Ana M.ª Abad*
Ángel Cuevas**
Enrique M. Quilis***

CUANTIFICACIÓN DEL CRECIMIENTO REAL Y DE LA INFLACIÓN MEDIANTE ÍNDICES ENCADENADOS

En este trabajo se presentan los sistemas de base fija y base móvil utilizados en las cuentas nacionales como métodos de estimación del crecimiento real y de la inflación en una economía agregada. Ambos sistemas son descritos mediante un ejemplo numérico detallado que permite apreciar tanto sus ventajas como sus limitaciones. En particular, se exponen los elementos esenciales de la metodología de índices encadenados asociados a una base móvil: falta de aditividad, valoración monetaria, cambio de referencia y el papel e interpretación de las aportaciones al crecimiento. Finalmente, se examina la relación de intercambio entre sencillez y precisión desde la perspectiva de su sensibilidad frente a variaciones en la estructura de precios relativos.

Palabras clave: *números índices, índices encadenados, crecimiento real, inflación, cuentas nacionales.*
Clasificación JEL: *C43, C82, O47, P44.*

1. Introducción

La cuantificación del crecimiento real y de la inflación constituye uno de los aspectos más relevantes de la macroeconomía aplicada. Sin una medición precisa de ambos fenómenos económicos, el diseño de la política económica, la comparación entre países o el análisis temporal de una economía agregada, por poner algunos ejemplos, son tareas extremadamente difíciles e inciertas.

Por todo ello, se han desarrollado sistemas cada vez más refinados y sofisticados de medición económica

---

* Instituto Nacional de Estadística.
** D.G. de Política Económica. Ministerio de Economía y Hacienda.
*** D.G. del Tesoro y Política Financiera. Ministerio de Economía y Hacienda.
Versión de noviembre de 2007.
Las opiniones presentadas en este trabajo corresponden a sus autores y no reflejan necesariamente ni las del Instituto Nacional de Estadística, ni las de la D.G. de Política Económica ni las de la D.G. del Tesoro y Política Financiera. Los autores agradecen las observaciones de los evaluadores así como las discusiones mantenidas con María Jesús Aguado, Pablo Burriel, Ana Carmena, Ángel Laborda y participantes en seminarios y reuniones celebrados en el Ministerio de Economía y Hacienda, Banco de España, Instituto Nacional de Estadística, Eurostat, FUNCAS y BBVA.

cuyo objetivo principal es proporcionar una estimación fiable y precisa de los componentes de volumen y de precios del crecimiento de una economía agregada.

La valoración de los agregados macroeconómicos a los precios corrientes registrados en los mercados tiene como principal inconveniente la imposibilidad de aislar las variaciones atribuibles a modificaciones en las cantidades intercambiadas de las que obedecen a modificaciones en los precios. Identificar adecuadamente el componente real de estos cambios requiere diseñar un procedimiento que mantenga constantes los precios a los que se realizan las valoraciones. Como se verá en el texto, dicho procedimiento no es único. La selección de uno u otro depende de diversas consideraciones, tanto conceptuales como empíricas.

El primer procedimiento para separar los cambios debidos a las cantidades de los asociados con los precios consiste en valorar los intercambios a los precios de un año fijo en lugar de a los precios del año corriente.

Las principales virtudes de este sistema radican en su similitud con la valoración a precios corrientes y en la aditividad de los componentes. El principal inconveniente es la pérdida de relevancia de la estructura de dicho año. De esta manera, si la composición inicial resulta obsoleta, la medición del crecimiento deja de ser relevante y fiable. Este proceso de pérdida de relevancia es tanto más acusado cuanto más acentuada es la variación en la composición interna del agregado, generalmente debido a modificaciones en la estructura de los precios relativos de los productos básicos que lo forman.

Si el problema de la valoración a precios constantes radica en la pérdida de representatividad de la composición de productos del año base, la solución inmediata consiste en renovar, con la máxima frecuencia posible, las ponderaciones que intervienen en el cálculo de las valoraciones a precios constantes. De esta forma, valorando cada año las cantidades intercambiadas a los precios del año anterior se soslaya el problema de la pérdida de representatividad de la valoración y se obtiene una base móvil.

La valoración a precios del año anterior no permite realizar comparaciones directas entre los distintos períodos ya que sólo se relacionan los años por pares: el segundo respecto al primero, el tercero respecto al segundo y así sucesivamente. La utilización de índices encadenados resuelve este problema, permitiendo el análisis temporal de los agregados de base móvil.

El problema que plantean dichos índices es la ausencia de aditividad. Este hecho se debe a la naturaleza multiplicativa de los mismos. Este inconveniente se puede soslayar, de manera bastante satisfactoria, mediante el uso de las aportaciones al crecimiento, que sí son aditivas.

El uso de los índices de volumen encadenados y sus correspondientes deflactores implícitos se ha ido extendiendo, de forma que en la actualidad son utilizados por la mayoría de los países desarrollados, tanto en lo que concierne a las estimaciones estructurales (de frecuencia anual) como coyunturales (de frecuencia trimestral o mensual). Referencias teóricas generales se encuentran en Diewert (1996, 2004) y ONU (1993). La aplicación en el marco de la Contabilidad Nacional se describe en Eurostat (1996, 2001) y, para el caso de España, en INE (2005a, 2005b). Las implicaciones para la modelización econométrica son analizadas en Whelan (2000), Landefeld *et al.* (2003) y Knudsen y Sethi (2004), entre otros.

En este trabajo se realiza una exposición completa de este sistema de medida, articulada en torno a un ejemplo numérico detallado que sirve de hilo conductor y permite seguir los desarrollos formales de manera exacta, de forma que la conexión entre las expresiones propias de los números índices y la medición macroeconómica es inmediata.

La exposición se centra en el caso anual, ya que el trimestral plantea ciertas características especiales que requieren una exposición específica. La aplicación mecánica del sistema de encadenamiento anual a datos trimestrales genera una serie de graves problemas. Algunos tienen su origen en el fenómeno de la deriva (*drift*). En particular, la presencia de estacionalidad da lugar a una situación en que, siendo iguales precios y cantidades en el primer y cuarto trimestres, se obtenga un índice encadenado para el cuarto distinto del que se obtiene para el primero. Esta deformación sistemática del patrón cuantitativo real se debe a la acumulación de distorsiones asociadas a la no invertibilidad de los índices encadenados.

Adicionalmente, el uso de diferentes pesos en cada trimestre impide agregar los períodos del mismo año y compararlos con su contrapartida anual. Esta falta de consistencia temporal entre índices formalmente idénticos pero aplicados a datos de frecuencia distinta es muy inconveniente para su utilización en casos reales.

La solución consiste en introducir en los índices de volumen encadenados trimestrales una referencia anual que, desde la perspectiva del análisis de series temporales, guarda ciertas semejanzas con la desestacionalización. Los dos procedimientos recomendados por los organismos internacionales (FMI, Eurostat) son el de solapamiento anual (*annual overlap*) y el de solapamiento en un trimestre (*one-quarter overlap*). El primero consiste en tomar los precios para un determinado bien o subagregado del conjunto del año anterior mientras que el segundo considera los precios del cuarto trimestre del año anterior.

Todos estos problemas técnicos hacen que la exposición del caso trimestral junto con el anual resulte muy extensa, por lo que sólo se aborda el último caso.

La estructura del trabajo es la siguiente. En el segundo apartado se expone la medición en volumen, tomando la valoración a precios corrientes como punto de partida. Se exponen diversas características críticas del sistema de índices encadenados: falta de aditividad, valoración monetaria, cambio de referencia y el papel e interpretación de las aportaciones al crecimiento. Asimismo, se realiza una comparación entre este sistema y el de los precios constantes. El tercer apartado presenta la medición de la tasa de inflación a través de los correspondientes deflactores implícitos. El trabajo concluye con un apartado de conclusiones.

