

Mariano González Sánchez\*  
Ramón Comendador García\*\*

# ANÁLISIS DE LA RELACIÓN ENTRE INGRESO BRUTO Y CAPITAL COMO APROXIMACIÓN AL INDICADOR BÁSICO DE RIESGO OPERACIONAL: EL CASO DE LA BANCA ESPAÑOLA

*La propuesta de Basilea II sobre riesgo operacional ha supuesto un cambio de perspectiva en la gestión bancaria puesto que, tradicionalmente, dicho riesgo era asumido a través de la cuenta de resultados y el autoasegurado con recursos propios. En cambio, a partir de la futura entrada en vigor del Acuerdo de Basilea sobre riesgo operacional es preciso determinar su importe y garantizar que dicho autoseguro es suficiente para cubrir las pérdidas esperadas e inesperadas por este concepto. De esta forma, se hace necesario conocer las diferentes alternativas que la norma concede para estimar dicho riesgo, para así poder elegir aquella que conlleve menor consumo de recursos.*

**Palabras clave:** sistema financiero, riesgo operacional, ingreso bruto, capital, Basilea II.  
**Clasificación JEL:** C15, C23, C25, C61, G21, G28.

## 1. Introducción

La creciente preocupación del regulador y de las instituciones financieras por controlar el riesgo asumido

en su operativa han llevado al Comité de Supervisión Bancaria de Basilea, en función de la experiencia obtenida con la actual regulación sobre supervisión bancaria, a proponer una nueva normativa sobre recursos propios denominada BIS-II (*Basel Committee on Banking Supervision*, 2003). Es evidente que en los últimos años se ha asistido a un importante avance en la medición de riesgos financieros, aunque con distinta evolución metodológica para los diversos riesgos; así mientras que los riesgos de mercado y crédito son estudiados de manera habitual en la literatura financiera, el

---

\* Profesor de Economía Financiera y Contabilidad. Universidad San Pablo-CEU.

\*\* Economista del Ministerio de Economía y Hacienda.

Los autores quieren agradecer expresamente los valiosos comentarios y sugerencias realizados por los evaluadores anónimos de este trabajo.

**CUADRO 1**  
**COMPARATIVA POR FACTORES DE LOS RIESGOS DE MERCADO,  
CRÉDITO Y OPERACIONAL**

Factor clave	Riesgo mercado	Riesgo crédito	Riesgo operacional
Proceso a modelizar	Precios	Solvencia de las contrapartidas	¿Cuáles son las actividades que realiza la entidad?
Evento	Volatilidad	Insolvencia o pérdida de calidad crediticia	¿Qué origina la pérdida?
Probabilidad	Comportamiento de las rentabilidades	Comportamiento del activo de la contrapartida	¿Qué indicadores deben seleccionarse?
Pérdida	<i>Mark to market</i>	Reposición	¿Coste oportunidad?

riesgo operacional ha comenzado a serlo en los últimos años como consecuencia de tres hechos básicos que justifican este estudio.

En primer lugar, no existe un concepto generalmente aceptado de riesgo operacional, y por tanto falta consenso sobre los eventos y variables explicativas de dicho riesgo. Dentro de la literatura financiera podemos encontrar alguna evidencia de esto en la definición más usual de riesgo operacional, como todo aquel riesgo que no es ni de mercado ni de crédito, se trataría pues de una acotación del concepto por exclusión. Esto se pone de manifiesto al modelizar cualquier riesgo (Ebnöther *et al.*, 2001), ya que es preciso identificar previamente los factores claves (Cuadro 1) que lo caracterizan y así, mientras que para los riesgos de mercado y de crédito la respuesta parece haber sido encontrada, no ocurre igual para el riesgo operacional.

A la luz del Cuadro 1, es fácil entender la complejidad de estimar el riesgo operacional frente a los otros, y comprender por qué los avances en el campo de la medición de riesgos financieros comenzaron por el riesgo de mercado, han continuado con el de crédito, y ahora intentan solventar el operacional.

Una segunda justificación del trabajo se encuentra en que mientras los riesgos de mercado y de crédito han sido estimados, controlados y debidamente remu-

nerados (prima de riesgo) la medición del riesgo operacional no había sido realizada hasta el momento por la mayor parte de las entidades, aunque contablemente fuera imputado a la cuenta de resultados de las entidades de forma implícita y conjunta, con el consiguiente efecto final sobre la necesidad de recursos propios, recurriéndose en ocasiones y para ciertos eventos puntuales, al aseguramiento externo.

Por último, y no por ello menos importante, el trabajo queda justificado por la futura aplicación de la propuesta de Basilea sobre recursos propios (BIS-II en adelante), en la que se introduce la necesidad de que las entidades financieras estimen su riesgo operacional y lo asuman en función de sus recursos propios, gestionándolo de forma similar a los riesgos de mercado y de crédito.

Según lo anterior, y dado que BIS-II ofrece tres posibles vías (indicador básico, aproximación estándar y métodos avanzados) para la elección del método de estimación, el trabajo pretende, para diferentes definiciones del concepto *ingreso bruto* (pues interviene en el cálculo para los dos primeros métodos), analizar los posibles factores explicativos de la relación entre dicho ingreso y el capital legal o regulatorio, sobre una muestra del sector crediticio español.

A partir de este punto, el trabajo se desarrolla en tres apartados, en el primero se analiza el concepto

de riesgo operacional bajo la perspectiva de Basilea y los métodos propuestos para su estimación. El siguiente apartado, y partiendo de las críticas que se han realizado a BIS-II, se presenta una metodología de análisis de la relación entre ingreso bruto y capital, como factores relevantes de los métodos elementales (básico y estándar) de estimación del riesgo operacional. Ello resulta relevante ya que BIS-II permite migrar de un método simple a otro avanzado y complejo, pero no a la inversa, de modo que conocer los efectos de los métodos más elementales resultará de interés ante la decisión de implementar otros más sofisticados. Para el objetivo perseguido en este estudio, se empleará un modelo *probit ordered* sobre datos de panel, estimado mediante máxima-verosimilitud simulada, a través del simulado GHK modificado al efecto. Por último, finaliza el estudio enumerándose las principales conclusiones que se derivan del mismo.

## 2. El riesgo operacional en la propuesta de Basilea

### Concepto de riesgo operacional en Basilea

El riesgo operacional se puede definir de forma general o de manera restringida, en el primer caso se incluirían todos los eventos que pudieran influir negativamente en el desarrollo ordinario de la actividad, se correspondería con el denominado *riesgo de negocio*, o volatilidad de los ingresos de una entidad. En la segunda de las opciones, la definición vendría dada por la enumeración de los posibles eventos que afectarían de algún modo al negocio de la entidad en su operativa corriente, como podrían ser el fraude, los errores del personal, y otros similares. La elección de uno u otro concepto no sólo dependerá del objetivo final de medición, sino más aún de los datos disponibles para la estimación, puesto que el primero contempla el negocio como un todo (visión *top-down*), mientras que el segundo analiza los elementos particulares del mismo (visión *bottom-up*).

De estas dos posibilidades conceptuales del riesgo operacional, BIS-II utiliza la segunda opción; así y considerando como eventos que pudieran provocar una pérdida los fallos en los procesos internos, las personas y/o los sistemas, y acontecimientos externos, aunque curiosamente, la propia norma indica que esta definición de riesgo operacional no es completa, ya que incluye riesgos como el legal, pero excluye otros tan importantes como el estratégico y el de reputación. Se abren pues, a partir de estas definiciones, dos claras posibilidades de análisis; por un lado considerar tan sólo la versión restringida de BIS-II (como proponen McConnell y Blacker (2000), al aplicar la *Teoría de la Fiabilidad*), o bien trabajar sobre una visión de conjunto, esto es, catalogar al riesgo operacional como el riesgo derivado de la gestión del negocio.

Esta visión individual o de mera agregación de procesos internos que propone BIS-II ha dado lugar a diferentes críticas, como las de Hoffman (1998), Baud *et al.* (2002), Nyström y Skoglund (2002), Roehr (2002) y Pezier (2002), Mori y Harada (2001), Frachot y Roncalli (2002).

De todo ello, y a efectos de este trabajo, hay que resaltar dos cuestiones; por un lado, que la definición de riesgo operacional no tiene en cuenta que se trata de un riesgo en su mayor parte idiosincrático de cada entidad, a diferencia de los de mercado y crédito que tienen tanto o más componente sistemático; y, por otro, la complejidad en la administración de información que conlleva la norma, ya que la estimación debe realizarse para 56 categorías de pérdidas, que definen el riesgo operacional según BIS-II, esto es, los siete eventos (fraude interno, fraude externo, daños en activos físicos, prácticas de los empleados, prácticas del negocio, interrupción del negocio y gestión del proceso), para cada una de las ocho líneas de negocio (banca corporativa, negociación e intermediación, liquidación y compensación, intermediación al por menor, gestión de activos, servicios y custodia, banca al por menor y banca comercial), en que debe dividirse la actividad de las entidades financieras a fin de estimar este riesgo.

### Métodos de estimación del riesgo operacional en la propuesta de Basilea

El Acuerdo de Basilea indica que el requerimiento mínimo de capital por riesgo operacional (capital regulatorio) para el conjunto consolidado, será del 100 por 100 de éste, teniendo en cuenta que la definición de los componentes de dicho capital sigue siendo establecida por la Circular 5/1993 del Banco de España, y así se tomará a efectos de este trabajo. En cuanto a los posibles métodos de estimación del riesgo operacional ya se indicó que la propuesta BIS-II presenta tres posibilidades.

#### Indicador básico

El método del indicador básico consiste en aplicar un coeficiente ( $\alpha$ ), fijado por BIS en el 15 por 100, sobre la media de los ingresos brutos ( $IB$ ) durante los tres años previos<sup>1</sup>. Por lo que el importe de riesgo operacional a cubrir con capital computable ( $K_{op}$ ) será:

$$K_{op} = \alpha \cdot IB = 15\% \cdot IB \quad [2.1]$$

En general, puede decirse que este método sin duda alguna es algo simplista, y puede conducir a un exceso de requerimientos para las entidades con mayor facturación, sin que ello signifique necesariamente un mayor riesgo operacional, o bien penalizan por ejemplo, a aquellas entidades que aumenten dicho ingreso por la vía de la reducción de costes. En este método, además, no se permite la compensación de riesgos por el aseguramiento externo.

<sup>1</sup> Calculados éstos como la suma de ingresos netos por intereses más los ingresos netos por otros conceptos como honorarios y comisiones recibidas menos las pagadas, y excluyendo los resultados de la venta de activos, los resultados extraordinarios y otros ingresos derivados del aseguramiento.

CUADRO 2

### LÍNEAS DE NEGOCIO Y PARÁMETROS EN EL MÉTODO ESTÁNDAR

Líneas de negocio	Parámetros
Banca corporativa	$\beta_1 = 18\%$
Negociación e intermediación	$\beta_2 = 18\%$
Liquidación y compensación	$\beta_3 = 18\%$
Intermediación al por menor	$\beta_4 = 15\%$
Gestión de activos	$\beta_5 = 12\%$
Servicios y custodia	$\beta_6 = 12\%$
Banca al por menor	$\beta_7 = 12\%$
Banca comercial	$\beta_8 = 15\%$

#### Aproximación estándar

En este caso, las actividades realizadas por las entidades de crédito son divididas en las ocho líneas de negocio ya indicadas anteriormente, fijando como indicador de la exposición al riesgo operacional en cada una de ellas el valor medio de los ingresos brutos en cada línea para los tres ejercicios anteriores. Dichos indicadores vendrán afectados por un parámetro ( $\beta$ ), igual que en el método básico, siendo la carga de capital exigida la simple suma de los resultados parciales por líneas de negocio, es decir, se consideran independientes. De este modo, las ocho líneas de negocio y sus respectivos parámetros fijados en BIS-II aparecen en el Cuadro 2<sup>2</sup>:

Consecuentemente, el capital exigido por riesgo operacional en este caso sería:

$$K_{op} = \sum_{i=1}^8 \beta_i \cdot IB_i \quad [2.2]$$

<sup>2</sup> Se ha modificado el orden de las líneas de negocio según aparece en BIS-II con el único fin de facilitar la formulación que se desarrolla, dejando en el último lugar las dos líneas de negocio que reciben un trato diferente en la *Aproximación estándar alternativa*.

Donde  $IB_i$  es la media de los ingresos brutos de la línea de negocio<sup>3</sup>  $i$  para los tres últimos ejercicios.

Además de esta versión general del método estándar, BIS-II recoge otra posibilidad, denominada *Aproximación estándar alternativa*<sup>4</sup>, que podrá ser aplicada por una entidad a discreción del correspondiente supervisor. Con ella se pretende evitar la doble contabilización de riesgos. Su formulación presenta dos posibilidades:

— Estimar el capital requerido para las primeras seis líneas de negocio igual que en la aproximación estándar, y modificarlo tan sólo para las dos últimas, esto es, banca comercial y banca al por menor. Para estas dos líneas se modificaría el indicador, y en lugar del ingreso bruto se tomaría el volumen de negocio ( $V$ ) medio de los tres últimos ejercicios en cada una de dichas líneas, corregido por un parámetro ( $m$ ) de cuantía 3,5 por 100. Con lo cual:

$$K_{op} = \sum_{i=1}^6 \beta_i \cdot IB_i + \sum_{i=7}^8 m \cdot \beta_i \cdot V_i \quad [2.3]$$

Lógicamente una entidad optará por esta posibilidad siempre que:

$$m \cdot V_i = 3,5\% \cdot V_i < IB_i \quad i = 7,8 \quad [2.4]$$

— La segunda de las posibilidades es una variante de la primera, y consistiría en tratar las seis primeras líneas de negocio de manera conjunta, justificado por la imposibilidad de distinguir el ingreso bruto de cada una de ellas, así:

$$K_{op} = \beta_T \cdot \sum_{i=1}^6 IB_i + \sum_{i=7}^8 m \cdot \beta_i \cdot V_i \quad [2.5]$$

$$\beta_T = 18 \%$$

Destacar además que cuando un ingreso bruto no sea posible asignarlo a una línea de negocio concreta de entre varias posibles, se aplicará a aquella de mayor coeficiente, es decir, se penalizará la no identificación de un ingreso bruto con una línea de negocio. Finalmente, en este método tampoco se permite disminuir las exigencias de capital cuando existen pólizas de seguros que cubren ciertos eventos.

#### *Aproximaciones avanzadas*

Según se deduce de BIS-II, una entidad puede emplear para algunas líneas de negocio los métodos de indicador básico o aproximación estándar, y para otras una aproximación avanzada; ahora bien, una vez que se adopte un determinado método de los tres posibles, no estará permitido en el futuro un cambio por otro más simple. Con lo cual, las entidades deben analizar cuidadosamente en qué líneas les resulta más ventajoso emplear los métodos más avanzados, y en cuáles los más simples.

