *International Economic Review*, 36(1), 101-137.
- Mendoza, E. G., & Yue, V. Z. (2012). A general equilibrium model of sovereign default and business cycles. *Quarterly Journal of Economics*, 127(2), 889-946.
- Neumeyer, P. A., & Perri, F. (2005). Business cycles in emerging economies: the role of interest rates. *Journal of Monetary Economics*, 52, 345-380.
- Sachs, J. D., & Warner, A. M. (1995). *Natural resource abundance and economic growth* (NBER Working Paper n.º 5398). National Bureau of Economic Research.

- Sachs, J. D., & Warner, A. M. (2001). The curse of natural resources. *European Economic Review*, 45(4-6), 827-838.
- Schmitt-Grohé, S., & Uribe, M. (2003). Closing small open economy models. *Journal of International Economics*, 61(1), 163-185.
- Tauchen, G. (1986). Finite state markov-chain approximations to univariate and vector autoregressions. *Economic Letters*, 20(2), 177-181.