CUADRO 1

NIVELES INICIALES A PRECIOS CORRIENTES

Producto	Valor v(0)
A.	580
B.	290
C.	435
D.	150
Total	**1.455**

FUENTE: Elaboración propia a partir de las Cuentas Nacionales de España.

2. Medición del crecimiento real: índices de volumen

A lo largo de este apartado se utilizará un ejemplo numérico sencillo[1] para ilustrar los distintos conceptos presentados en el texto. A pesar de su simplicidad, el ejemplo reproduce la operativa habitual de estimación de los sistemas de cuentas nacionales, en los que una estructura inicial, asentada en una estimación estructural, es proyectada hacia el futuro mediante un conjunto de índices de crecimiento.

En el Cuadro 1 se presentan los datos de partida, consistentes en las valoraciones a precios corrientes de cuatro productos[2] en un año inicial $T = 0$:

Los cuatro productos elementales representados experimentan unos crecimientos interanuales, tanto en su volumen como en su precio, según los datos que se ofrecen en el Cuadro 2.

A partir de estos productos elementales se considerarán dos agregados intermedios, X e Y, formados según: $X = a + b$, $Y = c + d$. El agregado total se formará bien de manera directa según: $Z = a + b + c + d$, o bien mediante

[1] Los datos del ejemplo están disponibles solicitándolos a los autores.

[2] Se entenderá que un producto puede ser un bien o un servicio, indistintamente.

CUADRO 2

CRECIMIENTO EN VOLUMEN Y EN PRECIOS

Producto	Índice interanual de precios			Índice interanual de cantidad		
	Año			Año		
	0	1	2	0	1	2
a	100,00	103,49	104,21	100,00	104,12	105,18
b	100,00	105,54	105,78	100,00	101,29	102,16
c	100,00	101,16	102,78	100,00	103,40	104,13
d	100,00	96,72	97,16	100,00	110,24	112,32

FUENTE: Elaboración propia a partir de las Cuentas Nacionales de España.

los agregados intermedios: $W = X + Y$. Como se expondrá más adelante, dependiendo del método de valoración de las operaciones, Z será igual a W o no.

Valoración a precios corrientes

El punto de partida de todos los sistemas de contabilidad, tanto a nivel microeconómico (por ejemplo, contabilidad de empresa) como macroeconómico (por ejemplo, presupuestos generales, cuentas nacionales) es la valoración de las operaciones que se desean registrar a los precios a los que han tenido lugar efectivamente dichas operaciones, y se denomina «a precios corrientes».

Esta valoración no sólo es la más inmediata para los agentes económicos, sino que es sobre la que se definen de forma natural sus restricciones presupuestarias y las correspondientes capacidades o necesidades de financiación.

El crecimiento a precios corrientes o nominal del producto i-ésimo en el año T es el resultado de multiplicar los correspondientes índices de cantidad y precios, obteniéndose el índice de valor[3]:

$$iv_{i,T} = ip_{i,T} \times iq_{i,T} \quad [1]$$

El nivel a precios corrientes se obtiene de forma recursiva aplicando a la valoración a precios corrientes del año anterior el índice de crecimiento nominal correspondiente:

$$v_{i,T} = v_{i,T-1} \times iv_{i,T} \quad [2]$$

La construcción del agregado I se realiza sumando los valores nominales de los productos $i \in I$ que lo integran:

$$V_{I,T} = \sum_{i \in I} v_{i,T} \quad [3]$$

A partir de los datos de los Cuadros 1 y 2, asumiendo $iv_{i,0} = 100$ para todos los productos y aplicando las expresiones [1] y [2] se obtienen los siguientes resultados recogidos en el Cuadro 3, tanto para los productos elementales (a, b, c, d) como para los agregados intermedios (X, Y) y finales (Z, W).

Como pone de relieve el Cuadro 3, la valoración a precios corrientes es aditiva, ya que verifica $Z = W$, esto es, la suma de los agregados intermedios equivale al agregado final obtenido de manera directa.

[3] Con el fin de simplificar la notación, las operaciones con índices se asumen adoptando 100 como unidad.

CUADRO 3

VALORACIÓN A PRECIOS CORRIENTES*

Producto	Índice interanual de valor			Nivel			Índice interanual de valor		
	Año			Año			Año		
	0	1	2	0	1	2	0	1	2
a	100,00	107,75	109,61	580,00	624,97	685,02			
b	100,00	106,90	108,06	290,00	310,01	335,02			
c	100,00	104,60	107,02	435,00	455,01	486,97			
d	100,00	106,62	109,13	150,00	159,94	174,54			
Z=a+b+c+d. . . .				**1.455,00**	**1.549,93**	**1.681,55**	**100,00**	**106,52**	**108,49**
X=a+b				870,00	934,99	1.020,04	100,00	107,47	109,10
Y=c+d				585,00	614,94	661,51	100,00	105,12	107,57
W=X+Y.				**1.455,00**	**1.549,93**	**1.681,55**			
δ = Z-W				0,00	0,00	0,00			

NOTA: Todos los cálculos realizados en este trabajo se han llevado a cabo considerando las cifras con su máxima precisión numérica, por lo que pueden diferir ligeramente de los mostrados en los cuadros, redondeados a dos decimales para facilitar su presentación.
FUENTE: Elaboración propia.

Por otra parte, la evolución resultante es la consecuencia de combinar variaciones en las cantidades intercambiadas con modificaciones en los precios a los que se han efectuado las transacciones. De esta manera, una misma trayectoria nominal se puede corresponder con múltiples evoluciones de los precios y de las cantidades, lo que da como resultado que la medición nominal sea poco informativa respecto al patrón de crecimiento real. Por este motivo, hay que diseñar sistemas alternativos de valoración que permitan aislar de forma efectiva los cambios puramente nominales de los reales.

Valoración a precios constantes

La primera forma de aislar las variaciones debidas a las cantidades de las relacionadas con los precios consiste en valorar las transacciones a los precios de un año fijo en lugar de a los precios del año corriente. De esta forma, en cada uno de los años T se valoran las cantidades de cada uno de los productos $q_{i,T}$ según un patrón fijo: los precios del año inicial[4] $p_{i,0}$. Así, el valor del producto i en el año T a tenor de los precios del año 0 es:

$$v_{i,T/0} = p_{i,0} \times q_{i,T} \qquad [4]$$

Asumiendo $q_{i,0/0} = 1$, se puede demostrar que [4] equivale a:

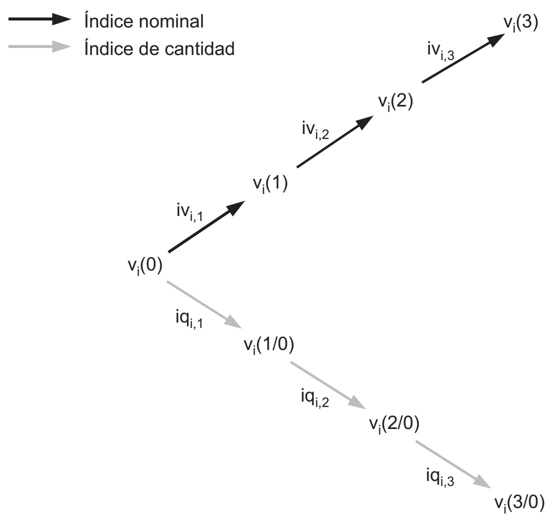
$$v_{i,T/0} = v_{i,T-1/0} \times iq_{i,T} \qquad [5]$$

De esta manera, para cada producto, la aplicación de los índices interanuales de crecimiento de cantidad aisladamente según [5], o conjuntamente con los de precios según [2], da lugar a dos trayectorias que pueden ser sintetizadas mediante el diagrama de la Figura 1.