Una ventaja de este último grupo de aproximaciones reside en la posibilidad, que recoge BIS-II, de permitir la compensación del capital requerido por riesgo operacional con seguros formalizados al efecto, lo cual no está permitido en los otros dos métodos, si bien se fija un límite de compensación en el 20 por 100 del capital requerido por riesgo operacional, exigiéndose además que el vencimiento inicial del aseguramiento no sea inferior al año, que es el horizonte temporal de medición, como luego veremos.

Para que una entidad pueda aplicar una aproximación avanzada será preciso que lo hubiera venido ha-

<sup>3</sup> A efectos de las partidas de la cuenta de resultados que pueden considerarse incluidas en la definición de ingreso bruto en este caso, BIS-II las especifica por línea de negocio en la nota a pie 155 dentro del anexo-6, indicando además la necesidad de incluir en todo caso los gastos operativos.

<sup>4</sup> Dado que BIS-II permite, una vez aplicado un método de estimación sustituirlo por uno más complejo pero no regresar a otro más sencillo, parece lógico pensar que las entidades antes de implantar un método sofisticado cuyos resultados no fueran los esperados en términos de ahorro de recursos, y sin posibilidad además de rectificar, exploren las oportunidades que le ofrecen los métodos más elementales.

ciendo al menos durante un año antes de la entrada en vigor del Acuerdo BIS-II, en enero de 2007; que el tamaño de la base de datos sea al menos de cinco años (pero la primera estimación puede realizarse sobre una base de tres años); que la estimación se realice para un período temporal de un año y un nivel de confianza del 99,9 por 100; y finalmente, que la estimación se lleve a cabo diferenciando entre las categorías ya indicadas, es decir, para cada uno de los eventos y en cada una de las líneas de negocio, de modo que el riesgo operacional será la suma (se asume independencia) de las pérdidas calculadas para cada evento y cada línea de negocio.

En los últimos años han surgido diferentes estudios y propuestas para conocer qué alternativas podrían aplicar las entidades para estimar su riesgo operacional mediante modelos avanzados adaptados a BIS-II. Para la correcta interpretación de los mismos es preciso realizar una agrupación en función del objetivo que persigue cada metodología, aunque debemos destacar que todas ellas dan por resuelto u obvian el principal problema, la falta de información. Siguiendo a Cruz (2002), en el estudio del riesgo operacional pueden distinguirse dos grupos de modelos en función del objetivo perseguido. Por un lado, los de estimación, cuyo objetivo es la cuantificación del riesgo operacional y para los que se requiere información interna, y por otro, los de causalidad<sup>5</sup>, que pretende comprobar cuáles son los factores que explican dicho riesgo, y entre cuyos modelos destacan los de variables cualitativas o latentes. En cuanto al primero de los grupos de modelos, puede realizarse una división de segundo nivel en función de las propias características de los eventos cuyo riesgo quiere medirse. Implícitamente, dicha subclasificación también aparece dentro del propio Acuerdo BIS-II, cuando indica que el riesgo

operacional puede ser fruto de dos tipos de eventos, unos frecuentes y de baja intensidad<sup>6</sup> (Frachot *et al.*, 2001; Powojowski *et al.*, 2002; Kühn y Neu, 2002), y otros, de menor frecuencia pero de alto impacto, para los que se recurre a la Teoría de Eventos Extremos<sup>7</sup> (Embrechts *et al.*, 1997 y 2002; McNeil y Frey, 1999).

### 3. Estudio sobre la relación entre ingreso bruto y capital para las entidades de crédito españolas

Como ya se indicó, el objetivo es determinar, sobre una base de entidades de crédito que operan en España, cuáles son los factores explicativos de la relación ingreso bruto y capital regulatorio; así pues, se trata de un modelo de causalidad<sup>8</sup>. La intención es comprobar en qué medida las entidades de crédito de la muestra presentan unas ratios para dicha relación próximas al porcentaje exigido por BIS-II en el método de indicador básico (15 por 100); quede claro que el objetivo no es ana-

<sup>6</sup> Este grupo de técnicas consiste en ajustar una distribución de probabilidad a la severidad del evento, considerado como variable continua (Lognormal, Weibull, etcétera), y otra a la frecuencia con que tiene lugar, tomada como variable discreta (*Poissson* y Binomial negativa, etcétera).

<sup>7</sup> En este caso el objetivo es ajustar una distribución extrema de máxima pérdida, para lo que existen dos aproximaciones [LEWIS, 2004], bien recurrir al teorema de Fisher-Tippet-Gnedenko y estimar la distribución Generalizada de Eventos Extremos mediante el método de Block Máxima, por ejemplo; o bien, aplicar el teorema de *Picklands-Dalkema-de Hann* y calcular un modelo de *Peak Over Threshold* mediante la determinación de la distribución generalizada de Pareto característica de los eventos, maximizando para ello la función de verosimilitud correspondiente. En ambos casos, el problema que se plantea para el riesgo operacional es la escasez de datos en las colas de la distribución, lo que hace inviable estimar los parámetros de dichas distribuciones. Ello ha llevado a recurrir a métodos bayesianos de estimación (ALEXANDER, 2000; MEDOVA y KYRIACOU, 2001).

<sup>8</sup> Como el objetivo es comprobar los efectos de la propuesta BIS-II, en lo relativo a la relación entre el ingreso bruto y el capital, sobre las entidades de crédito españolas, y teniendo en cuenta que existe una clara imposibilidad para contar con información interna de las entidades relativa a fraudes, errores y otros eventos diferenciados por líneas de negocio, provocado todo ello por su inaccesibilidad, inexistencia, confidencialidad o imposibilidad de homogeneización, no queda más remedio que recurrir a la información contable de carácter público suministrada por estas entidades, y por tanto, plantear el modelo en términos del método del indicador básico a partir de la expresión [3.1].

<sup>5</sup> Evidentemente este trabajo se engloba en el segundo grupo, como consecuencia de la imposibilidad de acceder a la información interna de las entidades de crédito españolas, necesaria para estimar el riesgo operacional.

lizar las particularidades de dicha relación para cada individuo o entidad de la muestra, sino realizar el estudio de modo que el resultado permita determinar las variables explicativas de esta relación por tipo de entidad (Cajas de Ahorro, banca extranjera,...). De este modo, la ratio que presente una entidad debe ser analizada en función de las ratios que presenten el resto de entidades del mismo tipo; así pues, se trata de explicar por qué una entidad perteneciente a un grupo (Cajas de Ahorro, por ejemplo) presenta unas ratios mayores o menores que el resto, esto es, se posiciona en un determinado nivel dentro del *ranking* total que constituye el conjunto de entidades que componen su grupo. Con lo cual la variable a explicar sería un *rating* de dicha relación en función del tipo de entidad, de modo que al tratarse de una variable no cuantitativa recurriremos a un modelo de variable latente.

### Formalización del modelo

Si el capital regulatorio de una entidad ha de cubrir los riesgos de mercado, crédito y operacional, entonces, bajo los métodos de estimación del indicador básico o estándar, en los que el riesgo operacional se estima como un porcentaje aplicado sobre los ingresos brutos de la entidad (en su conjunto o de forma acumulada distinguiendo por línea de negocio), una entidad será menos solvente en la medida en que la relación que exista entre su ingreso bruto y su capital computable no alcance el cociente exigido por BIS-II. Pero al mismo tiempo, dicha relación también es una medida de rendimiento, de modo que un cociente muy superior al exigido por la norma implicaría bajas tasas de rendimiento<sup>9</sup>. De esta manera, el problema que se plantea para analizar la conveniencia de aplicar los métodos elementales de medición del riesgo operacional propuestos por BIS-II, es fijar un límite máximo a la relación entre ingresos bru-

tos y capital, por lo que parece coherente establecer dicho tope a partir de los resultados de los competidores dentro de cada tipología de entidad de crédito (Cajas de Ahorro, Cajas Rurales,...). Con lo cual, nuestro objetivo será modelizar la relación entre el ingreso bruto y el capital exigido legalmente respecto a dos elementos:

— Por un lado, el que fija el coeficiente o relación entre dichas variables en el 15 por 100 sobre el promedio de los tres últimos años de los ingresos brutos en conjunto, no distinguiendo por línea de negocio (dato desconocido externamente a la entidad) según establece BIS-II para el método del indicador básico.

— Y por otro, los valores que dicha relación presenta en cada entidad con respecto al total de entidades que formen parte de la misma tipología.

Para establecer el modelo, se define la variable  $op_{i,t}$  como aquella que mostrará la relación entre el capital y los ingresos brutos de la entidad  $i$  en el ejercicio  $t$  respecto a la metodología básica del BIS-II, es decir:

$$op_{i,t} = \frac{K_{i,t}}{IB_{i,t}} - \alpha \quad [3.1]$$

Donde  $K_{i,t}$  es volumen de recursos propios computables de la entidad  $i$  al final del ejercicio  $t$  según la normativa aplicable ya indicada,  $IB_{i,t}$  es el valor de los ingresos brutos al cierre del ejercicio  $t$ , y  $\alpha$  es una constante que representa el valor del coeficiente (15 por 100) según el método del indicador básico<sup>10</sup>.

Si el valor de  $op$  es positivo, indicará que una entidad posee más recursos propios computables que los exigidos por el método de indicador básico, es decir, presentaría una relación de menor riesgo operacional en términos del método básico pero, al mismo tiempo, un valor excesivo representaría una baja remuneración del capi-

<sup>9</sup> Esto es coherente con la teoría financiera, a menor riesgo (mayor solvencia) menor rendimiento.

<sup>10</sup> Aunque como resulta evidente, podría haberse elegido otro si el estudio y la disponibilidad de datos hicieran referencia a alguna línea de negocio en particular, siendo factible en dicho caso generalizar el estudio al método estándar en sus diferentes aproximaciones.



Donde  $J$  para nuestro caso valdría 4. De este modo, la calificación ordinal observada depende del tramo en que se sitúe la utilidad aleatoria, pudiéndose transformar de esta forma, una variable observada cualitativa en otra no observable y cuantitativa.

Además, hay que destacar que el modelo recogido en [3.3] presenta un componente sistemático ( $x_{i,t}$ ), función de los factores explicativos del ranking de la relación entre los recursos propios computables y el ingreso bruto de cada entidad con respecto al resto del mismo tipo, y otro aleatorio recogido en las perturbaciones ( $u_{i,t}^*$ ). Así, según se especifique la distribución seguida por dicho componente aleatorio surgirán los diversos modelos habituales en la literatura (*Logit* si toma una distribución logística y *Probit* si se considera una distribución normal, siendo este último el que se ha seleccionado) (véase Arellano y Bover, 1997).

Ahora bien, para poder identificar el modelo y obtener de forma unívoca los parámetros, es preciso realizar una normalización de escala ( $h_0 = 0$ ), dividiendo para ello todos los coeficiente por la varianza de la perturbación:

$$h_j = \frac{h_j^* - h_0^*}{\sigma_{u^*}} \rightarrow h_0 = 0 \quad \beta_0 = \frac{\beta_0^* - h_0^*}{\sigma_{u^*}} \quad [3.5]$$

$$\forall k = 1, \dots, K \quad \beta_k = \frac{\beta_k^*}{\sigma_{u^*}} \quad V_{i,t} = \frac{V_{i,t}^* - h_0^*}{\sigma_{u^*}} \quad u_{i,t} = \frac{u_{i,t}^*}{\sigma_{u^*}}$$

De este modo, y a partir de las expresiones [3.3] y [3.4], y tras las normalizaciones de [3.5], se obtendría el siguiente modelo a estimar:

$$L(Y|\beta, h, \Omega) = Pr(y_{1,1} = j_{1,1}, \dots, y_{1,T} = j_{1,T}, \dots, y_{N,1} = j_{N,1}, \dots, y_{N,T} = j_{N,T}) =$$

$$= \Phi \left[ (h_{j_{1,1}-1} - X_{1,1}^T \beta \leq u_{1,1} < h_{j_{1,1}} - X_{1,1}^T \beta), \dots, (h_{j_{1,T}-1} - X_{1,T}^T \beta \leq u_{1,T} < h_{j_{1,T}} - X_{1,T}^T \beta), \dots, \right. \quad [3.9]$$

$$\left. (h_{j_{N,1}-1} - X_{N,1}^T \beta \leq u_{N,1} < h_{j_{N,1}} - X_{N,1}^T \beta), \dots, (h_{j_{N,T}-1} - X_{N,T}^T \beta \leq u_{N,T} < h_{j_{N,T}} - X_{N,T}^T \beta) \right]$$

$$V_{i,t} = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i,t} + \dots + \beta_k x_{k,i,t} + u_{i,t} =$$

$$= X_{i,t}^T \cdot \beta + u_{i,t} \quad u_{i,t} \sim N(0,1)$$

$$i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad k = 1, \dots, K$$

$$y_{i,t} = \begin{cases} 0 & \text{si } V_{i,t} < 0 \\ 1 & \text{si } 0 \leq V_{i,t} < h_1 \\ 2 & \text{si } h_1 \leq V_{i,t} < h_2 \\ \vdots & \vdots \\ J & \text{si } V_{i,t} \geq h_{J-1} \end{cases} \quad [3.6]$$

$$0 = h_0 \leq h_1 \leq \dots \leq h_{J-1}$$

Con lo que la probabilidad de la calificación de una institución en un instante temporal vendrá dado por:

$$Pr(y_{i,t} = 0) = Pr(V_{i,t} < 0) = Pr(u_{i,t} < -X_{i,t}^T \beta)$$

$$\vdots$$

$$Pr(y_{i,t} = j) = Pr(h_{j-1} \leq V_{i,t} < h_j) =$$

$$Pr(h_{j-1} - X_{i,t}^T \beta \leq u_{i,t} < h_j - X_{i,t}^T \beta) \quad [3.7]$$

$$\vdots$$

$$Pr(y_{i,t} = J) = Pr(h_{J-1} \leq V_{i,t}) = Pr(h_{J-1} - X_{i,t}^T \beta \leq u_{i,t})$$

Según la expresión [3.6] la probabilidad de cada elección dependerá de los parámetros asociados a cada regresor, los umbrales y la función de distribución supuesta para el ruido. Para nuestro caso supondremos que dicha distribución es una normal, de modo que:

$$U: N(0, W) \quad [3.8]$$

Con lo que el modelo resultante será un *Probit Ordenado* para datos de panel, en los que la estimación de los parámetros se realiza maximizando la función de verosimilitud, cuya forma funcional es la siguiente:

Donde  $j_{i,t}$  pertenece al conjunto de alternativas  $j = 0, 1, \dots, J$  y  $h_{i,t}$  está incluido en el vector de umbrales  $h_1, \dots, h_{J-1}$  (trabajos similares que emplean este modelo son Cheung, 1996; Hausman *et al.*, 1991).

Ahora bien, aunque los ruidos han sido normalizados en [3.5], pueden permitirse diferentes estructuras de matrices de varianzas-covarianzas ( $\Omega$ ), entonces para evaluar la función verosimilitud habrá que estimar una integral de dimensión  $N \times T$ , donde además, y con el objetivo de recoger las posibles estructuras de correlación, la matriz  $\Omega$  tendrá posibles diferentes formatos que enumeramos a continuación (similares pueden encontrarse en Akerber, 1999; Börsch-Supan *et al.*, 1990):

1. *Modelo-1*: no se considera que exista ni correlación cruzada, ni temporal, ni tampoco efecto aleatorio. De esta manera,  $\Omega$  será la matriz identidad, por lo que la función de verosimilitud podrá descomponerse en el producto de  $T \times N$  integrales unidimensionales, donde cada una de ellas se corresponderá con la función de distribución de una normal estándar; este modelo sería equivalente a la estimación de un *ordered probit* en sección cruzada. Así pues:

$$\begin{aligned} u_{i,t} &= \varepsilon_{i,t} \sim N(0,1) \quad i.i.d. \\ U &\sim N(0,I) \end{aligned} \quad [3.10]$$

2. *Modelo-2*: en este caso se considera que no existen correlaciones, pero sí un efecto aleatorio común para todos los individuos de la muestra. Entonces:

$$u_{i,t} = a + e_{i,t} \quad e_{i,t}: N(0, 1) \quad i.i.d. \quad a: N(0, s_a^2) \quad [3.11]$$

Según [3.11] el comportamiento de  $u$  atendería a:

$$\begin{aligned} \forall i,t \quad \text{var}(u_{i,t}) &= \sigma_\alpha^2 + 1 \\ \text{cov}(u_{i,t}, u_{j,s}) &= \begin{cases} 0 & \text{si } \forall t,s \quad i \neq j \\ \sigma_\alpha^2 & \text{si } i = j \quad t \neq s \end{cases} \end{aligned} \quad [3.12]$$

De este modo, la matriz  $\Omega$  ( $NT \times NT$ ) será diagonal a bloques ( $T \times T$ ) con la siguiente estructura:

$$\begin{aligned} \Omega &= \begin{pmatrix} \Sigma_{1,1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Sigma_{2,2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Sigma_{N,N} \end{pmatrix} \quad \forall j = 1, \dots, N \\ \Sigma_{i,j} &= \begin{pmatrix} \sigma_\alpha^2 + 1 & \sigma_\alpha^2 & \dots & \sigma_\alpha^2 \\ \sigma_\alpha^2 & \sigma_\alpha^2 + 1 & \dots & \sigma_\alpha^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_\alpha^2 & \sigma_\alpha^2 & \dots & \sigma_\alpha^2 + 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad [3.13]$$

3. *Modelo-3*: en este supuesto se considera que existe únicamente autocorrelación de primer orden o AR(1), con parámetro igual para todos los individuos, de modo que:

$$u_{i,t} = \rho u_{i,t-1} + e_{i,t} \quad \rho \in (-1, 1) \quad e_{i,t}: N(0, 1) \quad i.i.d. \quad [3.14]$$

Nuevamente la matriz  $\Omega$  será diagonal a bloques con la siguiente estructura para las submatrices:

$$\forall j = 1, \dots, N \quad \Sigma_{i,j} = \frac{1}{1-\rho^2} \begin{pmatrix} 1 & \rho & \dots & \rho^{T-1} \\ \rho & 1 & \dots & \rho^{T-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{T-1} & \rho^{T-2} & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad [3.15]$$

4. *Modelo-4*: en este caso, a diferencia del segundo, en el que también las correlaciones son nulas, el efecto aleatorio no será el mismo para todos los individuos, sino que dependerá del tipo de entidad de que se trate en cada instante temporal:

$$u_{i,t} = a_g + e_{i,t} \quad a_g: N(0, s_{a_g}^2) \quad e_{i,t}: N(0, 1) \quad i.i.d. \quad [3.16]$$

Para nuestro estudio  $\gamma$  valdrá 0 si se trata de un banco nacional, 1 si es un banco extranjero, 2 si fuera una caja de ahorros y 3 si se tratase de una caja rural<sup>11</sup>. Así pues,

<sup>11</sup> Al considerar un parámetro por grupo en lugar de por individuo, se intenta evitar la sobreparametrización de los modelos.

la matriz  $\Omega$  volverá a ser diagonal a bloques con una estructura submatricial igual a la de [3.13], sólo que las varianzas de los efectos aleatorios serán distintas en función del grupo al que pertenezca la entidad.

5. *Modelo-5:* consiste en una variación del Modelo-3, puesto que permitirá que exista autocorrelación de primer orden con distinto parámetro cada grupo de entidades, esto es:

$$u_{i,t} = r_g u_{i,t-1} + e_{i,t} \quad r_g \hat{I}(-1,1) \quad e_{i,t}: N(0,1) \text{ i.i.d.} \quad [3.17]$$

De esta forma la matriz  $\Omega$  será diagonal a bloques con una estructura en las submatrices igual a la de [3.15], aunque el parámetro  $\rho$  de autocorrelación será diferente en función del grupo al que pertenezca la entidad.

6. *Modelo-6:* en este caso la estructura de la matriz  $\Omega$  permitirá tanto efecto aleatorio (el mismo para todas las entidades), como autocorrelación de primer orden (con el mismo parámetro para todas las entidades). Se trataría por tanto de una combinación de los modelos 2 y 3. Así pues:

$$\begin{aligned} u_{i,t} &= a + x_{i,t} & x_{i,t} &= r x_{i,t-1} + e_{i,t} \\ a &: N(0, s_a^2) & r &\hat{I}(-1,1) \quad e_{i,t}: N(0,1) \end{aligned} \quad [3.18]$$

De esta manera, la matriz  $\Omega$  vuelve a ser diagonal a bloques con las siguientes submatrices:

$$\forall i = 1, \dots, N$$

$$\Sigma_{i,i} = \begin{pmatrix} \sigma_a^2 + \frac{1}{1-\rho^2} & \sigma_a^2 + \frac{\rho}{1-\rho^2} & \dots & \sigma_a^2 + \frac{\rho^{T-1}}{1-\rho^2} \\ \sigma_a^2 + \frac{\rho}{1-\rho^2} & \sigma_a^2 + \frac{1}{1-\rho^2} & \dots & \sigma_a^2 + \frac{\rho^{T-2}}{1-\rho^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_a^2 + \frac{\rho^{T-1}}{1-\rho^2} & \sigma_a^2 + \frac{\rho^{T-2}}{1-\rho^2} & \dots & \sigma_a^2 + \frac{1}{1-\rho^2} \end{pmatrix} \quad [3.19]$$

7. *Modelo-7:* en esta estructura tendrán cabida los efectos aleatorios y correlación temporal o autocorrelación,

en función del tipo de entidad en ambos casos; se trata por tanto del modelo más general o mezcla del 4 y 5:

$$\begin{aligned} u_{i,t} &= a_g + x_{i,t} & x_{i,t} &= r_g x_{i,t-1} + e_{i,t} \\ a_g &: N(0, s_{a_g}^2) & r_g &\hat{I}(-1,1) \quad e_{i,t}: N(0,1) \end{aligned} \quad [3.20]$$

De modo que los elementos de la matriz  $\Omega$  (diagonal a bloques) presentarán la siguiente estructura:

$$\forall i = 1, \dots, N$$

$$\Sigma_{i,i} = \begin{pmatrix} \sigma_{a_g}^2 + \frac{1}{1-\rho_g^2} & \sigma_{a_g}^2 + \frac{\rho_g}{1-\rho_g^2} & \dots & \sigma_{a_g}^2 + \frac{\rho_g^{T-1}}{1-\rho_g^2} \\ \sigma_{a_g}^2 + \frac{\rho_g}{1-\rho_g^2} & \sigma_{a_g}^2 + \frac{1}{1-\rho_g^2} & \dots & \sigma_{a_g}^2 + \frac{\rho_g^{T-2}}{1-\rho_g^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{a_g}^2 + \frac{\rho_g^{T-1}}{1-\rho_g^2} & \sigma_{a_g}^2 + \frac{\rho_g^{T-2}}{1-\rho_g^2} & \dots & \sigma_{a_g}^2 + \frac{1}{1-\rho_g^2} \end{pmatrix} \quad [3.21]$$

### Estimación del modelo

Para estimar el modelo *Ordered Probit* propuesto es preciso maximizar el logaritmo de la función de verosimilitud [3.9], ahora bien, si en el caso del tipo-1 para la matriz  $\Omega$  es fácil de realizar ya que se considera que las variables son independientes, de manera que resultarán  $T \times N$  integrales, en cambio para el resto de casos (tipo-2 a tipo-7) no ocurre igual, ya que sería preciso estimar integrales multidimensionales cuya dimensión crecería con  $N$  o/y  $T$ . Por ello, es preciso recurrir al uso de la simulación, de modo que en lugar de emplear un método de maximización de la log-verosimilitud, maximizaremos una función de verosimilitud simulada (SML). En este contexto uno de los más utilizados es el simulador<sup>12</sup> GHK (puede verse, aunque para diferentes modelos *probit* (multinomial) del aquí empleado, en: Börsch-Supan y Ha-

<sup>12</sup> Existen otros métodos alternativos como los descritos en BÖRSCH-SUPAN *et al.* (1990), CHIB y GREENBER (1996), FLEMING y MAE (2002), GEWEKE *et al.* (1994), GREEN (2002), HONORÉ (2002).

**CUADRO 3**  
**COMPOSICIÓN DE LA MUESTRA**

Tipo de entidad	Número	Porcentaje
Bancos nacionales . . . . .	63	30,43
Bancos extranjeros . . . . .	17	8,21
Cajas de Ahorro . . . . .	54	26,09
Cajas Rurales . . . . .	73	35,27
<b>Total</b>	<b>207</b>	<b>100,00</b>

jivassiliou, 1993; Gourieroux y Monfort, 1996; Börsch-Supan *et al.*, 1990; Hajivassiliou *et al.*, 1996; Inkmann, 1999; Waelbroeck, 2003), ya propuesto por Hajivassiliou y Ruud (1994), y cuya implementación puede verse en el Anexo 1.

### Aplicación práctica del modelo

#### La muestra

Para nuestro estudio se ha utilizado la Base de Datos de Entidades Financieras facilitada por *Intertell Bd's Co.*, que recoge información contable (balance y cuenta de resultados), financiera y societaria sobre 224 entidades financieras (bancos, Cajas de Ahorro y Cajas Rurales) entre los años 1993 y 2002, expresada toda ella en miles de euros. Del total de la base, y como consecuencia de la ausencia de información durante al menos tres años consecutivos sobre alguna de las entidades para el período objeto de estudio, según las definiciones recogidas en [3.2], finalmente resultaron seleccionadas 207 entidades (63 bancos nacionales, 17 bancos extranjeros, 54 Cajas de Ahorro y 73 Cajas Rurales). El total de la muestra de 207 entidades de crédito representa el 57,34 por 100 del total del año 2002 (361 entidades) según datos del Banco de España y su composición interna es la que figura en el Cuadro 3.

Las variables con las que se ha trabajado inicialmente como regresores, o posibles factores explicativos de las situaciones de *rating* propuestas en [3.2], y cuya limitación viene dada por la base de datos disponible, son las siguientes: activo<sup>13</sup> (*A*), exceso de recursos propios de la clase-2 (*Excesos*), número de oficinas (*Oficinas*), número de empleados (*Empleados*), número de cajeros (*Cajeros*), número de tarjetas de crédito (*Tarjetas*), número de cuentas a la vista en moneda nacional (*Cvista*), número de cuentas de ahorro en moneda nacional (*Cahorro*), número de cuentas a plazo, efectos y pagarés en moneda nacional (*Cplazo*) y número de cuentas en moneda extranjera (*Cextranj*). Los estadísticos resumen de estas variables para el conjunto de la muestra y por grupos figuran en el Cuadro 4.

A efectos de determinar el *rating* de cada entidad de la muestra durante el período objeto de estudio, previamente fue necesario determinar el valor de la variable que a juicio de BIS-II es la relevante como medida de dicho riesgo, el ingreso bruto. Dado que la definición de ingreso bruto propuesta por BIS-II, para el método del indicador básico, resulta imposible de calcular, si no es

<sup>13</sup> No se han incluido más variables contables de balance para evitar problemas de dependencia con el resto de regresores. Asimismo, no se han incluido variables de la cuenta de resultados como regresores porque forman parte de las *proxys* empleadas al definir el concepto de ingreso bruto para los diferentes niveles de la cuenta de resultados.

CUADRO 4

## RESUMEN DE ESTADÍSTICOS DE LAS VARIABLES EMPLEADAS COMO REGRESORES

Concepto	A (10 <sup>3</sup> €)	Exceso (10 <sup>3</sup> €)	Oficinas	Empleados	Cajeros	Tarjetas	Cvista	Cahorro	Cplazo	Ctaextranj
<b>Total</b>										
Media . . . . .	3,645,625	54,409	153	966	1,13	122,91	100,394	106,577	156,283	209,084
Desviación . . . . .	13,474,382	650,037	399	2,736	7,03	490,51	282,926	390,901	459,335	660,375
Asimetría . . . . .	9	15	6	6	14	9	6	10	6	6
Curtosis . . . . .	108	267	44	52	225	102	50	132	48	43
<b>Bancos Nacionales</b>										
Media . . . . .	6,243,902	138,424	193	1,507	160	182,839	132,450	171,125	60,559	23,269
Desviación . . . . .	21,668,819	1,109,479	514	4,175	525	657,373	405,786	648,523	183,897	168,021
Asimetría . . . . .	6	9	4	5	6	7	5	7	5	8
Curtosis . . . . .	47	96	22	25	49	72	30	53	23	65
<b>Bancos Extranjeros</b>										
Media . . . . .	1,443,063	7,378	37	373	22	26,812	30,725	7,421	8,963	638
Desviación . . . . .	2,314,485	27,969	74	652	58	70,908	62,496	19,369	37,241	4,169
Asimetría . . . . .	2	4	2	2	4	3	2	4	8	9
Curtosis . . . . .	6	14	5	4	16	9	3	15	67	77
<b>Cajas Ahorro</b>										
Media . . . . .	5,846,024	44,752	302	1,661	473	232,493	208,29	160,865	512,834	773,709
Desviación . . . . .	10,796,315	412,788	498	2,501	1,089	616,728	295,589	265,307	771,147	1,098,665
Asimetría . . . . .	5	13	5	4	5	6	4	4	3	3
Curtosis . . . . .	25	179	30	20	23	36	17	16	14	12
<b>Cajas Rurales</b>										
Media . . . . .	288,51	0	36	122	2,712	12,509	9,139	33,804	9,452	319
Desviación . . . . .	579,727	0	60	227	11,624	21,347	19,474	69,344	17,924	2,805
Asimetría . . . . .	6	0	4	5	8	5	5	5	6	18
Curtosis . . . . .	53	0	24	39	79	30	31	37	73	392

desde el interior de la entidad, es preciso sustituirla por otra aproximación con la información contable disponible en la muestra objeto de estudio, para lo que se proponen cuatro opciones<sup>14</sup> a distintos niveles de la cuenta de resultados de las entidades:

- La primera de las variables *proxy* ( $IB^1$ ) es el *Margen Ordinario Bruto*, que se define como el margen de intermediación (diferencia entre los ingresos por intereses menos costes por intereses) más (menos) las comisiones u otros ingresos y gastos.