[4] Los precios que se mantienen fijos en una valoración a precios constantes no tienen por qué ser los del primer año. Esta hipótesis se realiza sólo con fines expositivos.

FIGURA 1

VALORACIÓN A PRECIOS CORRIENTES Y A PRECIOS CONSTANTES DEL AÑO CERO



FUENTE: Elaboración propia.

Al igual que ocurría con la valoración a precios corrientes, la construcción del agregado I se realiza sumando los valores a precios constantes de los productos $i \in I$ que lo integran:

$$V_{I,T/0} = \sum_{i \in I} v_{i,T/0} \qquad [6]$$

Nuevamente, a partir de los datos de los Cuadros 1 y 2, asumiendo $iq_{i,0/0} = 100$ para todos los productos y aplicando la expresión [5] se obtienen los resultados recogidos en el Cuadro 4, tanto para los productos elementales (*a, b, c, d*) como para los agregados intermedios (*X, Y*) y finales (*Z, W*).

Como se aprecia en el Cuadro 4, la valoración a precios constantes también es aditiva, de modo que la suma de los agregados intermedios coincide con el agregado directo.

Las principales ventajas de este sistema de valoración radican en su semejanza con la valoración a precios corrientes y, en especial, en la aditividad de los componentes, de forma que la estructura de agregación no condiciona los resultados.

Otra ventaja es que la valoración que genera está claramente determinada, ya que es la que se realiza a los precios del año base, patrón de medida que se mantiene constante en el tiempo.

El principal inconveniente de la valoración a precios constantes de un año base es la pérdida de relevancia de la estructura de dicho año. Para comprender este problema hay que expresar el agregado a precios constantes como un número índice:

$$\begin{aligned} IQ_{I,T/0} &= \frac{V_{I,T/0}}{V_{I,0}} = \frac{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,T}}{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,0}} = \\ &= \frac{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,0} \frac{q_{i,T}}{q_{i,0}}}{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,0}} = \frac{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,0} \frac{q_{i,T}}{q_{i,0}}}{V_{I,0}} = \\ &= \sum_{i \in I} \frac{p_{i,0} q_{i,0}}{V_{I,0}} iq_{i,T/0} = \sum_{i \in I} w_{i,0}\, iq_{i,T/0} = \\ &= \sum_{i \in I} (w_{i,0} \prod_{S=1}^{T} iq_{i,S/S-1}) \end{aligned} \qquad [7]$$

De esta manera, se aprecia cómo el índice agregado (de tipo Laspeyres) es una media ponderada de los índices de crecimiento elementales, actuando los pesos del valor de cada producto en la cesta del año base como ponderaciones. Por lo tanto, si la composición inicial va quedando obsoleta, la medición del crecimiento asociada, calculada según [7], deja de ser representativa. Este fenómeno de pérdida de relevancia es tanto mayor cuanto más intensa es la variación en la composición interna del agregado, lo que suele ser el resultado de cambios en la estructura de los precios relativos de los productos elementales que lo forman.

Otro inconveniente de este sistema de valoración se debe a que no tiene en cuenta los procesos de desaparición de productos y aparición de otros nuevos, bien

CUADRO 4

VALORACIÓN A PRECIOS CONSTANTES DEL AÑO 0

Producto	Índice interanual de cantidad			Nivel			Índice interanual de cantidad		
	Año			Año			Año		
	0	1	2	0	1	2	0	1	2
a.	100,00	104,12	105,18	580,00	603,90	635,18			
b.	100,00	101,29	102,16	290,00	293,74	300,09			
c.	100,00	103,40	104,13	435,00	449,79	468,37			
d.	100,00	110,24	112,32	150,00	165,36	185,73			
Z=a+b+c+d .				**1.455,00**	**1.512,79**	**1.589,36**	**100,00**	**103,97**	**105,06**
X=a+b.				870,00	897,64	935,26	100,00	103,18	104,19
Y=c+d.				585,00	615,15	654,10	100,00	105,15	106,33
W=X+Y				**1.455,00**	**1.512,79**	**1.589,36**			
δ = Z-W. . . .				0,00	0,00	0,00			

FUENTE: Elaboración propia.

como elementos totalmente nuevos, bien como variantes de calidad distinta (frecuentemente superior) de otros ya existentes. Como pone de relieve la expresión [7], sólo se tienen en cuenta los productos que existen en el año 0.

Ambos problemas dan como resultado que la estructura de ponderaciones asociada a la base fija pierda relevancia. Naturalmente, la cuantía de la misma debe ser determinada de forma empírica, no estando asociada de manera mecánica al transcurso del tiempo.

Valoración a precios del año anterior: índices eslabón

Si el problema de la valoración a precios constantes de un año base es la pérdida de relevancia de la composición por productos de dicho año, la solución inmediata consiste en actualizar, con la máxima frecuencia posible, las ponderaciones que intervienen en el cálculo de las valoraciones a precios constantes. De esta forma, valorando las cantidades intercambiadas en el año *T* a los precios del año *T–1* se evita el problema de la pérdida de representatividad de la valoración. La expresión correspondiente es ahora:

$$v_{i,T/T-1} = p_{i,T-1} \times q_{i,T} \qquad [8]$$

Esta expresión conduce a un sistema de base móvil. En efecto, a partir de ella se obtiene:

$$v_{i,T/T-1} = (p_{i,T-1} \times q_{i,T-1}) \times \frac{q_{i,T}}{q_{i,T-1}} = v_{i,T-1} \times iq_{i,T} \qquad [9]$$

De nuevo, a partir de los datos de los Cuadros 1 y 2, asumiendo $iq_{i,0/0} = 100$ y que $v_{i,0} = v_{i,-1}$ para todos los productos, la aplicación de la expresión [9] conduce a los resultados recogidos en el Cuadro 5.

Como se aprecia en este cuadro, la valoración a precios del año anterior, al igual que la realizada a precios constantes de un año base o a precios corrientes, también es aditiva.

Por otra parte, la valoración a precios del año precedente equivale a proyectar, mediante los índices de crecimiento de las cantidades, las valoraciones a precios

CUADRO 5

VALORACIÓN A PRECIOS CONSTANTES DEL AÑO ANTERIOR

Producto	Índice interanual de cantidad			Nivel corriente			Nivel a precios año anterior		
	Año			Año			Año		
	0	1	2	0	1	2	0	1	2
a.	100,00	104,12	105,18	580,00	624,97	685,02	580,00	603,90	657,35
b.	100,00	101,29	102,16	290,00	310,01	335,02	290,00	293,74	316,71
c.	100,00	103,40	104,13	435,00	455,01	486,97	435,00	449,79	473,80
d.	100,00	110,24	112,32	150,00	159,94	174,54	150,00	165,36	179,64
Z=a+b+c+d .				**1.455,00**	**1.549,93**	**1.681,55**	**1.455,00**	**1.512,79**	**1.627,50**
X=a+b.				870,00	934,99	1.020,04	870,00	897,64	974,06
Y=c+d				585,00	614,94	661,51	585,00	615,15	653,44
W=X+Y				**1.455,00**	**1.549,93**	**1.681,55**	**1.455,00**	**1.512,79**	**1.627,50**
δ = Z-W. . . .				0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

FUENTE: Elaboración propia.

corrientes, dando lugar a una revisión continua de la base de cálculo, como se aprecia en el diagrama de la Figura 2.