- La segunda variable *proxy* ( $IB^2$ ) es el *Margen Ordinario Neto* más (menos) el *Saneamiento Financiero* y más (menos) la *Provisión de Morosos*, es decir, el margen ordinario neto (margen ordinario bruto menos los gastos operativos) corregido por el saneamiento financiero y la provisión para morosos, representativas del riesgo

<sup>14</sup> Las dos primeras aproximaciones serían *a priori* las más cercanas al concepto de ingreso bruto propuesto por BIS-II en el método del indicador básico, aunque también depende de las propias particularidades, en lo relativo al registro contable, de las entidades, por lo que se ha optado por añadir dos aproximaciones más, que permiten ir descendiendo en la cuenta de resultados hasta incluir prácticamente el total de partidas.

CUADRO 5

RESUMEN DE ESTADÍSTICOS DE LAS VARIABLES PROXY DEL INGRESO BRUTO (10<sup>3</sup>€)

Concepto	IB <sup>1</sup>	IB <sup>2</sup>	IB <sup>3</sup>	IB <sup>4</sup>
<b>Total</b>				
Media . . . . .	100,772	28,049	45,484	47,464
Desviación . . . . .	278,72	76,455	163,055	174,985
Asimetría . . . . .	7	6	12	11
Curtosis . . . . .	64	55	189	171
<b>Bancos Nacionales</b>				
Media . . . . .	146,227	35,736	76,277	81,031
Desviación . . . . .	405,06	108,077	267,314	290,109
Asimetría . . . . .	6	5	8	8
Curtosis . . . . .	38	36	80	69
<b>Bancos Extranjeros</b>				
Media . . . . .	40,267	3,689	8,638	10,223
Desviación . . . . .	70,058	16,534	20,332	23,630
Asimetría . . . . .	2	1	2	3
Curtosis . . . . .	6	4	3	10
<b>Cajas Ahorro</b>				
Media . . . . .	186,856	58,470	76,336	77,902
Desviación . . . . .	286,942	81,383	116,339	117,047
Asimetría . . . . .	4	4	4	4
Curtosis . . . . .	19	18	19	17
<b>Cajas Rurales</b>				
Media . . . . .	11,955	4,586	4,667	4,653
Desviación . . . . .	25,131	10,359	10,476	10,666
Asimetría . . . . .	6	7	6	6
Curtosis . . . . .	57	58	56	53

de mercado y del riesgo de crédito, respectivamente, a fin de evitar que la variable recoja dichos riesgos.

- La siguiente *proxy* (IB<sup>3</sup>) utilizada será los *Resultados Ordinarios* más (menos) el *Saneamiento Financiero* y más (menos) la *Provisión de Morosos*, esto es, los resultados ordinarios (margen ordinario neto más o menos los resultados de la cartera de renta variable y otras operaciones financieras) corregido de nuevo por el saneamiento financiero y la provisión para morosos.

- Y por último, la cuarta *proxy* (IB<sup>4</sup>), definida como *Resultados antes de Impuestos* (resultado ordinario

más o menos los resultados extraordinarios), más (menos) el *Saneamiento Financiero* y más (menos) la *Provisión de Morosos*.

De este modo, el modelo propuesto tendrá cuatro resultados en función de cuál sea la variable *proxy* empleada para determinar la expresión [3.1]. El resumen estadístico de las cuatro variables *proxy* del ingreso bruto para el total de la muestra y por grupos fue el que aparece en el Cuadro 5 expresado en miles de euros.

Una vez determinadas las variables *proxy* se procedió a determinar el *rating* de las entidades que compo-

**CUADRO 6**  
**NÚMERO DE OBSERVACIONES PARA CADA RATING**

<i>Proxy</i>	0	1	2	3	4	Total	Años	Número entidades
<b>Total</b>								
IB <sup>1</sup> .....	356	1.048	48	50	154	1.656	8	207
IB <sup>2</sup> .....	249	186	210	198	813	1.656	8	207
IB <sup>3</sup> .....	561	8	233	220	634	1.656	8	207
IB <sup>4</sup> .....	529	13	288	254	572	1.656	8	207
<b>Bancos Nacionales</b>								
IB <sup>1</sup> .....	221	104	31	28	120	504	8	63
IB <sup>2</sup> .....	94	4	29	36	341	504	8	63
IB <sup>3</sup> .....	134	3	41	54	272	504	8	63
IB <sup>4</sup> .....	130	3	52	62	257	504	8	63
<b>Bancos Extranjeros</b>								
IB <sup>1</sup> .....	19	48	15	20	34	136	8	17
IB <sup>2</sup> .....	0	8	3	8	117	136	8	17
IB <sup>3</sup> .....	8	2	5	7	114	136	8	17
IB <sup>4</sup> .....	10	0	7	13	106	136	8	17
<b>Cajas Ahorro</b>								
IB <sup>1</sup> .....	28	404	0	0	0	432	8	54
IB <sup>2</sup> .....	51	86	59	54	182	432	8	54
IB <sup>3</sup> .....	221	2	61	54	94	432	8	54
IB <sup>4</sup> .....	207	5	89	64	67	432	8	54
<b>Cajas Rurales</b>								
IB <sup>1</sup> .....	88	492	2	2	0	584	8	73
IB <sup>2</sup> .....	104	88	119	100	173	584	8	73
IB <sup>3</sup> .....	198	1	126	105	154	584	8	73
IB <sup>4</sup> .....	182	5	140	115	142	584	8	73

nen la muestra para lo que, en primer lugar, se aplicó la expresión [3.2], de manera que los resultados obtenidos por tipo de entidad y totales aparecen en el Cuadro 6.

En el Cuadro 6, para comprobar que los resultados son correctos, basta con recordar que el período muestral es 1993-2002, ambos inclusive, pero como las expresiones [3.1] y [3.2], que definen las diferentes posibilidades de clasificación o *rating*, precisan de dos períodos previos además del de cálculo, ello supone que

el tamaño muestral para cada entidad quede reducido a ocho años (1995-2002). Finalmente, cabe destacar de este Cuadro 6 que, mientras los bancos nacionales son más solventes y además más rentables (mayor número de *rating* 0 que 1), para los extranjeros y sobre todo para las Cajas de Ahorro y las Rurales ocurre al contrario, puesto que presentan un déficit de remuneración, o exceso, de recursos propios computables sobre el ingreso bruto generado, con respecto a la media de su subgrupo de entidades.

*Los resultados*

La aplicación del modelo propuesto sobre la base de datos descrita se realizó mediante la programación del algoritmo de estimación en el lenguaje Ox [Doornik, 1998], realizando 50 simulaciones<sup>15</sup> para cada modelo estimado y sobre cada variable *proxy* del ingreso bruto considerada. Además, el algoritmo se automatizó de modo que de partida y para todos los modelos, se consideraron inicialmente todos los posibles regresores con dos retardos ( $t-1$ ) y ( $t-2$ ) en miles de unidades, de modo que si el parámetro asociado a alguno de ellos no resultaba significativo estadísticamente para un nivel de confianza mínimo del 10 por 100, era eliminado automáticamente y se procedía de nuevo a la estimación del modelo con el resto de regresores. Este proceso iterativo pararía cuando todos los parámetros de los regresores fueran significativos con un nivel de confianza superior al 10 por 100.

De los resultados obtenidos, en primer lugar, destacamos los valores para los umbrales (Cuadro 7) que dividen en *ratings* los valores de la variable dependiente y latente:

En función de los resultados reflejados en el Cuadro 7, podemos concluir lo siguiente:

— Para todas las *proxys* del ingreso bruto, los umbrales en el modelo-1 (sección cruzada) son menores que para el resto de modelos; por tanto, modelos de este tipo están infraestimando la distancia existente en términos de rentabilidad y riesgo de las entidades financieras.

— En el resto de modelos y para las tres primeras *proxys* de *Ingreso Bruto* destacar que los umbrales de bajo riesgo (0 y 1) están próximos y a su vez alejados de los otros umbrales, que curiosamente también se presentan cercanos. En otro sentido, hay que reseñar que los modelos-2, 3 y 4 tienen umbrales mayores que el 5, 6 y 7. De todo ello podemos extraer la conclusión de que para esta *proxy-1*, parecen existir dos tipos de entidades, las solventes en términos del método del indicador básico, entre las que a su vez hay una gran distancia desde las rentables (umbral-1) hasta las poco rentables (umbral-2), y las que no alcanzan el 15 por 100 exigido por el indicador básico para la relación ingreso bruto y recursos computables, en las que si además se consideran parámetros de autocorrelación o heterogeneidad común para todos los grupos, la distancia se hace mayor respecto del conjunto de entidades solventes en términos del modelo de referencia (indicador básico); por tanto, esto indicaría que las distancias entre los conjuntos de entidades en el tiempo no solo se mantienen, sino que aumentan.

— Finalmente, respecto de la *proxy-4* (modelos 2 a 7), parecen existir dos grupos de entidades (baja y alta solvencia); dentro del primero la distancia entre rentabilidad alta (umbral-1) y baja (umbral-2) presenta una gran diversidad, puesto que al estimar modelos más simplistas que no recogen esta heterogeneidad, la distancia entre ambos subgrupos se amplía; por su parte, en el conjunto de alto riesgo se comprueba que la distancia respecto del primero aumenta en el tiempo, ya que modelos con autocorrelación conllevan mayores umbrales-3 y 4.

A fin de contrastar cuál sería el mejor modelo para explicar el comportamiento del *rating* propuesto en la banca española de entre los estudiados, se incluye en el Cuadro 8 el valor de la función de *log-verosimilitud* en el óptimo y varios criterios de información utilizados habitualmente para seleccionar modelos, como son *Akaike (AIC)* y *Bayesian (BIC)*.

Aplicando un doble criterio de selección, es decir, maximizar la función de *log-verosimilitud* y minimizar los

<sup>15</sup> Se realizaron otros experimentos, para la primera aproximación del ingreso bruto, con diferentes semillas y número de simulaciones (25 y 75) siendo los resultados obtenidos en términos del valor de la *log-verosimilitud* en el óptimo muy similares, al igual que el valor de los parámetros. La elección de 50 simulaciones se debió a los requisitos de cómputo propios de cualquier estudio de simulación, esto es, se gana en flexibilidad y se pierde en velocidad de cálculo. Los autores no han incluido los resultados de estas pruebas por motivo de espacio, aunque están a disposición de los interesados.

**CUADRO 7**  
**UMBRALES ESTIMADOS**

Modelos	Umbral-1	Umbral-2	t-value	Umbral-3	t-value	Umbral-4	t-value
<b>Ingreso Bruto-1</b>							
Modelo-1. . . . .	0	1,7553	19,2717	1,8704	-12,4771	2,0073	-11,6860
Modelo-2. . . . .	0	3,5076	35,4963	3,9494	-4,6691	4,5171	-3,3639
Modelo-3. . . . .	0	3,4282	33,0755	4,0140	-2,9682	4,8229	-1,3026
Modelo-4. . . . .	0	3,4643	33,9491	4,0432	-3,0527	4,8329	-1,3728
Modelo-5. . . . .	0	3,1076	33,8682	3,7125	-2,7104	4,5712	-0,8174
Modelo-6. . . . .	0	3,4132	33,2356	3,9971	-3,0206	4,7943	-1,3932
Modelo-7. . . . .	0	3,1685	33,8667	3,7959	-2,5119	4,6606	-0,7764
<b>Ingreso Bruto-2</b>							
Modelo-1. . . . .	0	0,2819	-12,4396	0,6888	-12,2599	1,0162	-14,5615
Modelo-2. . . . .	0	0,5783	-5,5441	1,5032	-1,0810	2,2848	-3,2510
Modelo-3. . . . .	0	0,6494	-4,5308	1,8358	2,4095	2,8884	0,6954
Modelo-4. . . . .	0	0,5827	-5,4806	1,4941	-1,2838	2,2568	-3,5742
Modelo-5. . . . .	0	0,6639	-4,3114	1,8431	2,3298	2,8726	0,3971
Modelo-6. . . . .	0	0,6598	-4,3722	1,8441	2,3907	2,8777	0,4507
Modelo-7. . . . .	0	0,6639	-4,3114	1,8431	2,3299	2,8726	0,3971
<b>Ingreso Bruto-3</b>							
Modelo-1. . . . .	0	0,0120	-9,9110	0,3976	-13,4195	0,7563	-14,2715
Modelo-2. . . . .	0	0,0264	-8,1616	0,9082	-1,7978	1,7866	-1,8212
Modelo-3. . . . .	0	0,0363	-7,4666	1,2187	2,4625	2,3901	2,2790
Modelo-4. . . . .	0	0,0269	-8,1196	0,9208	-1,6040	1,8126	-1,6154
Modelo-5. . . . .	0	0,0365	-7,4551	1,2188	2,4732	2,4126	2,5659
Modelo-6. . . . .	0	0,0363	-7,4666	1,2187	2,4625	2,3901	2,2790
Modelo-7. . . . .	0	0,0423	-76,4818	1,2528	1,2398	2,4426	1,1279
<b>Ingreso Bruto-4</b>							
Modelo-1. . . . .	0	0,0096	-9,3183	0,4621	-12,4110	0,8724	-13,5720
Modelo-2. . . . .	0	0,0217	-7,6842	1,0955	1,1255	2,1173	0,3313
Modelo-3. . . . .	0	0,0282	-7,1786	1,3250	4,1497	2,5726	3,4527
Modelo-4. . . . .	0	0,0216	-7,6956	1,0886	1,0229	2,1115	0,3488
Modelo-5. . . . .	0	0,0073	-4,9317	1,3289	4,4438	2,6075	3,8256
Modelo-6. . . . .	0	0,0073	-4,9274	1,3389	4,5730	2,6174	3,8268
Modelo-7. . . . .	0	0,0073	-4,9288	1,3324	4,4919	2,6139	3,8658

NOTAS: Las columnas de umbrales en el Cuadro 7 informan del valor de  $h$  en la ecuación [3.6]. El valor del primer umbral es siempre 0 debido a la normalización efectuada en [3.5]. El *t-value* indica la significación individual como el cociente entre el parámetro estimado ( $\eta_j$ ) para cada umbral  $j$  y su error estándar, y teniendo en cuenta que a partir de dicho parámetro se determina el umbral aplicando la expresión:  $h_j = h_{j-1} + \exp(\eta_j)$ . Con lo cual, un parámetro  $h$  no significativamente distinto de 0, indicaría que el umbral correspondiente sería igual al anterior más 1.

critérios de información, sobre los resultados que se observan en el Cuadro 8 hay que destacar:

— Para la aproximación *Ingreso Bruto-1* el modelo seleccionado estaría entre los modelos-4, 5 y 7.

**CUADRO 8**  
**LOG-VEROSIMILITUD EN EL ÓPTIMO Y CRITERIOS DE INFORMACIÓN**

Modelos	Log-Verosimilitud	AIC	BIC
<b>Ingreso Bruto-1</b>			
Modelo-1 . . . . .	-1.314.400	26.388.000	26.644.200
Modelo-2 . . . . .	-1.080.110	19.463.175	19.875.680
Modelo-3 . . . . .	-863.060	17.399.270	17.752.895
Modelo-4 . . . . .	-781.510	15.883.110	16.515.840
Modelo-5 . . . . .	-733.010	14.936.200	15.624.015
Modelo-6 . . . . .	-859.240	17.368.795	17.840.295
Modelo-7 . . . . .	-725.930	14.886.520	15.803.760
<b>Ingreso Bruto-2</b>			
Modelo-1 . . . . .	-16.082.200	32.384.400	32.948.100
Modelo-2 . . . . .	-12.090.300	24.360.700	24.821.900
Modelo-3 . . . . .	-10.307.700	20.755.300	21.114.100
Modelo-4 . . . . .	-11.843.000	23.946.000	24.612.200
Modelo-5 . . . . .	-10.124.500	20.469.000	21.032.700
Modelo-6 . . . . .	-10.321.900	20.823.700	21.285.000
Modelo-7 . . . . .	-10.124.500	20.549.000	21.317.700
<b>Ingreso Bruto-3</b>			
Modelo-1 . . . . .	-15.700.200	31.620.300	32.184.000
Modelo-2 . . . . .	-11.510.000	23.179.900	23.589.900
Modelo-3 . . . . .	-9.465.070	19.070.100	19.428.900
Modelo-4 . . . . .	-11.202.400	22.664.700	23.330.900
Modelo-5 . . . . .	-9.304.960	18.809.900	19.322.400
Modelo-6 . . . . .	-9.465.070	19.090.100	19.500.100
Modelo-7 . . . . .	-9.300.012	18.848.656	19.927.320
<b>Ingreso Bruto-4</b>			
Modelo-1 . . . . .	-16.543.200	33.206.400	33.513.900
Modelo-2 . . . . .	-11.791.800	23.783.500	24.296.000
Modelo-3 . . . . .	-9.991.080	20.122.200	20.480.900
Modelo-4 . . . . .	-11.577.000	23.433.900	24.151.400
Modelo-5 . . . . .	-9.259.230	18.798.500	19.456.900
Modelo-6 . . . . .	-9.370.130	18.980.300	19.588.000
Modelo-7 . . . . .	-9.256.780	18.873.600	19.785.200

— Para el resto de aproximaciones (2 a 4) el modelo elegido se encontraría entre los modelos-3, 5, 6 y 7.

Pero a pesar de lo anterior, y con el fin de clarificar cuál es el mejor modelo que explica el comportamiento del riesgo operacional, dentro de los analizados en este trabajo, realizamos una serie de *test* de razones de ve-

rosimilitud, dado que podemos considerar que todos los modelos están anidados en algún otro. Así, como caso general, todos los modelos estarían anidados en el modelo-7, ya que por ejemplo, en el modelo-5 la hipótesis nula sería que  $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=\sigma_4=0$ , es decir, el número de restricciones en este caso sería de 4 (número de grupos

de entidades considerados). De este modo, en el Cuadro 9 recogemos tanto estos *tests*, para cada una de las 4 aproximaciones del ingreso bruto analizadas y cada uno de los modelos seleccionados anteriormente, según los resultados del Cuadro 8, como el conjunto de los potencialmente mejores.

Según los resultados obtenidos del Cuadro 9 podemos concluir que:

— Para la *proxy-1* del ingreso bruto el mejor modelo es el número 7, lo cual era esperado como resultado de los valores obtenidos para los parámetros de autocorrelación y efectos aleatorios, estos últimos en la banca.

— Para el resto de aproximaciones (2 a 4) el mejor modelo es el número 5. Este resultado también era de esperar ya que los parámetros del efecto aleatorio, cuando se incluía además autocorrelación, eran nulos.

En cuanto a los modelos analizados se refiere, dos son los parámetros que los caracterizan,  $\sigma_\alpha$  para la heterogeneidad por grupos y  $\rho$  en el caso de autocorrelación. En cuanto al primero, los resultados obtenidos para la heterogeneidad pueden verse en el Cuadro 10.

En función de los resultados que aparecen en el Cuadro 10 y agrupando para los modelos que recogen los efectos aleatorios (modelos-2, 4, 6 y 7), podemos concluir.

— Para el modelo-2 destaca una fuerte estabilidad del valor del parámetro entre todas las aproximaciones del ingreso bruto, pues varía entre 2.078 (*proxy-1*) y 2.282 (*proxy-3*).

— Para los modelos que además de efectos aleatorios se incluye autocorrelación (modelos-6 y 7), reseñar que dichos efectos son nulos.

— Por último, en cuanto al modelo-4, que permite distintos efectos aleatorios para cada grupo de entidades, hay que destacar varios hechos:

- Para todas las *proxys*, la banca (nacional y extranjera) presenta mayores efectos aleatorios que las Cajas (de Ahorro y Rurales).

- La *proxy-3* es el nivel de la cuenta de resultados de las entidades financieras que mayores niveles de aleatoriedad presenta, pues varía entre 7.7346 (banca extranjera) y 1.4746 (Cajas de Ahorro).

- Mientras que para casi todas las *proxys* (salvo la primera), las Cajas de Ahorro y las Cajas Rurales presentan un nivel de aleatoriedad similar, no ocurre igual para los bancos, sino todo lo contrario, ya que sólo para la primera *proxy*, el nivel de heterogeneidad interno de los grupos es similar.

— En resumen, mientras que bancos nacionales y extranjeros presentan una heterogeneidad interna similar en el primer nivel de la cuenta de resultados (*proxy-1*), al descender por ella, aumenta la heterogeneidad interna y la diferencia de aleatoriedad entre ambos grupos; por el contrario, las Cajas de Ahorro y las Cajas Rurales son más dispares proporcionalmente en el primer nivel (*proxy-1*), y a medida que se desciende por su cuenta de resultados, tal divergencia prácticamente desaparece, siendo además el aumento de heterogeneidad interna con respecto a la banca mucho menor.

Por su parte, los valores obtenidos para el parámetro de autocorrelación pueden observarse en el Cuadro 11.

Según los resultados obtenidos del Cuadro 11 cabe concluir que el *rating* propuesto en la muestra estudiada, que mide la relación entre ingreso bruto y recursos computables en función del tipo de entidad y el método del indicador básico, se caracteriza por una fuerte autocorrelación, que incluso supone que los efectos aleatorios sean no significativos (modelos 6 y 7). Dicha autocorrelación es mayor en la banca que en las cajas, aunque a medida que se desciende por la cuenta de resultados de las entidades, la disparidad desaparece; únicamente, sería destacable la baja autocorrelación en las cajas para la *proxy-1*, llegando incluso para la *proxy-4* y modelo-7 a presentar parámetros no significativos estadísticamente. Por tanto, mientras que en la banca la autocorrelación es un factor clave para analizar su *rating*, en las cajas depende del nivel de la cuenta de resultados en que nos movamos, ya que puede ser más importante la heterogeneidad interna de los grupos (Cajas de Ahorro y Cajas Rurales). Todo esto resulta de vital importancia a la hora de conjugar información interna y externa para cuantificar el riesgo operacional de una entidad, cuando dicha información no proviene de entidades del mismo grupo, o cuando el grupo es muy heterogéneo.

**CUADRO 9**  
**TESTS DE RAZONES DE VEROSIMILITUD**

Ingreso Bruto-1			
Modelo de referencia n.º 7	Restricciones	Razones	<i>p-value</i>
Modelo-4 . . . . .	4	1.111.613	1.000
Modelo-5 . . . . .	4	141.657	0.993
Ingreso Bruto-2			
Modelo de referencia n.º 7	Restricciones	Razones	<i>p-value</i>
Modelo-3 . . . . .	7	366.400	10.000
Modelo-5 . . . . .	4	0.0000	0.0000
Modelo-6 . . . . .	6	394.800	10.000
Modelo de referencia n.º 6	Restricciones	Razones	<i>p-value</i>
Modelo-3 . . . . .	1	-28.400	0.9081
Modelo de referencia n.º 5	Restricciones	Razones	<i>p-value</i>
Modelo-3 . . . . .	3	366.400	10.000
Ingreso Bruto-3			
Modelo de referencia n.º 7	Restricciones	Razones	<i>p-value</i>
Modelo-3 . . . . .	7	330.116	10.000
Modelo-5 . . . . .	4	0.9896	0.0886
Modelo-6 . . . . .	6	330.116	10.000
Modelo de referencia n.º 6	Restricciones	Razones	<i>p-value</i>
Modelo-3 . . . . .	1	0.0000	0.0000
Modelo de referencia n.º 5	Restricciones	Razones	<i>p-value</i>
Modelo-3 . . . . .	3	320.220	10.000
Ingreso Bruto-4			
Modelo de referencia n.º 7	Restricciones	Razones	<i>p-value</i>
Modelo-3 . . . . .	7	1.468.600	10.000
Modelo-5 . . . . .	4	0.4900	0.0255
Modelo-6 . . . . .	6	226.700	0.9991
Modelo de referencia n.º 6	Restricciones	Razones	<i>p-value</i>
Modelo-3 . . . . .	1	1.241.900	10.000
Modelo de referencia n.º 5	Restricciones	Razones	<i>p-value</i>
Modelo-3 . . . . .	3	1.463.700	10.000

NOTAS: Las razones se estiman como  $-2(\ln L_R - \ln L_{NR})$ , donde  $L_R$  y  $L_{NR}$  representan el valor de la *log-verosimilitud* en el óptimo para el modelo restringido y no restringido, respectivamente. El *p-value* indica la probabilidad con la que se rechaza la hipótesis nula de que el modelo contrastado es mejor que el de referencia en cada caso, estimado sobre una distribución  $\chi^2_m$ , siendo  $m$  el número de restricciones.

**CUADRO 10**  
**SIGMAS DE EFECTOS ALEATORIOS**  
**( $\sigma_a$ )**

Modelo	Bancos Nacionales	<i>t-value</i>	Bancos Extranjeros	<i>t-value</i>	Cajas Ahorro	<i>t-value</i>	Cajas Rurales	<i>t-value</i>
Ingreso Bruto-1								
1	1		1		1		1	
2	20.798	146.182	20.798	146.182	20.798	146.182	20.798	146.182
3	1		1		1		1	
4	2.787	69.517	26.667	56.822	0.5633	49.433	0.9526	80.565
5	1		1		1		1	
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	16.675	64.249	17.832	5.848	0	0	0	0
Ingreso Bruto-2								
1	1		1		1		1	
2	21.201	130.178	21.201	130.178	21.201	130.178	21.201	130.178
3	1		1		1		1	
4	3.961	73.482	44.042	38.266	13.732	73.443	13.489	88.694
5	1		1		1		1	
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
Ingreso Bruto-3								
1	1		1		1		1	
2	2.282	123.944	2.282	123.944	2.282	123.944	2.282	123.944
3	1		1		1		1	
4	52.176	64.555	77.346	22.884	14.746	73.695	15.136	86.678
5	1		1		1		1	
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
Ingreso Bruto-4								
1	1		1		1		1	
2	2.176	139.527	2.176	139.527	2.176	139.527	2.176	139.527
3	1		1		1		1	
4	33.542	84.424	46.804	45.527	15.448	95.865	14.954	9.28
5	1		1		1		1	
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0

NOTAS: En los modelos 1, 3 y 5 no existen efectos aleatorios, sino que los residuos se comportan como una Normal(0,1). Por otro lado, en los modelos 2 y 6 el parámetro es el mismo para los 4 grupos de entidades. Además para garantizar que el valor de la varianza sea positivo se ha optimizado sobre el valor absoluto del parámetro.

**CUADRO 11**  
**PARÁMETROS DE AUTOCORRELACIÓN ( $\rho$ )**

Modelo	Bancos Nacionales	<i>t-value</i>	Bancos Extranjeros	<i>t-value</i>	Cajas Ahorro	<i>t-value</i>	Cajas Rurales	<i>t-value</i>
Ingreso Bruto-1								
1	0		0		0		0	
2	0		0		0		0	
3	0,9067	81.422	0,9067	81.422	0,9067	81.422	0,9067	81.422
4	0		0		0		0	
5	0,8637	52.079	0,8672	46.468	0,4392	33.282	0,6099	51.998
6	0,9052	80.823	0,9052	80.823	0,9052	80.823	0,9052	80.823
7	0,6612	27.471	0,6201	20.644	0,4448	33.534	0,6117	52.287
Ingreso Bruto-2								
1	0		0		0		0	
2	0		0		0		0	
3	0,9352	12.046	0,9352	12.046	0,9352	12.046	0,9352	12.046
4	0		0		0		0	
5	0,9778	43.492	0,9812	21.733	0,8713	43.183	0,8790	52.339
6	0,9314	36.837	0,9314	36.837	0,9314	36.837	0,9314	36.837
7	0,9778	43.533	0,9812	21.787	0,8713	43.183	0,8790	52.341
Ingreso Bruto-3								
1	0		0		0		0	
2	0		0		0		0	
3	0,9422	68.751	0,9422	68.751	0,9422	68.751	0,9422	68.751
4	0		0		0		0	
5	0,9865	27.157	0,9923	12.522	0,9015	40.749	0,8993	50.213
6	0,9422	68.746	0,9422	68.746	0,9422	68.746	0,9422	68.746
7	0,9730	24.866	0,9938	20.165	0,9093	52.610	0,9040	51.670
Ingreso Bruto-4								
1	0		0		0		0	
2	0		0		0		0	
3	0,9307	75.737	0,9307	75.737	0,9307	75.737	0,9307	75.737
4	0		0		0		0	
5	0,9700	21.364	0,9737	21.281	0,8949	41.663	0,8824	53.157
6	0,9278	79.342	0,9278	79.342	0,9278	79.342	0,9278	79.342
7	0,9716	242.146	0,9744	19.016	0,8943	0,4607	0,8827	0,5082

NOTAS: En los modelos 1, 2 y 4 no existe correlación temporal, de ahí el valor 0 del parámetro. El *t-value* que acompaña a  $\rho$  es la significación individual, estimada como cociente entre el parámetro estimado ( $\kappa$ ) y su error estándar. Donde:  $\rho = \frac{\kappa}{1+|\kappa|}$  para garantizar que  $\rho \in (-1,1)$ .