La valoración a precios constantes del año anterior utiliza los mismos índices de crecimiento cuántico que la que se realiza a precios constantes del año 0 para los productos elementales, pero aplicándola sobre los valores corrientes del año precedente, de manera que, al formar los agregados, da lugar a una estructura de base móvil. Formalmente:

$$IQ_{I,1/0} = \frac{\sum_{i\in I} v_i(1/0)}{\sum_{i\in I} v_i(1)}; \quad IQ_{I,2/1} = \frac{\sum_{i\in I} v_i(2/1)}{\sum_{i\in I} v_i(2)}; \quad IQ_{I,3/2} = \frac{\sum_{i\in I} v_i(3/2)}{\sum_{i\in I} v_i(3)};\ldots \qquad [10]$$

Generalizando la expresión anterior se obtiene:

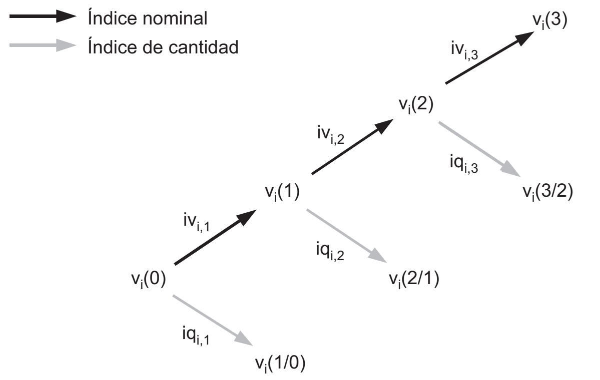
$$IQ_{I,T/T-1} = \frac{V_{I,T/T-1}}{V_{I,T-1}} = \frac{\sum_{i\in I} p_{i,T-1}q_{i,T}}{\sum_{i\in I} p_{i,T-1}q_{i,T-1}} = \frac{\sum_{i\in I} p_{i,T-1}q_{i,T-1}\frac{q_{i,T}}{q_{i,T-1}}}{\sum_{i\in I} p_{i,T-1}q_{i,T-1}} = \frac{\sum_{i\in I} p_{i,T-1}q_{i,T-1}\frac{q_{i,T}}{q_{i,T-1}}}{V_{I,T-1}} = \sum_{i\in I}\frac{p_{i,T-1}q_{i,T-1}}{V_{I,T-1}}iq_{i,T} = \sum_{i\in I} w_{i,T-1}\; iq_{i,T} \qquad [11]$$

De esta forma, la estructura de ponderaciones está permanentemente actualizada y da lugar a unos nuevos índices interanuales de cantidad que se denominan «eslabones». De la fórmula anterior, también se deduce que el eslabón interanual del agregado se puede interpretar como una suma ponderada de los eslabones interanuales de sus componentes, siendo las ponderaciones los pesos de los valores en corrientes de dichos componentes en el total nominal del año anterior.

Adicionalmente, como se aprecia en la Figura 2, la comparación directa entre las distintas valoraciones a precios del año precedente es imposible, ya que no

FIGURA 2

VALORACIÓN A PRECIOS CORRIENTES Y A PRECIOS CONSTANTES DEL AÑO ANTERIOR



FUENTE: Elaboración propia.

existe una conexión directa que las relacione. Los resultados correspondientes a este sistema de valoración se muestran en el Cuadro 6.

Se puede observar cómo, a partir del segundo año, el nuevo método de valoración conduce a unas tasas interanuales de volumen distintas a las que se obtenían con la valoración a precios constantes del año 0, tanto para los agregados intermedios como para el agregado final.

Valoración a precios del año anterior: índices de volumen encadenados

Como ya se ha señalado, la valoración a precios del año anterior no permite realizar comparaciones directas entre las distintas observaciones: los extremos $v_i(T/T{-}1)$ del grafo de la Figura 2 no se conectan de forma directa, sino a través de las valoraciones en corrientes $v_i(T)$ y $v_i(T{-}1)$. Con el fin de disponer de una medida que permita el análisis temporal de los agregados de base móvil derivados según [11], es preciso realizar una operación denominada «encadenamiento».

El proceso de encadenamiento parte de la hipótesis, denominada «circular», de que el crecimiento entre 0 y T es el resultado de componer multiplicativamente los crecimientos producidos entre todos los puntos intermedios que se hayan observado entre ellos:

$$CIQ_{I,T/0} = IQ_{I,1/0} \times IQ_{I,2/1} \times IQ_{I,3/2} \times \ldots \times IQ_{I,T/T-1} = \prod_{S=1}^{T} IQ_{I,S/S-1} \qquad [12]$$

En la expresión anterior, la referencia (el año que se toma como 100) es arbitrario y no representa de forma alguna una base. El sistema encadena índices cada uno con su propia base, luego el encadenado resultante es de base móvil.

La aplicación de [12] a los datos del ejemplo conduce a los resultados que se reflejan en el Cuadro 7.

El problema que plantean los índices encadenados es su falta de aditividad. Este hecho se debe a que el proceso de encadenamiento, al basarse en la aplicación de un producto, no es lineal y, en consecuencia, el orden en el que se realizan las operaciones de agregación [11] y encadenamiento [12] es relevante.

La forma más clara de ver la falta de aditividad es a partir de la «valoración monetaria» de los índices encadenados. Conviene insistir en que no es una valoración a precios constantes del año 0, sino una expresión de los índices encadenados en unidades monetarias según los valores monetarios del año 0 (de forma más precisa, es una medida de volumen expresada en su valor nominal en el año de referencia). La expresión correspondiente es:

$$MCIQ_{I,T/0} = V_{I,0} \times CIQ_{I,T/0} = V_{I,0} \times \prod_{S=1}^{T} IQ_{I,S/S-1} \qquad [13]$$

La aplicación de [13] a los datos del ejemplo da lugar a los resultados que se muestran en el Cuadro 8.

CUADRO 6

VALORACIÓN A PRECIOS CONSTANTES DEL AÑO ANTERIOR Y ESLABONES

Producto	Nivel corriente			Nivel a precios año anterior			Índice interanual de cantidad (eslabones)		
	Año			Año			Año		
	0	1	2	0	1	2	0	1	2
a	580,00	624,97	685,02	580,00	603,90	657,35	*100,00*	*104,12*	*105,18*
b	290,00	310,01	335,02	290,00	293,74	316,71	*100,00*	*101,29*	*102,16*
c.	435,00	455,01	486,97	435,00	449,79	473,80	*100,00*	*103,40*	*104,13*
d	150,00	159,94	174,54	150,00	165,36	179,64	*100,00*	*110,24*	*112,32*
Z=a+b+c+d	**1.455,00**	**1.549,93**	**1.681,55**	**1.455,00**	**1.512,79**	**1.627,50**	**100,00**	**103,97**	**105,00**
X=a+b.	870,00	934,99	1.020,04	870,00	897,64	974,06	100,00	103,18	104,18
Y=c+d.	585,00	614,94	661,51	585,00	615,15	653,44	100,00	105,15	106,26
W=X+Y	**1.455,00**	**1.549,93**	**1.681,55**	**1.455,00**	**1.512,79**	**1.627,50**			
δ = Z-W	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00			

FUENTE: Elaboración propia.