CUADRO 12

**BETAS PARA LAS DIFERENTES PROXY DEL INGRESO BRUTO Y EL CORRESPONDIENTE MODELO ÓPTIMO SELECCIONADO**

Proxy	Modelo	Beta-0 (t-value)	Oficinas_2 (t-value)	Cajeros_2 (t-value)	Cvista_2 (t-value)	Oficinas_1 (t-value)	Cajeros_1 (t-value)	Cvista_1 (t-value)	Tarjetas_1 (t-value)	Cplazo_1 (t-value)
1	7	1,1969 (13,4282)	2,017 (2,2649)		-0,0029 (-2,1895)	-1,7332 (-2,1506)		0,0028 (2,3846)		
2	5	2,2788 (11,1104)				3,3527 (2,485)			0,0013 (3,5292)	-0,0021 (-2,7170)
3	5	1,1624 (5,4906)				2,2324 (3,2502)				-0,0017 (-3,0187)
4	5	1,2245 (6,2317)		0,0085 (1,352)		1,225 (1,6463)	-0,0079 (-1,2257)		0,0005 (1,5988)	-0,0015 (-2,8257)

Por otro lado, en el Cuadro 12 presentamos los parámetros de los regresores que resultaron significativos para cada una de las cuatro aproximaciones del ingreso bruto y el correspondiente modelo seleccionado como óptimo<sup>16</sup>, según los resultados del Cuadro 9.

De los resultados que aparecen en el Cuadro 12 podemos concluir que las variables explicativas o regresores significativos varían en función de la variable proxy empleada, lo cual de partida pone de manifiesto la necesidad de acotar claramente el concepto y estimación del ingreso bruto. De esta manera:

— El modelo-1 para todas las aproximaciones resultan variables totalmente divergentes con el resto de modelos, por lo que de nuevo ponemos de manifiesto el reparo con el que deben analizarse estudios en sección cruzada de la relación capital regulatorio e ingreso bruto.

— Para la proxy-1 y el modelo-7, cabe destacar que las *Cuentas a la Vista* y el número de *Oficinas* son las

variables clave. De este modo y para la proxy-1, las cuentas a la vista es la variable que mejor explica el *rating* relativo al método del indicador básico, y la de oficinas la heterogeneidad entre los distintos grupos.

— En cuanto a la proxy-2 (modelo-5), reseñar que son las *Tarjetas* y con un solo retardo, la variable explicativa fundamental, aunque al permitir la variación del valor de los parámetros entre grupos, aparecen nuevamente las *Oficinas*, acompañadas en este caso por las *Cuentas a Plazo*, ambas con un solo retardo. Así pues, el número de tarjetas es la variable explicativa del *rating* de solvencia en términos del indicador básico, en función de la proxy-2, y la diferencia entre grupos de entidades, para esta aproximación, viene dada por el número de oficinas y el número de cuentas a plazo.

— Para la proxy-3 (modelo-5), indicar que tanto las *Cuentas a Plazo* con un primer retardo, como las *Tarjetas* en su segundo retardo, son las variables explicativas del grado de solvencia según [3.2] para esta aproximación. Destaca además, que no parece existir a este nivel de la cuenta de resultados de las entidades, una apreciable distinción entre grupos en alguna otra variable significativa, a diferencia de lo que ocurría con las proxies anteriores.

<sup>16</sup> Para el resto de modelos también se estimaron los regresores significativos, no se recogen en el artículo por motivos de espacio, pero los autores atenderán las solicitudes que puedan realizarles al respecto cualquier interesado.

— Por último, en cuanto a la *proxy-4* (modelo-5), concluir que para el último nivel de la cuenta de resultados de las entidades, son varias las variables explicativas, destacando los *Cajeros* en sus dos retardos, *Oficinas*, *Tarjetas* y *Cuentas a Plazo*, todas ellas en su primer retardo; por otro lado, no parece que ninguna variable muestre una clara distinción entre grupos.

Una vez seleccionados los modelos y estimados los regresores significativos para cada *proxy* (Cuadro 12), dado que el modelo no es lineal sino de probabilidad, no resulta directamente observable, a partir de la beta correspondiente, la influencia de cada regresor significativo, sobre el *rating* de las entidades. Para estudiar dicha relación es preciso recurrir a las derivadas de la función con respecto a cada variable explicativa, esto es:

$$\begin{cases} \frac{\partial Pr(Y_{i,t} = j)}{\partial X_k} = -\phi\left(\frac{X_{i,t}^T \beta}{\sigma_{u_{i,t}}}\right) \frac{\beta_k}{\sigma_{u_{i,t}}} & \text{si } j = 0 \\ \frac{\partial Pr(Y_{i,t} = j)}{\partial X_k} = \left[ \phi\left(\frac{h_{j-1}^{i,t} - X_{i,t}^T \beta}{\sigma_{u_{i,t}}}\right) - \phi\left(\frac{h_{j-1}^{i,t} - X_{i,t}^T \beta_k}{\sigma_{u_{i,t}}}\right) \right] \frac{\beta_k}{\sigma_{u_{i,t}}} & \text{si } j = 1, 2, \dots, J-1 \\ \frac{\partial Pr(Y_{i,t} = j)}{\partial X_k} = \phi\left(\frac{h_{j-1}^{i,t} - X_{i,t}^T \beta}{\sigma_{u_{i,t}}}\right) \frac{\beta_k}{\sigma_{u_{i,t}}} & \text{si } j = J \end{cases} \quad [3.22]$$

Donde  $\phi(\cdot)$  representa el valor de la función de densidad normal estándar<sup>17</sup> evaluada en el punto correspondiente. De la expresión [3.22] se deriva que para  $j=0$  y  $j=J$  el signo de la beta correspondiente coincidirá con el de la derivada, pero no tiene porqué ocurrir igual para el resto de umbrales intermedios. El vector  $X_{i,t}$  que aparece en la expresión [3.22] se tomaría como la media global para el conjunto de entidades en los modelos 1, 2 y 3, ya que los parámetros son iguales; mientras que para los modelos 4, 5, 6 y 7 sería una media por grupo de entidades. Los resultados obtenidos para los mode-

los seleccionados en cada aproximación del ingreso bruto<sup>18</sup> pueden observarse en los Cuadros 13 y 14.

Por lo que respecta a los resultados cuantitativos reseñar que la variable con mayor incidencia cuantitativa para todas las *proxys* es el número de oficinas, en concreto, un aumento de las oficinas conlleva empeoramiento de la solvencia y menor rendimiento (mayor probabilidad de empeoramiento del *rating*), siendo el efecto mayor sobre las cajas que sobre los bancos. Añadir que en el caso de la *proxy-1* del ingreso bruto, el número de cuentas a la vista también presenta una relevancia importante, aunque en este caso, se presenta un efecto contrario, es decir, un aumento de este tipo de cuentas hace que la probabilidad de mantenerse o mejorar de *rating* sea mayor. Finalmente indicar que mientras en la banca el mayor efecto de los regresores se concentra en los *rating-0* y *4*, en las cajas depende de la *proxy*, así para la primera se concentra en los *rating-0* y *1*, para la segunda sobre todo en el *rating-4* y en menor medida en los *rating-0*, *1* y *2*, y para la tercera y cuarta *proxy* lo hace igual que en la banca en los *rating-0* y *4*; ello es coherente con los resultados analizados en el Cuadro 6, en los que se comprobaba que al descender por la cuenta de resultados de las cajas su rentabilidad y solvencia (en términos del indicador empleado) se iban haciendo más similares a los de la banca.

#### 4. Conclusiones

El trabajo ha tratado de proponer una metodología econométrica basada en un modelo de causalidad, para estudiar la relación entre los ingresos brutos de una entidad y su capital regulatorio. En este plano teórico, la primera conclusión que podemos extraer es la ausencia de consenso acerca de la definición de riesgo operacional, lo que

<sup>17</sup> Ya que la varianza de  $u_{i,t}$  no es 1 en la mayoría de casos (modelos 2 a 7), es preciso tipificar para lograr una distribución normal estándar.

<sup>18</sup> El resto de derivadas están a disposición de los interesados mediante su solicitud por *e-mail* a los autores. No se han incluido en el trabajo como consecuencia del tamaño y volumen de datos que ello supondría, sin que probablemente añadiera una información de mayor valor que la recogida aquí.

CUADRO 13

## DERIVADAS RESPECTO DE LOS REGRESORES SIGNIFICATIVOS PARA EL MODELO ELEGIDO CON LA APROXIMACIÓN-1 Y 2 DE INGRESO BRUTO

Grupos	Rating	Proxy	Modelo	Oficinas_2	Oficinas_1	Cvista_2	Cvista_1	Proxy	Modelo	Oficinas_1	Tarjetas_1	Cplazo_1
Bancos Nacionales	0			-0,31781	0,00046	0,27309	-0,00044			-0,22711	-0,00009	0,00014
	1			0,06642	-0,00010	-0,05708	0,00009			-0,01905	-0,00001	0,00001
	2			0,06659	-0,00010	-0,05722	0,00009			-0,02463	-0,00001	0,00002
	3			0,07984	-0,00011	-0,06860	0,00011			-0,00918	0,00000	0,00001
	4			0,10496	-0,00015	-0,09020	0,00015			0,27996	0,00011	-0,00018
Bancos Extranjeros	0			-0,31555	0,00045	0,27115	-0,00044			-0,23104	-0,00009	0,00014
	1			0,06969	-0,00010	-0,05988	0,00010			-0,01236	0,00000	0,00001
	2			0,06322	-0,00009	-0,05433	0,00009			-0,01302	-0,00001	0,00001
	3			0,07663	-0,00011	-0,06585	0,00011			-0,00081	0,00000	0,00000
	4	Ingreso Bruto-1	7	0,10601	-0,00015	-0,09110	0,00015		Ingreso Bruto-2	5	0,25724	0,00010
Cajas Ahorro	0			-0,37243	0,00054	0,32003	-0,00052			-0,28658	-0,00011	0,00018
	1			0,19927	-0,00029	-0,17123	0,00028			-0,12681	-0,00005	0,00008
	2			0,11591	-0,00017	-0,09960	0,00016			-0,19660	-0,00008	0,00012
	3			0,04983	-0,00007	-0,04282	0,00007			-0,04151	-0,00002	0,00003
	4			0,00742	-0,00001	-0,00638	0,00001			0,65150	0,00025	-0,00041
Cajas Rurales	0			-0,40446	0,00058	0,34755	-0,00056			-0,33259	-0,00013	0,00021
	1			0,21421	-0,00031	-0,18407	0,00030			-0,12138	-0,00005	0,00008
	2			0,11248	-0,00016	-0,09665	0,00016			-0,16223	-0,00006	0,00010
	3			0,06264	-0,00009	-0,05382	0,00009			-0,00511	0,00000	0,00000
	4			0,01514	-0,00002	-0,01301	0,00002			0,62131	0,00024	-0,00039

sin duda supone que no existe tampoco una metodología de estimación generalmente aceptada. La disyuntiva que se le presenta a BIS es optar por acotar el concepto mediante la definición de los eventos que genera dicho riesgo, o bien operar sobre un concepto más general de riesgo de negocio, optando finalmente por la primera de las opciones, con el grave inconveniente de dejar fuera ciertos eventos como entre otros el riesgo de reputación.

Otra conclusión a destacar es la dificultad de realizar trabajos empíricos sobre el riesgo operacional, como consecuencia de la falta de información interna de las entidades, lo que condujo a tomar como referencia del nuestro el modelo del indicador básico y a trabajar con cuatro aproximaciones del concepto de ingreso bruto, descendiendo por la cuenta de resultados hasta llegar al resultado antes de impuestos. En nuestra opinión, la decisión de BIS-II de estimar el riesgo operacional en fun-

ción del ingreso bruto, en dos de sus métodos, no resuelve el problema de definición del concepto, sino que lo transfiere al ámbito contable.

En el plano empírico, el objetivo fue analizar la relación ingreso bruto-capital regulatorio, puesto que dichas variables son los factores clave en dos de los tres métodos propuestos por BIS-II para estimar el riesgo operacional, y de este modo poder conocer la situación de las entidades de crédito que operan en España.

Los resultados y conclusiones del trabajo, que pasamos a enumerar, pueden resultar de utilidad a las entidades, por cuanto la elección del método es libre, y conocer el consumo de capital mediante diferentes métodos, junto con sus correspondientes variables explicativas, puede ayudar a la toma de dicha decisión, ya que BIS-II una vez elegido un método complejo no permite su sustitución posterior por otro más básico.

CUADRO 14

DERIVADAS RESPECTO DE LOS REGRESORES SIGNIFICATIVOS PARA EL MODELO ELEGIDO CON LA APROXIMACIÓN -3 Y 4 DE INGRESO BRUTO

Grupos	Rating	Proxy	Modelo	Oficinas_1	Cplazo_1	Proxy	Modelo	Cajeros_2	Oficinas_1	Cajeros_1	Tarjetas_1	Cplazo_1
Bancos Nacionales	0			-0,14147	0,00011			-0,00077	-0,11129	0,00072	-0,00005	0,00014
	1			-0,00021	0,00000			0,00000	-0,00007	0,00000	0,00000	0,00000
	2			-0,00401	0,00000			-0,00005	-0,00736	0,00005	0,00000	0,00001
	3			0,00143	0,00000			0,00003	0,00424	-0,00003	0,00000	-0,00001
	4			0,14425	-0,00011			0,00079	0,11448	-0,00074	0,00005	-0,00014
Bancos Extranjeros	0			-0,10902	0,00008			-0,00074	-0,10673	0,00069	-0,00004	0,00013
	1			-0,00007	0,00000			0,00000	-0,00005	0,00000	0,00000	0,00000
	2			-0,00121	0,00000			-0,00003	-0,00456	0,00003	0,00000	0,00001
	3			0,00116	0,00000			0,00003	0,00499	-0,00003	0,00000	-0,00001
	4	Ingreso Bruto-3	7	0,10914	-0,00008	Ingreso Bruto-4	5	0,00074	0,10634	-0,00069	0,00004	-0,00013
Cajas Ahorro	0			-0,35264	0,00027			-0,00138	-0,19833	0,00128	-0,00008	0,00024
	1			-0,00231	0,00000			0,00000	-0,00028	0,00000	0,00000	0,00000
	2			-0,02833	0,00002			-0,00012	-0,01681	0,00011	-0,00001	0,00002
	3			0,06572	-0,00005			0,00033	0,04806	-0,00031	0,00002	-0,00006
	4			0,31756	-0,00024			0,00116	0,16735	-0,00108	0,00007	-0,00020
Cajas Rurales	0			-0,33744	0,00026			-0,00134	-0,19279	0,00124	-0,00008	0,00024
	1			-0,00285	0,00000			0,00000	-0,00039	0,00000	0,00000	0,00000
	2			-0,04919	0,00004			-0,00025	-0,03664	0,00024	-0,00001	0,00004
	3			0,04917	-0,00004			0,00029	0,04166	-0,00027	0,00002	-0,00005
	4			0,34032	-0,00026			0,00131	0,18816	-0,00121	0,00008	-0,00023

El estudio empírico ha consistido en aplicar los criterios de BIS-II relativos al método del indicador básico, confeccionando un *rating* respecto a dicho método teniendo en cuenta, al mismo tiempo, la tipología de cada entidad de la muestra, así como diferentes definiciones de ingreso bruto. A continuación se ha ajustado un modelo de variable latente (*ordered probit dinámico*) a dicho *rating*, estimándose mediante máxima verosimilitud simulada a través del simulador GHK.

Las principales conclusiones del estudio son las siguientes:

— La cifra de ingreso bruto como variable clave, junto al capital regulatorio, para los métodos básico y estándar, presentan claras divergencias de un tipo de entidad a otra, esto es, existe una clara diferenciación por tamaño; por otro lado, al ir descendiendo por la cuenta de re-

sultados de las entidades, y empleando por tanto las *proxys* de ingreso bruto 2, 3 y 4, comprobamos que entre ellas las variaciones son mínimas en proporción a la *proxy-1*; de hecho de la primera aproximación de ingreso bruto al resto, se produce un descenso de más del 50 por 100, lo que implica un menor consumo de recursos. Así pues, empleando la *proxy-1* como indicador de los ingresos brutos, el consumo de recursos propios computables dobla al del resto de *proxys*; por otro lado, comprobamos que el consumo medio de la muestra para todo el período de estudio se sitúa en un 4,13 por 100, es decir, aplicando el 15 por 100 sobre los ingresos medios, el consumo de recursos computables sería de 4,13 € por cada 100 € de recursos medios. Ahora bien, dicho consumo no es igual para todos los tipos de entidades, siendo menor para la banca nacional,

seguida de la extranjera, las Cajas de Ahorro y finalmente las Cajas Rurales, aunque en ningún caso dicho consumo alcanza el 6,25 por 100 del total de recursos computables, de modo que el método del indicador básico, además de su sencillez, podría ser interesante, al menos inicialmente, para alguna entidad.

— A partir del *rating* propuesto de solvencia (respecto al método del indicador básico) y rentabilidad (respecto al conjunto de entidades de una misma clase), podemos apreciar que la *proxy* elegida también influye en el *rating*; así la *proxy-1* presenta para el total de la muestra un 63,29 por 100 de entidades de *rating-1*, mientras que para el resto de aproximaciones del ingreso bruto el porcentaje mayor se sitúa en el peor *rating*, el 4. Distinguiendo por aproximación del ingreso bruto, comprobamos que la banca nacional es la más solvente y rentable (*rating-0*) para las dos primeras aproximaciones, en cambio para la tercera y la cuarta serían las Cajas de Ahorro, seguidas de cerca por las Cajas Rurales. Así pues, uniendo la conclusión anterior con estos resultados, podemos indicar que si la estimación del ingreso bruto legal se aproxima a nuestras *proxy-1* y 2, será la banca nacional la que mayores ahorros de recursos propios tenga bajo los métodos básico y estándar, pero si se acerca más a las *proxy-3* y 4 serán las Cajas de Ahorro y las Cajas Rurales las que lo obtendrán, por tanto:

- La estimación del ingreso bruto influye sustancialmente en la elección del método de estimación del riesgo operacional, pudiendo ser menos costoso en términos de recursos propios, técnicos y humanos, que los métodos avanzados.

- El ahorro anterior será mayor para la banca nacional que para las Cajas de Ahorro y las Cajas Rurales, siempre que los conceptos contables que intervengan en su cálculo se sitúen dentro del margen ordinario de las entidades; en cambio si exceden de éste, las cajas serían las beneficiadas.

— Por lo que respecta a los resultados del modelo *ordered probit* estimado cabe destacar lo siguiente:

- En lo relativo a los umbrales, que servirían como límites de catalogación al asignar los diferentes *rating*

propuestos, sobresalen dos hechos: por un lado, para el caso del modelo-1 (sección cruzada) y en todas las *proxy* de ingreso bruto, los umbrales son los menores y más próximos entre sí, lo cual supone que estudios que no consideren la evolución temporal de la relación entre ingreso bruto y recursos propios computables están infraestimando las diferencias existentes entre las entidades, señaladas con anterioridad. Por otro lado, reseñar la importante diferencia que existe para el resto de modelos (2 a 7) en función de la *proxy* de ingreso bruto empleada; así, para la primera aproximación las entidades no solventes (*rating 2, 3 y 4*) y solventes pero de escasa rentabilidad (*rating 1*) están próximas entre sí, pero muy alejadas de las entidades solventes y rentables (*rating 0*), en cambio al descender por la cuenta de resultados (*proxy 2, 3 y 4*) la agrupación cambia, acercándose las entidades solventes y no rentables (*rating 1*) a las solventes y rentables (*rating 0*), y al mismo tiempo ampliando la distancia respecto de las no solventes (*rating 2, 3 y 4*). Si unimos estos resultados a la conclusión anterior relativa al porcentaje de entidades de cada tipo que presenta *rating-0*, podemos concluir que:

— Cuanto más se aproxime el ingreso bruto normativo a la primera aproximación, mayores serán las distancias entre las entidades solventes y rentables respecto de las demás, esto es, menores serán sus consumos de recursos propios (por el método básico) que los del resto de entidades. Si a esto unimos que la banca nacional era la que mayor porcentaje de *rating-0* presentaba, podemos afirmar que para la *proxy-1* las cajas y la banca extranjera estarán en clara desigualdad frente a la banca nacional si optan por aplicar modelos basados en porcentajes del ingreso bruto (básico y estándar), debiendo buscar entonces métodos avanzados que les permitan disminuir la distancia frente a la banca nacional.

— Ahora bien, si la estimación legal del ingreso bruto se aproxima al resto de *proxys* propuestas (2, 3 y 4), entonces, la diferencia en los consumos de capital entre los distintos tipos de entidades disminuye siempre que la entidad tenga un tamaño (capital regulatorio) superior

al porcentaje de ingreso bruto exigido (15 por 100), pudiendo en dicho caso resultar interesante, con independencia del tipo de entidad, aplicar los métodos básico y estándar; por el contrario, si no alcanza el coeficiente exigido es recomendable aplicar métodos avanzados, ya que la brecha mostrada por los umbrales es considerable. Finalmente, y para las *proxys*-3 y 4, recordemos que son las Cajas de Ahorro las más beneficiadas, ya que eran las que presentaban mayor porcentaje de entidades con *rating*-0.

- En cuanto al mejor modelo para cada *proxy*, en primer lugar destacar que nuevamente, al igual que en el caso de los umbrales, se produce una clara diferencia entre la *proxy*-1 y el resto. Mientras que para esta primera aproximación el mejor modelo es el tipo-7, con autorregresividad y heterogeneidad dentro de cada grupo, para el resto es el tipo-5, donde únicamente aparece la autorregresividad. En segundo lugar, indicar que en cualquier caso los modelos seleccionados distinguen por tipo de entidad, es decir, modelos o estudios que traten por igual la información proveniente de distintos tipos de entidades de crédito; nuevamente cometen un error en el tratamiento de la información, más grave aún si como propone BIS-II, se mezcla información externa e interna en la estimación, sin considerar esta clara diferenciación por tipología de entidad; a ello hay que añadir, que si la variable de ingreso bruto con la que se trabaja es la *proxy*-1, el problema se agrava aún más, ya que el modelo seleccionado recoge también heterogeneidad dentro de los diferentes grupos, destacando el caso de las Cajas de Ahorro con una desviación de 5,85 (en cambio, para las Cajas Rurales parece una opción correcta ya que la desviación fue nula); así pues, es recomendable cierta precaución en la mezcla de información proveniente de distintas entidades para estimar el riesgo operacional, por cuanto sus resultados son muy diferentes. Así pues, y en resumen, dentro de la banca el hecho fundamental para explicar el comportamiento del ingreso bruto frente al capital y al resto de entidades del mismo grupo, es la autocorrelación (aunque existe una cierta heterogeneidad en la *proxy*-1), para las Cajas

Rurales la autocorrelación también es el factor clave, en cambio para las Cajas de Ahorro es la heterogeneidad existente dentro del grupo; todo ello parece mostrar que dentro de las Cajas Rurales el comportamiento del grupo es muy estable sin aparentes diferencias; para la banca el efecto que predomina es también la estabilidad pero con cierta heterogeneidad interna al grupo, debida a las diferencias de tamaño entre las entidades; en cambio, en las Cajas de Ahorro la heterogeneidad es el factor básico y característico, como consecuencia del tamaño de estas entidades, que hace que algunas sean más similares a un gran banco, mientras que otras concentran su actividad en regiones concretas.

- Respecto a los regresores que mejor explican la relación ingreso bruto y capital, para los modelos seleccionados como óptimos para cada *proxy*, cabe destacar que en todos los casos el número de oficinas es la variable que mayor peso tiene en esta relación, aunque para la *proxy*-1 el número de cuentas a la vista también es significativa. Si nos fijamos en las derivadas con respecto a dichos regresores, como medida real del efecto de cada uno sobre nuestro modelo no lineal, es apreciable que las oficinas son la variable de mayor influencia en todos los casos, además su efecto es negativo (salvo para el peor *rating* lógicamente), es decir, aumentos en el número de oficinas conllevan empeoramientos en el *rating* de solvencia y sobre todo de rentabilidad de las entidades. En cuanto al número de cuentas (a la vista y a plazo), su efecto es menor y positivo.

## Referencias bibliográficas

- [1] ACKERBER, D. A. (1999): «A Smooth Simulated Moment Estimator for Discrete Choice Panel Data with Arbitrary Error Structure», *Working Paper*, Department of Economics, Boston University.
- [2] ALEXANDER, C. (2000): «Bayesian Methods for Measuring Operational Risks», *Derivatives, Use Trading y Regulation*, volumen 6, número 2, 166-186.
- [3] ARELLANO, M. y BOVER, O. (1997): «Estimating Dynamic Limited Dependent Variables Model from Panel Data», *Investigaciones Económicas*, volumen XXI(2): 141-165.

- [4] BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION (2003): *The New Basel Capital Accord*, Bank for International Settlements, Basilea.
- [5] BAUD, N.; FRACHOT, A. y RONCALLI, T. (2002): *Internal Data, External Data y Consortium for Operational Risk Measurement: How to Pool Data Properly?*, Groupe de Recherche Opérationnelle, Crédit Lyonnais, Paris.
- [6] BÖRSCH-SUPAN, A.; HAJIVASSILIOU, V. A.; KOTLIKOFF, L. J. y MORRIS, J. N. (1990): «Health, Children y Elderly Living Arrangements: A Multiperiod-multinomial Probit Model with Unobserved Heterogeneity y Autocorrelated Errors», *NBER Working Paper Series 3343*, National Bureau of Economic Research.
- [7] BÖRSCH-SUPAN, A. y HAJIVASSILIOU, V. A. (1993): «Smooth Unbiased Multivariate Probability Simulators Likelihood Estimation of Limited Dependent Variable Models», *Journal of Econometrics*, volumen 58: 347-368.
- [8] CHEUNG, S. (1996): «Provincial Credit Ratings in Canada: An Ordered Probit Analysis», *Working Paper 96-6*, Financial Markets Department of Bank of Canada.
- [9] CHIB, S. y GREENBER, E. (1996): «Bayesian Analysis of Multivariate Probit Models», *Working Paper*, Washington University.
- [10] CRUZ, M. G. (2002): *Modeling Measuring y Hedging Operational Risk*, Jonh Wiley y Sons, West Sussex.
- [11] DOORNIK, J. A. (1998): *Object-oriented Matrix Programming Using Ox 2.0*, Timberlake Consultants Press, Londres.
- [12] EBNÖTHER, S.; VANINI, P.; MCNEIL, A. y ATONLIZNEZ-FEHR, P. (2001): «Modelling Operational Risk», *Working paper*, ETH Zürich, Zürich.
- [13] EMBRECHTS, P.; KAUFMANN, R. y SAMORODNITSKY, G. (2002): *Ruin Theory Revisited: Stochastic Models for Operational Risk*, Working Paper, ETH Zürich, Zürich.
- [14] EMBRECHTS, P.; KLÜPPELBERG, C. y MIKOSCH, T. (1997): *Modelling Extremal Events for Insurance y Finance*, ed. Springer, Nueva York.
- [15] FLEMING, M. y MAE, F. (2002): «Techniques for Estimating Spatially Dependent Discrete Choice Models», *Working Paper of Department of Agricultural y Resource Economics*, University of Maryland.
- [16] FRACHOT, A.; GEORGES, P. y RONCALLI, T. (2001): «Loss Distribution Approach for Operational Risk», *Groupe de Recherche Opérationnelle*, Crédit Lyonnais, Paris.
- [17] FRACHOT, A. y RONCALLI, T. (2002): «Mixing Internal y External Data for Managing Operational Risk», *Groupe de Recherche Opérationnelle*, Crédit Lyonnais, Paris.
- [18] GEWEKE, J.; KEANE, M. y RUNKLE, D. (1994): «Alternative Computational Approaches to Inference in the Multinomial Probit Model», *Review of Economics y Statistics*, volumen 76: 609-632.
- [19] GOURIEROUX, C. y MONFORT, A. (1996): *Simulation Based Econometrics*, Oxford University Press.
- [20] GREEN, W. (2002): «Convenient Estimators for the Panel Probit Model: Further Results», *Working Paper of Department of Economics, Stern School of Business of New York University*.
- [21] HAJIVASSILIOU, V.; McFADDEN, D. L. y RUUD, P. (1996): «Simulation of Multivariate Normal Orthant Probabilities: Methods y Programs», *Journal of Econometrics*, volumen 72: 85-134.
- [22] HAUSMAN, J. A.; LO, A. W. y MACKINLAY, A. C. (1991): «An Ordered Probit Analysis of Transaction Stock Prices», *Working Paper NBER 3888*, National Bureau of Economic Research.
- [23] HAJIVASSILIOU, V. y RUUD, P. (1994): «Classical Estimation Methods for LDV Models Using Simulation», en R. ENGLE y D. McFADDEN (eds.): *Handbook of Econometrics*, North Holland, Amsterdam: 2.383-2.441.
- [24] HOFFMAN, D. (1998): «New Trends in Operational Risk Measurement y Management», en Arthur ANDERSEN (eds.): *Operational Risk and Financial Institutions*, Risk Books, Londres.
- [25] HONORÉ, B. (2002): «Non-linear Models with Panel Data», *Working Paper of Centre for Microdata CWP 13/02*, The Institute of Fiscal Studies, Department of Economics of Princeton University.
- [26] INKMANN, J. (1999): «Misspecified Heteroskedasticity in the Panel Probit Model: A Small Sample Comparison of GMM y SML Estimators», *Working Paper*, Department of Economics y Statistics, University of Konstanz.
- [27] KÜHN, R. y NEU, P. (2002): *Functional Correlation Approach to Operational Risk in Banking Organizations*, Universität Heidelberg. Heidelberg.
- [28] LEWIS, N. D. (2004): *Operational Risk. Applied Statistical Methods for Risk Management*, John Wiley y Sons, Hoboken.
- [29] McCONNELL, P. y BLACKER, K. (2000): «An Approach to Modelling Operational Risk in Banks», *Working Paper Series número 9926*, Henley Management College, Oxon.
- [30] McNEIL, A. y FREY, R. (1999): *Estimation of Tail-related Risk Measures for Heteroscedastic Financial Time Series: An Extreme Value Approach*, ETH Zürich.
- [31] MEDOVA, E. A. y KYRIACOU, M. N. (2001): «Extremes in Operational Risk Management», *Working Paper of Centre for Financial Research*, Judge Institute of Management, University of Cambridge, Cambridge.
- [32] MORI, T. y HARADA, E. (2001): «Internal Measurement Approach to Operational Risk Capital Charge. Financial y Payment System Office», *Working Paper*, Series número 01-2. Bank of Japan, Tokyo.
- [33] NYSTRÖM, K. y SKOGLUND, J. (2002): «Quantitative Operational Risk Management», *Sweden-bank, Group Financial Risk Control*, Estocolmo.