CUADRO 7

ÍNDICES DE VOLUMEN: ESLABONES Y CADENA

Producto	Índice interanual de cantidad (eslabones)			Índice encadenado de cantidad		
	Año			Año		
	0	1	2	0	1	2
a	100,00	104,12	105,18	100,00	104,12	109,51
b	100,00	101,29	102,16	100,00	101,29	103,48
c	100,00	103,40	104,13	100,00	103,40	107,67
d	100,00	110,24	112,32	100,00	110,24	123,82
Z=a+b+c+d	**100,00**	**103,97**	**105,00**	**100,00**	**103,97**	**109,17**
X=a+b	100,00	103,18	104,18	100,00	103,18	107,49
Y=c+d	100,00	105,15	106,26	100,00	105,15	111,74

FUENTE: Elaboración propia.

Se aprecia claramente la falta de aditividad a partir del segundo año, tanto en términos de valoración monetaria como en términos de variación interanual de la cantidad, y afecta tanto al agregado total como a los intermedios.

Este rasgo aparece a partir del segundo año y el tamaño absoluto de la discrepancia usualmente tiende a aumentar. El año 0 es aditivo porque sólo está valorado a precios corrientes y el año 1 sólo a precios constantes del año anterior, por lo que su valoración coincide con la

CUADRO 8

ÍNDICES DE VOLUMEN: VALORACIÓN MONETARIA

Producto	Nivel corriente	Valoración monetaria			Índices interanuales de cantidad		
	Año	Año			Año		
	0	0	1	2	0	1	2
a	580,00	580,00	603,90	635,18	100,00	104,12	105,18
b	290,00	290,00	293,74	300,09	100,00	101,29	102,16
c.	435,00	435,00	449,79	468,37	100,00	103,40	104,13
d	150,00	150,00	165,36	185,73	100,00	110,24	112,32
(a+b+c+d)		*1.455,00*	*1.512,79*	*1.589,36*	*100,00*	*103,97*	*105,06*
Z=a+b+c+d.	**1.455,00**	**1.455,00**	**1.512,79**	**1.588,49**	**100,00**	**103,97**	**105,00**
(a+b)		*870,00*	*897,64*	*935,26*	*100,00*	*103,18*	*104,19*
X=a+b.	870,00	870,00	897,64	935,15	100,00	103,18	104,18
(c+d).		*585,00*	*615,15*	*654,10*	*100,00*	*105,15*	*106,33*
Y=c+d.	585,00	585,00	615,15	653,66	100,00	105,15	106,26
W'=(a+b)+(c+d). . . .		**1.455,00**	**1.512,79**	**1.589,36**	**100,00**	**103,97**	**105,06**
W=X+Y.		**1.455,00**	**1.512,79**	**1.588,81**	**100,00**	**103,97**	**105,03**
δ = Z-W'		0,00	0,00	–0,87	0,00	0,00	–0,06
δ = Z-W		0,00	0,00	–0,31	0,00	0,00	–0,02

FUENTE: Elaboración propia.

que se efectúa a precios del año 0. Los restantes años están valorados según la media geométrica de los precios de todos los años intermedios[5].

Esta característica se debe a que, en un sistema de base móvil, base y referencia no coinciden. La valoración que interviene es un índice encadenado que no está vinculado con un año concreto sino con un conjunto de ellos, en particular todos los que han tenido lugar desde el comienzo de la serie hasta el período que se esté considerando, según una media geométrica de los precios involucrados.

Un aspecto importante, especialmente desde el punto de vista de la difusión de los resultados, consiste en la elección del año de referencia. El año de referencia y el siguiente son aditivos, de forma que la interpretación de los resultados de esos dos períodos se puede realizar de la misma forma que en la valoración a precios corrientes o a precios constantes.

Si se desea utilizar esta propiedad para hacer aditivos los años más recientes, ello conlleva modificar todos los años la referencia y, por lo tanto, los niveles de las series encadenadas, tanto si se expresan bajo la forma de número índice como en términos monetarios. La forma de llevar a cabo este cambio consiste en dividir la serie del índice encadenado por su valor en el año que se quiera tomar como referencia. Naturalmente, las tasas de variación permanecen inalteradas, de modo que la cuantificación del patrón de crecimiento no se ve afectada. En el Cuadro 9 se presentan los cálculos correspondientes al ejemplo numérico, tomando el último año como período de referencia.

[5] En el apartado dedicado a los índices deflactores se detalla la forma que adoptan en un sistema de base móvil.

CUADRO 9

CAMBIO DE REFERENCIA DEL AÑO 0 AL AÑO 2

Producto	Índice encadenado de cantidad			Nivel corriente	Valoración monetaria		
	Año				Año		
	0	1	2		0	1	2
Z=a+b+c+d	**100,00**	103,97	109,17	1.455,00	**1.455,00**	1.512,79	1.588,49
Tasa		*3,97*	*5,00*			*3,97*	*5,00*
X=a+b	**100,00**	103,18	107,49	870,00	**870,00**	897,64	935,15
Tasa		*3,18*	*4,18*			*3,18*	*4,18*
Y=c+d	**100,00**	105,15	111,74	585,00	**585,00**	615,15	653,66
Tasa		*5,15*	*6,26*			*5,15*	*6,26*
W=X+Y					**1.455,00**	1.512,79	1.588,81
δ = Z-W					0,00	0,00	–0,31
Z=a+b+c+d	91,60	95,23	**100,00**	1.681,55	1.540,23	1.601,40	**1.681,55**
Tasa		*3,97*	*5,00*			*3,97*	*5,00*
X=a+b	93,03	95,99	**100,00**	1.020,04	948,98	979,12	**1.020,04**
Tasa		*3,18*	*4,18*			*3,18*	*4,18*
Y=c+d	89,50	94,11	**100,00**	661,51	592,03	622,54	**661,51**
Tasa		*5,15*	*6,26*			*5,15*	*6,26*
W=X+Y					1.541,00	1.601,66	**1.681,55**
δ = Z-W					–0,77	–0,26	0,00

NOTA: en negrita, datos del año de referencia.
FUENTE: Elaboración propia.

Contribuciones al crecimiento

El problema de la falta de aditividad es inherente al planteamiento de los índices encadenados. No es, en modo alguno, un defecto o error de diseño. Es la consecuencia lógica de actualizar la base de los índices todos los años y expresar el crecimiento a largo plazo como el producto de los crecimientos año sobre año, esto es, asumiendo circularidad. Ni su expresión en forma monetaria ni los cambios de referencia lo resuelven, tan sólo pueden facilitar parcialmente la interpretación o el uso de los datos. Por todo ello, las contribuciones al crecimiento, que sí son aditivas, se han propuesto como solución para mitigar los problemas causados por la falta de aditividad de estos índices.

En general, las aportaciones al crecimiento son el resultado de combinar la variación de una variable con su peso en un determinado agregado de forma tal que la suma de todas ellas representa, precisamente, el crecimiento experimentado por el agregado. Es una forma de valorar la intensidad del crecimiento al tomar en cuenta el tamaño de la variable, de forma que un componente con una elevada tasa de variación puede ser poco relevante si su ponderación en el total es reducida y viceversa. La expresión concreta de la contribución al crecimiento depende del sistema de valoración que se esté considerando.

Así, la contribución del producto *i-ésimo* a un agregado valorado a precios constantes del que forma parte se define como el producto de su peso en el año precedente, por su tasa de crecimiento. En el Anexo se proporciona una demostración detallada. Formalmente:

$$\theta_{i,T/T-1} = h_{i,T-1} \quad T_1^1(q_{i,T}) \qquad [14]$$

CUADRO 10

CONTRIBUCIONES AL CRECIMIENTO. BASE FIJA

Productos	Tasas años		Pesos años		Contribuciones años	
	1	2	0	1	1	2
X	3,18	4,19	0,598	0,593	1,90	2,49
Y	5,15	6,33	0,402	0,407	2,07	2,57
Z	**3,97**	**5,06**	**1,000**	**1,000**	**3,97**	**5,06**

FUENTE: Elaboración propia.