[34] PEZIER, J. (2002): «A Constructive Review of Basel's Proposals on Operational Risk», *ISMA Discussion Papers in Finance 2002-02*, International Securities Market Association (ISMA) Centre, The Business School for Financial Markets. University of Reading, Reading.

[35] POWOJOWSKI, M. R.; REYNOLDS, D. y TUENTER, H. J. H. (2002): «Dependent Events y Operational Risk», *Algo Research Quarterly*, volumen 5, número 2 (verano): 65-73.

[36] ROEHR, A. (2002): «Modelling Operational Losses», *Algo Research Quarterly*, volumen 5, número 2 (verano): 53-64.

[37] TRAIN, K. E. (2003): *Discrete Choice Methods with Simulation*, Cambridge University Press, Cambridge.

[38] WAELEBROECK, P. (2003): «Comparison of Simulate Maximum Likelihood y Bayesian MCMC in the Sequential Probit Model: A Monte Carlo Study», *Working Paper*, ECARES y FNRS, Université Libre of Bruxelles.

## ANEXO

## ESTIMACIÓN DEL MODELO POR MÁXIMA-VEROSIMILITUD SIMULADA

La aplicación del simulador GHK a la estimación del modelo propuesto comienza realizando una descomposición de Cholesky de la matriz  $\Omega$ , tal que si  $C$  es una matriz triangular inferior con diagonal positiva resulta:

$$W = CGC^T \quad [5.1]$$

De este modo, el vector de perturbaciones aleatorias  $U$  en [3.8] puede expresarse como:

$$U = CG\varepsilon \quad \varepsilon: N(0,1) \quad [5.2]$$

Pero además, dado que la matriz  $\Omega$  es diagonal a bloques, entonces:

$$\begin{aligned} \Sigma_{i,i} &= C_i \cdot C_i^T \\ U_i &= C_i \cdot \varepsilon_i \quad \varepsilon_i \sim N(0,1) \end{aligned} \quad [5.3]$$

Con lo que:

$$\begin{pmatrix} c_{1,1}^i & 0 & 0 & \dots & 0 \\ c_{2,1}^i & c_{2,2}^i & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \dots & \vdots \\ c_{T,1}^i & c_{T,2}^i & c_{T,3}^i & \dots & c_{T,T}^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{i,1} \\ \varepsilon_{i,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{i,T} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{i,1} \\ u_{i,2} \\ \vdots \\ u_{i,T} \end{pmatrix} \quad [5.4]$$

Como  $C_i$  es triangular inferior, los elementos del vector de perturbaciones pueden obtenerse recursivamente para todos los individuos a partir de las variables aleatorias estandarizadas:

$$\begin{aligned} u_{i,1} &= c_{1,1}^i \varepsilon_{i,1} \\ u_{i,2} &= c_{2,1}^i \varepsilon_{i,1} + c_{2,2}^i \varepsilon_{i,2} \\ u_{i,3} &= c_{3,1}^i \varepsilon_{i,1} + c_{3,2}^i \varepsilon_{i,2} + c_{3,3}^i \varepsilon_{i,3} \\ &\vdots \\ u_{i,T} &= c_{T,1}^i \varepsilon_{i,1} + c_{T,2}^i \varepsilon_{i,2} + c_{T,3}^i \varepsilon_{i,3} + \dots + c_{T,T}^i \varepsilon_{i,T} \end{aligned} \quad [5.5]$$

De manera que la función de verosimilitud [3.9] puede expresarse como:

$$\begin{aligned} L(Y|\beta, h, \Omega) &= \Phi \left[ \left( \frac{h_{j-1}^{1,1} - X_{1,1}^T \beta}{c_{1,1}^1} \right) \leq u_{1,1} < \left( \frac{h_j^{1,1} - X_{1,1}^T \beta}{c_{1,1}^1} \right) \right] \\ &\Phi \left[ \left( \frac{h_{j-1}^{1,2} - X_{1,2}^T \beta}{c_{2,2}^1} \right) \leq u_{1,2} < \left( \frac{h_j^{1,2} - X_{1,2}^T \beta}{c_{2,2}^1} \right) \left| \left( \frac{h_{j-1}^{1,1} - X_{1,1}^T \beta}{c_{1,1}^1} \right) \leq u_{1,1} < \left( \frac{h_j^{1,1} - X_{1,1}^T \beta}{c_{1,1}^1} \right) \right] \\ &\Phi \left[ \left( \frac{h_{j-1}^{1,3} - X_{1,3}^T \beta}{c_{3,3}^1} \right) \leq u_{1,3} < \left( \frac{h_j^{1,3} - X_{1,3}^T \beta}{c_{3,3}^1} \right) \left| \left( \frac{h_{j-1}^{1,1} - X_{1,1}^T \beta}{c_{1,1}^1} \right) \leq u_{1,1} < \left( \frac{h_j^{1,1} - X_{1,1}^T \beta}{c_{1,1}^1} \right) \wedge \left( \frac{h_{j-1}^{1,2} - X_{1,2}^T \beta}{c_{2,2}^1} \right) \leq u_{1,2} < \left( \frac{h_j^{1,2} - X_{1,2}^T \beta}{c_{2,2}^1} \right) \right] \dots \end{aligned} \quad [5.6]$$

ANEXO (continuación)

ESTIMACIÓN DEL MODELO POR MÁXIMA-VEROSIMILITUD SIMULADA

A partir de aquí la verosimilitud puede evaluarse simulando las distribuciones truncadas y evaluando el producto de las integrales unidimensionales de la distribución normal, para lo cual deberán seguirse los siguientes pasos para cada individuo  $i$ :

1. Calcular:

$$\Phi \left[ \left( \frac{h_{j-1}^{i,1} - X_{i,1}^T \beta}{c_{i,1}^j} \right) \leq u_{i,1} < \left( \frac{h_j^{i,1} - X_{i,1}^T \beta}{c_{i,1}^j} \right) \right] \quad [5.7]$$

2. Simular un valor  $u_{i,1}^r$  a partir de la distribución normal truncada de  $u_{i,1}$ , para lo que basta con:

- Simular un valor  $\mu_{i,1}^r$  de una distribución uniforme [0,1].
- Estimar:

$$u_{i,1}^r = \Phi^{-1} \left\{ \mu_{i,1}^r \left[ \Phi \left( \frac{h_{j-1}^{i,1} - X_{i,1}^T \beta}{c_{i,1}^j} \right) - \Phi \left( \frac{h_j^{i,1} - X_{i,1}^T \beta}{c_{i,1}^j} \right) \right] + \Phi \left( \frac{h_{j-1}^{i,1} - X_{i,1}^T \beta}{c_{i,1}^j} \right) \right\} \quad [5.8]$$

3. Determinar:

$$\Phi \left[ \left( \frac{h_{j-1}^{i,2} - X_{i,2}^T \beta - c_{2,1}^i u_{i,1}}{c_{2,2}^i} \right) \leq u_{i,2} < \left( \frac{h_j^{i,2} - X_{i,2}^T \beta - c_{2,1}^i u_{i,1}}{c_{2,2}^i} \right) \middle| u_{i,1} = u_{i,1}^r \right] \quad [5.9]$$

4. Simular un valor  $u_{i,2}^r$  a partir de la distribución normal truncada de  $u_{i,2}$ , para lo que basta con repetir:

- Simular un valor  $\mu_{i,2}^r$  de una distribución uniforme [0,1].
- Estimar:

$$u_{i,2}^r = \Phi^{-1} \left\{ \mu_{i,2}^r \left[ \Phi \left( \frac{h_{j-1}^{i,2} - X_{i,2}^T \beta - c_{2,1}^i u_{i,1}^r}{c_{2,2}^i} \right) - \Phi \left( \frac{h_j^{i,2} - X_{i,2}^T \beta - c_{2,1}^i u_{i,1}^r}{c_{2,2}^i} \right) \right] + \Phi \left( \frac{h_{j-1}^{i,2} - X_{i,2}^T \beta - c_{2,1}^i u_{i,1}^r}{c_{2,2}^i} \right) \right\} \quad [5.10]$$

5. Calcular:

$$\Phi \left[ \left( \frac{h_{j-1}^{i,3} - X_{i,3}^T \beta - c_{3,1}^i u_{i,1} - c_{3,2}^i u_{i,2}}{c_{3,3}^i} \right) \leq u_{i,3} < \left( \frac{h_j^{i,3} - X_{i,3}^T \beta - c_{3,1}^i u_{i,1} - c_{3,2}^i u_{i,2}}{c_{3,3}^i} \right) \middle| u_{i,1} = u_{i,1}^r, u_{i,2} = u_{i,2}^r \right] \quad [5.11]$$

6. Repetir los pasos hasta completar las  $T \times N$  observaciones, de modo que el valor de la función de verosimilitud simulada sería:

$$\begin{aligned} L_i^r(\cdot) &= \Phi \left[ \left( \frac{h_{j-1}^{i,1} - X_{i,1}^T \beta}{c_{i,1}^j} \right) \leq u_{i,1} < \left( \frac{h_j^{i,1} - X_{i,1}^T \beta}{c_{i,1}^j} \right) \right] \cdot \\ &\Phi \left[ \left( \frac{h_{j-1}^{i,2} - X_{i,2}^T \beta - c_{2,1}^i u_{i,1}^r}{c_{2,2}^i} \right) \leq u_{i,2} < \left( \frac{h_j^{i,2} - X_{i,2}^T \beta - c_{2,1}^i u_{i,1}^r}{c_{2,2}^i} \right) \right] \cdot \\ &\Phi \left[ \left( \frac{h_{j-1}^{i,3} - X_{i,3}^T \beta - c_{3,1}^i u_{i,1}^r - c_{3,2}^i u_{i,2}^r}{c_{3,3}^i} \right) \leq u_{i,3} < \left( \frac{h_j^{i,3} - X_{i,3}^T \beta - c_{3,1}^i u_{i,1}^r - c_{3,2}^i u_{i,2}^r}{c_{3,3}^i} \right) \right] \end{aligned} \quad [5.12]$$

## ANEXO (continuación)

## ESTIMACIÓN DEL MODELO POR MÁXIMA-VEROSIMILITUD SIMULADA

7. Repetir R veces los pasos 1 a 6, con la función de verosimilitud simulada para un individuo sería:

$$L_i(\cdot) = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R L_i^r(\cdot) \quad [5.13]$$

De este modo, la función de log-verosimilitud para todos los individuos quedaría como:

$$LL(\beta, \Omega, h|Y) = \sum_{i=1}^N \ln L_i \quad [5.14]$$

La expresión [5.14] tendrá que ser maximizada con respecto al vector de parámetros ( $\beta$ ,  $h$  y los elementos de  $\Omega$ ). Para ello utilizaremos un método de optimización numérico habitual, BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shannon) (véase Train, 2003).

Una vez estimados los parámetros en el óptimo, podemos determinar la matriz de varianzas-covarianzas<sup>1</sup> de los mismos, invirtiendo el hessiano en el óptimo y multiplicándolo por  $-1$ . En la optimización podría ocurrir que en ciertos casos la matriz  $\Omega$  no fuera definida positiva, con lo que no podría aplicarse la descomposición de Cholesky, para evitarlo se ha recurrido a la técnica de descomposición espectral<sup>2</sup>. Finalmente, y a fin de asegurar que las covarianzas no superen, en valor absoluto, el producto de las desviaciones típicas, lo que supondría correlaciones superiores a 1, se ha añadido un término de penalización en la función de verosimilitud para estos posibles valores no válidos, de modo que si el algoritmo se detuviera en alguno de ellos, al sumarle dicha penalización<sup>3</sup>, saldría de este punto fácilmente pues dejaría de ser un máximo.

<sup>1</sup> Fijémonos que la raíz cuadrada de los elementos de la diagonal principal (varianzas) serán los errores estándar de la estimación de los parámetros.

<sup>2</sup> Este procedimiento permite obtener una matriz definida positiva similar a  $\Omega$ , de hecho en las pruebas realizadas, los elementos de la matriz resultante no han diferido respecto de la original en más de 0,02 en ningún caso.

<sup>3</sup> Este tipo de procedimientos de penalización en ocasiones conllevan problemas numéricos importantes, aunque en nuestro caso en ninguna de las iteraciones del algoritmo de optimización fue preciso el uso de dicha penalización, de modo que el resultado obtenido es independiente de la inclusión o no de dicha carga penalizadora.