CUADRO 11

CONTRIBUCIONES AL CRECIMIENTO. BASE MÓVIL

Productos	Tasas años		Pesos años		Contribuciones años	
	1	2	0	1	1	2
X	3,18	4,18	0,598	0,603	1,90	2,52
Y	5,15	6,26	0,402	0,397	2,07	2,48
Z	**3,97**	**5,00**	**1,000**	**1,000**	**3,97**	**5,00**

FUENTE: Elaboración propia.

siendo

$$h_{i,T-1} = \frac{p_{i,0}q_{i,T-1}}{V_{I,T-1/0}} \quad \text{y} \quad T_1^1(q_{i,T}) = \frac{q_{i,T} - q_{i,T-1}}{q_{i,T-1}} \times 100.$$

Se puede comprobar que la suma de las contribuciones coincide con la tasa interanual de crecimiento en volumen del agregado:

$$\sum_{i \in I} \theta_{i,T/T-1} = T_1^1(IQ_{I,T}) \qquad [15]$$

El cálculo de las contribuciones al crecimiento en un sistema de base fija a los datos del ejemplo conduce a los resultados que se reflejan en el Cuadro 10.

En el caso de la valoración según un sistema de base móvil, las contribuciones juegan también el mismo papel de normalización relativa de los crecimientos pero además suplen, hasta cierto punto, la carencia de aditividad del sistema de medida. Su cálculo es igual que el de precios constantes, pero ahora los pesos se determinan en términos corrientes. Igualmente, en el Anexo se proporciona una demostración detallada. Formalmente:

$$\rho_{i,T/T-1} = w_{i,T-1} \quad T_1^1(q_{i,T}) \qquad [16]$$

donde

$$w_{i,T-1} = \frac{p_{i,T-1}q_{i,T-1}}{V_{I,T-1}} \quad \text{y} \quad T_1^1(q_{i,T}) = \frac{q_{i,T} - q_{i,T-1}}{q_{i,T-1}} \times 100$$

Nuevamente, igual que en el sistema de base fija, se verifica:

$$\sum_{i \in I} \rho_{i,T/T-1} = T_1^1(CIQ_{I,T}) \qquad [17]$$

Utilizando los datos del ejemplo, se obtienen las aportaciones al crecimiento presentadas en el Cuadro 11.

Base fija y base móvil: sensibilidad frente a los precios relativos

El uso de un sistema de valoración a precios del año anterior y de los índices encadenados asociados tiene como principal inconveniente la pérdida de aditividad de los elementos que componen los agregados. La principal ventaja radica en que, al actualizar de manera permanente la base sobre la que se construyen dichos índices, evita obsolescencias de la cesta de ponderaciones y proporciona una mayor integración a la medición de cantidad y precios.

CUADRO 12

ECONOMÍA HIPOTÉTICA. TASAS DE CRECIMIENTO Y VALORES NOMINALES INICIALES

Productos	Valor inicial	Crecimiento	
		Cantidad	Precio
a	40	2%	4%
b	60	4%	–4%

FUENTE: Elaboración propia.

CUADRO 13

ECONOMÍA HIPOTÉTICA. TASAS DE CRECIMIENTO Y VALORES NOMINALES INICIALES

Productos	Valor inicial	Crecimiento				
		Cantidad	Precio			
a	40	2%	4%	4%	4%	4%
b	60	4%	4%	1%	-4%	8%

FUENTE: Elaboración propia.

Como ya se ha expuesto, la valoración mediante un sistema de base móvil ofrece, en general, medidas de volumen distintas a las que ofrece uno de base fija. Un sencillo ejemplo permite apreciar este hecho con mayor detalle. En una economía hipotética se intercambian dos productos cuyos crecimientos en cantidad y precios son constantes y se presentan en el Cuadro 12 junto con sus valores nominales iniciales.

Esta economía está caracterizada por una variación bastante acusada de los precios relativos (un abaratamiento de *b* respecto de *a*) y por un comportamiento más expansivo de *b* que de *a.* En las economías modernas, el producto *b* podría representar bienes cuyo precio se ha ido reduciendo por la acción combinada de avances tecnológicos, mejoras en la calidad y notable expansión de su oferta. La cuantificación del agregado $X = a + b$ según ambos sistemas genera trayectorias divergentes a partir del tercer año, como se aprecia en Gráfico 1.

La base móvil da lugar a una estimación del crecimiento agregado menor que la base fija, resultado de que esta última sobrepondera el producto más expansivo, véase Jones (2002). ¿Es éste un resultado general? En absoluto, ya que depende de las trayectorias específicas de los precios relativos. Siguiendo con el ejemplo anterior, el Cuadro 13 muestra diversas trayectorias de los precios relativos.

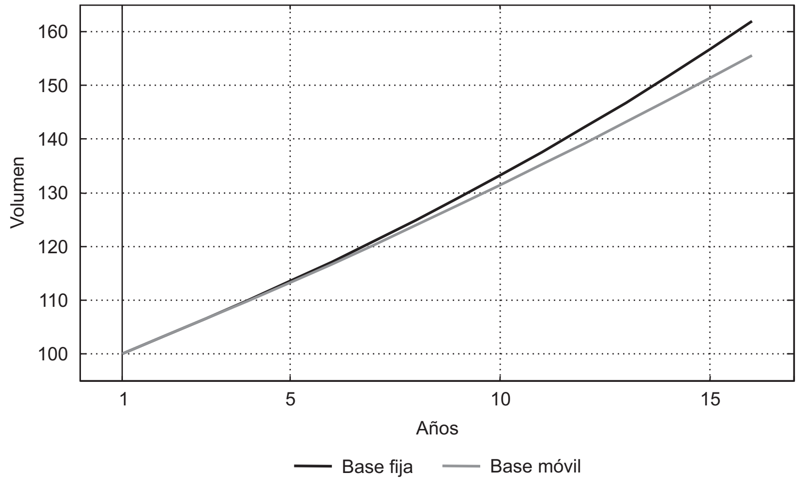
El primer resultado es que la medición del agregado a través de un sistema de base fija es la misma en todos los casos. Dicho de otro modo: es insensible a la evolución de los precios relativos. La cuantificación mediante uno de base móvil ofrece los mismos resultados que el de base fija sólo en el caso en el que ambos productos mantienen constantes sus precios relativos porque crecen a la misma tasa (4 por 100). En todos los demás casos, los resultados son distintos, mostrando la sensibilidad de este sistema a la evolución de los precios relativos y, por tanto, una mayor integración entre la medición del volumen y la de precios. El Gráfico 2 muestra el comportamiento del agregado *X* según la base móvil respecto al estimado con la base fija.

3. Medición de la inflación: índices deflactores

Una vez presentados los índices de volumen que se obtienen para las mediciones a precios de un año base (Laspeyres de volumen) y a precios del año precedente o base móvil (Laspeyres de volumen encadenado), se pueden examinar las medidas de precios (deflactores) que se derivan de ambas valoraciones. Estas medidas permiten cuantificar el fenómeno de la inflación, de la misma forma que las primeras lo hacen con el crecimiento real.

GRÁFICO 1

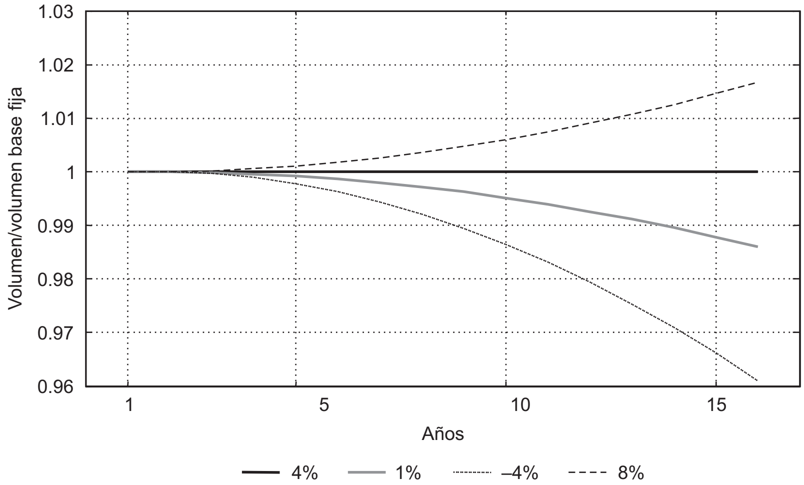
ECONOMÍA HIPOTÉTICA. EVOLUCIÓN DEL AGREGADO X = a + b



FUENTE: Elaboración propia.

GRÁFICO 2

ECONOMÍA HIPOTÉTICA. EVOLUCIÓN DEL AGREGADO X = a + b. COMPARACIÓN SEGÚN EL CRECIMIENTO DEL PRECIO DEL PRODUCTO *b*



FUENTE: Elaboración propia.

CUADRO 14

ÍNDICES DEFLACTORES. BASE FIJA

Productos	Índice interanual de cantidad Año			Índice interanual de valor Año			Índice interanual de precios Año		
	0	1	2	0	1	2	0	1	2
X	100,00	103,18	104,19	100,00	107,47	109,10	100,00	104,16	104,71
Y	100,00	105,15	106,33	100,00	105,12	107,57	100,00	99,97	101,17
Z	**100,00**	**103,97**	**105,06**	**100,00**	**106,52**	**108,49**	**100,00**	**102,46**	**103,26**

Productos	Índice de cantidad Año			Índice de valor Año			Índice de precios Año		
	0	1	2	0	1	2	0	1	2
X	100,00	103,18	107,50	100,00	107,47	117,25	100,00	104,16	109,06
Y	100,00	105,15	111,81	100,00	105,12	113,08	100,00	99,97	101,13
Z	**100,00**	**103,97**	**109,23**	**100,00**	**106,52**	**115,57**	**100,00**	**102,46**	**105,80**

FUENTE: Elaboración propia.

Dichos índices de precios son el resultado de dividir los correspondientes índices de valor por los de cantidad. Así, para el caso de base fija, el índice deflactor que cuantifica el cambio ocurrido en los precios del agregado entre los períodos 0 y T vendrá dado por:

$$\frac{IV_{I,T/0}}{IQ_{I,T/0}} = \frac{\dfrac{\sum_{i\in I} p_{i,T}q_{i,T}}{\sum_{i\in I} p_{i,0}q_{i,0}}}{\dfrac{\sum_{i\in I} p_{i,0}q_{i,T}}{\sum_{i\in I} p_{i,0}q_{i,0}}} = \frac{\sum_{i\in I} p_{i,T}q_{i,T}}{\sum_{i\in I} p_{i,0}q_{i,T}} = IP_{I,T/0} \qquad [18]$$

La expresión anterior es un índice de Paasche de precios entre los períodos 0 y T. Los resultados, aplicados al ejemplo numérico, se muestran en el Cuadro 14.

En el caso de operar con una base móvil, el índice de precios que se deduce para el agregado será:

$$\frac{IV_{I,T/0}}{CIQ_{I,T/0}} = \frac{IV_{I,T/0}}{\prod_{S=1}^{T} IQ_{I,S/S-1}} =$$

$$= \frac{\dfrac{\sum_{i\in I} p_{i,T}q_{i,T}}{\sum_{i\in I} p_{i,0}q_{i,0}}}{\dfrac{\sum_{i\in I} p_{i,0}q_{i,1}}{\sum_{i\in I} p_{i,0}q_{i,0}} \cdot \dfrac{\sum_{i\in I} p_{i,1}q_{i,2}}{\sum_{i\in I} p_{i,1}q_{i,1}} \cdot \ldots \cdot \dfrac{\sum_{i\in I} p_{i,T-1}q_{i,T}}{\sum_{i\in I} p_{i,T-1}q_{i,T-1}}} = \qquad [19]$$

$$= \frac{\sum_{i\in I} p_{i,1}q_{i,1}}{\sum_{i\in I} p_{i,0}q_{i,1}} \cdot \frac{\sum_{i\in I} p_{i,2}q_{i,2}}{\sum_{i\in I} p_{i,1}q_{i,2}} \cdots \frac{\sum_{i\in I} p_{i,T}q_{i,T}}{\sum_{i\in I} p_{i,T-1}q_{i,T}} =$$

$$= IP_{I,1/0} \times IP_{I,2/1} \times \ldots \times IP_{I,T/T-1} =$$

$$= \prod_{S=1}^{T} IP_{I,S/S-1} = CIP_{I,T/0}$$

CUADRO 15

ÍNDICES DEFLACTORES. BASE MÓVIL

Productos	Índice interanual de cantidad (eslabones) Año			Índice interanual de valor Año			Índice interanual de precios (eslabones) Año		
	0	1	2	0	1	2	0	1	2
X	100,00	103,18	104,18	100,00	107,47	109,10	100,00	104,16	104,72
Y	100,00	105,15	106,26	100,00	105,12	107,57	100,00	99,97	101,23
Z	**100,00**	**103,97**	**105,00**	**100,00**	**106,52**	**108,49**	**100,00**	**102,46**	**103,32**

Productos	Índice encadenado de cantidad Año			Índice de valor Año			Índice encadenado de precios Año		
	0	1	2	0	1	2	0	1	2
X	100,00	103,18	107,49	100,00	107,47	117,25	100,00	104,16	109,08
Y	100,00	105,15	111,74	100,00	105,12	113,08	100,00	99,97	101,20
Z	**100,00**	**103,97**	**109,17**	**100,00**	**106,52**	**115,57**	**100,00**	**102,46**	**105,86**

FUENTE: Elaboración propia.

Como se puede comprobar, este índice es el resultado de componer multiplicativamente los incrementos de precios ocurridos en los períodos intermedios, medidos con índices de Paasche, dando lugar a un índice encadenado de precios. Utilizando los datos del ejemplo se obtiene lo reflejado en el Cuadro 15.

Así se puede concluir de forma general que, cuando se utilice un índice encadenado de cantidad para medir los cambios de volumen ocurridos en determinados agregados, el correspondiente índice de precios será igualmente otro índice encadenado.

Un aspecto que conviene enfatizar es la integración que existe entre la medición de las variaciones de volumen y las de precios ya que, dada una valoración a precios corrientes, el diseño de una medida que determine el componente cuántico implica, necesariamente, una medida asociada o implícita del componente nominal. Análogamente, un procedimiento de estimación del elemento de precios conlleva automáticamente uno de determinación del de cantidades.

Tanto en el sistema de base fija como en el de base móvil, los índices de volumen generados (de tipo Laspeyres) y los de precios (de tipo Paasche) son compatibles, en el sentido de que su producto equivale al correspondiente índice a precios corrientes:

$$V = P \times Q \qquad [20]$$

Esta propiedad refuerza la integración entre las medidas de cantidad y precio característica de las cuentas nacionales y que las distingue de los sistemas que miden sólo uno de ambos aspectos.

4. Conclusiones

La comparación entre los sistemas de valoración de base fija y de base móvil es un ejemplo particular de una cuestión general: ¿cómo se puede conseguir que un sistema de medida se adapte a las condiciones cada vez más complejas y volátiles de las economías modernas sin volverse al mismo tiempo inmanejable e incomprensible?

Por una parte, la precisión es un atributo deseable en cualquier sistema de medida y sus diseñadores la consideran, justificadamente, esencial. En este sentido, el sistema de base móvil no tiene rival: su capacidad de adaptación a las condiciones cambiantes, tanto de composición como de precios relativos, es un seguro que garantiza la exactitud de sus valores.

Por otra parte, estas favorables características tienen un precio: la medida generada es conceptualmente más compleja y difícil de manejar, sobre todo por la falta de aditividad. Este inconveniente limita la difusión de los resultados y choca frontalmente contra la formación general macroeconómica que, centrada en modelos agregados de un solo bien, considera como un atributo intrínseco la aditividad de las medidas de volumen. En este sentido, el uso de las contribuciones al crecimiento como pieza central de la difusión de los resultados, junto con el empleo de referencias temporalmente inmediatas expresadas en términos monetarios, constituyen una estrategia sencilla que facilita la comprensión de los resultados.

¿Compensan los beneficios a los costes? En buena medida, ésta es una cuestión de tipo empírico pero, a nivel general, no cabe duda de que el uso de un sistema de base móvil constituye un avance significativo en el desarrollo de la medición económica.

Referencias bibliográficas

[1] BLOEM, A. M.; DIPPELSMAN, R. J. y MÆHLE, N. O. (2001): *Quarterly National Accounts Manual. Concepts, Data Sources, and Compilation,* International Monetary Fund, Washington D.C., EE UU.

[2] DIEWERT, E. (1996): «Price and Volume Measures in the System of National Accounts», en KENDRICK, J. W. (ed.), *The New System of National Accounts,* Kluwer Academic Publishers, New York, EE UU.

[3] DIEWERT, E. (2004): «Basic Index Number Theory», en INTERNATIONAL LABOUR ORGANIZATION, *Consumer Price Index Manual,* Ginebra, Suiza.

[4] EUROSTAT (1996): *Sistema Europeo de Cuentas Nacionales, versión 1995 (SEC-95),* Eurostat, Luxemburgo.

[5] EUROSTAT (2001): *Handbook on Price and Volume Measures in National Accounts,* Eurostat, Luxemburgo.

[6] INE (2005a): *Índices encadenados en la Contabilidad Nacional Trimestral,* Instituto Nacional de Estadística, Documento Interno.

[7] INE (2005b): *Índices encadenados en la Contabilidad Nacional Anual,* Instituto Nacional de Estadística, Documento Interno.

[8] JONES, CH. I. (2002): «Using Chain-weighted NIPA Data», Federal Reserve Bank of San Francisco, *Economic Letter,* agosto.

[9] KNUDSEN, D. y SETHI, F. (2004): «Chain Indexing in a Macro Model. Aggregation and Irreversibility», Danmarks Nationalbank, *Working Paper,* número 2004-21.

[10] LANDEFELD, J. S.; MOULTON, B. R. y VOJTECH, C. M. (2003): «Chained-dollar Indexes. Issues, Tips on their Use, and Upcoming Changes», US Bureau of Economic Analysis, *Survey of Current Business,* noviembre, páginas 8-16.

[11] ONU [EUROSTAT-FMI-OCDE-BM] (1993): *Sistema de Cuentas Nacionales, versión 1993 (SCN-93),* ONU, Nueva York, EE UU.

[12] WHELAN, K. (2000): «A Guide to the Use of Chain Aggregated NIPA Data», US.

ANEXO

Contribuciones al crecimiento en una base fija y en una base móvil

En este Anexo se deducen las fórmulas de las aportaciones al crecimiento, tanto en el caso de una base fija como en el de una móvil.

Base fija

El punto de partida es la expresión de la tasa interanual de crecimiento en volumen del agregado:

$$T_1^1(IQ_{I,T/0}) = \frac{IQ_{I,T/0} - IQ_{I,T-1/0}}{IQ_{I,T-1/0}} \times 100 = \left(\frac{IQ_{I,T/0}}{IQ_{I,T-1/0}} - 1 \right) \times 100 \quad [A.1]$$

Teniendo en cuenta la expresión [7] y omitiendo el factor 100:

$$\begin{aligned} T_1^1(IQ_{I,T/0}) &= \frac{\dfrac{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,T}}{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,0}}}{\dfrac{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,T-1}}{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,0}}} - 1 = \frac{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,T}}{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,T-1}} - 1 = \frac{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,T}}{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,T-1}} - \frac{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,T-1}}{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,T-1}} = \\ &= \frac{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,T}}{V_{I,T-1/0}} - \frac{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,T-1}}{\sum_{i \in I} p_{i,0} q_{i,T-1}} = \sum_{i \in I} \frac{p_{i,0} q_{i,T-1}}{V_{I,T-1/0}} \left(\frac{q_{i,T}}{q_{i,T-1}} - 1 \right) = \\ &= \sum_{i \in I} h_{i,T-1} \quad T_1^1(q_{i,T}) = \sum_{i \in I} \theta_{i,T/T-1} \end{aligned} \quad [A.2]$$

De esta forma, se obtiene que la tasa de crecimiento de un agregado es una media ponderada de las tasas de crecimiento de sus componentes, siendo las ponderaciones los pesos de cada uno de ellos en el agregado, en el año anterior, valorados a precios constantes del año 0, tomado como base.

Base móvil

Igualmente, el punto de partida va a ser la expresión de la tasa interanual de crecimiento en volumen del agregado, pero en base móvil:

$$T_1^1(CIQ_{I,T/0}) = \frac{CIQ_{I,T/0} - CIQ_{I,T-1/0}}{CIQ_{I,T-1/0}} \times 100 = \left(\frac{CIQ_{I,T/0}}{CIQ_{I,T-1/0}} - 1 \right) \times 100 \quad [A.3]$$

De la expresión [12] se deduce:

$$CIQ_{T/0} = CIQ_{T-1/0} \quad IQ_{T/T-1} \quad [A.4]$$

ANEXO (continuación)

Contribuciones al crecimiento en una base fija y en una base móvil

De forma que, junto con la expresión [11] y omitiendo el factor 100:

$$T_1^1(CIQ_{I,T/0}) = IQ_{T/T-1} - 1 = \sum_{i \in I} \frac{p_{i,T-1} q_{i,T-1}}{V_{I,T-1}} iq_{i,T} - 1 = \sum_{i \in I} w_{i,T-1} \frac{q_{i,T}}{q_{i,T-1}} - 1 \quad \text{[A.5]}$$

Sumando y restando $\sum_{i \in I} w_{i,T-1}$:

$$T_1^1(CIQ_{I,T/0}) = \sum_{i \in I} w_{i,T-1} \frac{q_{i,T}}{q_{i,T-1}} - \sum_{i \in I} w_{i,T-1} + \left(\sum_{i \in I} w_{i,T-1} - 1 \right) =$$
$$= \sum_{i \in I} w_{i,T-1} \left(\frac{q_{i,T}}{q_{i,T-1}} - 1 \right) + (1-1) = \sum_{i \in I} w_{i,T-1} T_1^1(q_{i,T}) = \sum_{i \in I} \rho_{i,T/T-1} \quad \text{[A.6]}$$

De esta manera se observa cómo la tasa de crecimiento del agregado se obtiene también como una media ponderada de las tasas de crecimiento de sus componentes, siendo ahora las ponderaciones los pesos de cada uno de ellos en el agregado, pero valorados a precios corrientes del año anterior.