# TRIBUNA DE ECONOMÍA

Todos los artículos publicados en esta sección son sometidos
a un proceso de evaluación externa anónima

**Mariano Matilla García***
**Pedro A. Pérez Pascual***
**Basilio Sanz Carnero***

# ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD DE LA FUNCIÓN DE CONSUMO

*El trabajo trata de analizar la estabilidad de los parámetros de la función de consumo. Para ello se presenta un procedimiento de contraste poco habitual en la literatura, basado en el análisis de Fourier. Se revisa uno de los primeros trabajos en los que se presentó esta hipótesis y a continuación, haciendo uso del procedimiento anterior, se contrasta la estabilidad de la propensión marginal a consumir (elasticidad) a corto plazo tanto en Estados Unidos como en España, no encontrándose evidencias de que dichos parámetros sean variables.*

***Palabras clave:*** *análisis de Fourier, contraste de estabilidad, función de consumo.*
***Clasificación JEL:*** *C22, E21, E32.*

## 1. Introducción

La función de consumo agregada fue planteada por vez primera[1] en *La teoría general de la ocupación, el interés y el dinero* (Keynes, 1936), donde se señalaba que existe una relación estable entre el consumo agregado (y por tanto también entre el ahorro agregado) y la renta nacional. Se postula así que la causa del consumo es la renta, de manera que a mayor renta mayor consumo y viceversa. El crecimiento del consumo derivado de un incremento unitario de la renta, es decir la *pmc* o propensión marginal a consumir, será mayor que cero y menor que uno, lo que significa que cuando la renta se incrementa no todo ese crecimiento se dedica a acrecentar el volumen de consumo, sino que una parte del mismo se ahorra. Keynes señaló también que «en general» cabía esperar que en términos *proporcionales,* el incremento del consumo fuese asimismo menor que el incremento de renta, o sea que «en general» la elasticidad sería también menor que la unidad, si bien esta circunstancia no es estrictamente necesaria para su teoría o, en otras palabras, una elasticidad superior a la unidad seguiría siendo compatible con la misma, lo que no podría decirse sin embargo de una *pmc* mayor que la unidad, único resultado contradictorio con su hipótesis teórica.

Tobin (1975) señala dos razones fundamentales por las que una teoría como ésta debe suscitar nuestro interés. La primera es la relevancia del ahorro como acumulación de riqueza y motor del crecimiento de la capacidad de producir bienes y servicios futuros. Como segunda razón apunta

* Departamento de Economía Aplicada Cuantitativa I. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. UNED.

[1] Existen desde luego precedentes en la literatura que señalan la relación entre renta y consumo, pero suele considerarse que Keynes fue el primero en plantearla formalmente.

la preocupación por las situaciones de crisis como la que tuvo lugar en la denominada Gran Depresión de 1929, y la comprensión de sus causas. Si la demanda de inversión no es capaz de absorber todo el ahorro (la diferencia entre renta y consumo), caerán tanto la renta como el empleo. De ahí la necesidad de tomar medidas en aquellas situaciones en las que el volumen de consumo no sea suficiente para que la diferencia entre éste y la renta, es decir el ahorro, igualen la demanda de inversión.

La función de consumo agregada de Keynes permitía considerar el consumo como una variable predecible en tanto que la inversión se consideraba mucho más inestable o, en una terminología más actual, más volátil. Aquí residía precisamente la explicación del ciclo: Cuando la inversión era menor que el ahorro disponible, se producirían situaciones de crisis. Por el contrario, si la demanda de inversión excedía el volumen de ahorro, estaríamos en la fase alta del ciclo, observándose situaciones de inflación. La situación de la economía en la época en la que Keynes escribió *La teoría general...* justifica que su interés fundamental fuesen los escenarios de crisis y sus posibles soluciones. En efecto, la economía de aquellos años se caracterizaba más bien por las situaciones descritas en primer lugar, y la solución para él consistía en incrementar el gasto público para utilizar así el ahorro no demandado por la inversión privada.

Esta relación entre consumo y renta supuso un gran acicate para el trabajo empírico, estimulado también por la creciente disponibilidad de datos agregados derivados de las respectivas Contabilidades Nacionales, que unos años antes habían comenzado a elaborarse sobre todo en USA. Keynes no precisó mucho ni sobre la forma funcional ni sobre las variables empíricas más apropiadas para proceder a la medición, lo que no impidió que los primeros investigadores procedieran a la medición utilizando una amplia gama de especificaciones, como puede verse en Thomas (1989). Según este autor la presentación que se hace en muchos manuales, señalando que la especificación más importante era la sencilla ecuación de regresión:

$$C_t = a + bY_t + u_t$$

donde $C_t$ representaba el consumo agregado e $Y_t$ la renta personal disponible, ambas expresadas en términos reales, no hace justicia a lo que verdaderamente sucedió, caracterizado más bien por el empleo de diversas variables explicativas y formas funcionales.

Aunque las primeras investigaciones empíricas parecieron exitosas, no tardaron en aparecer problemas cuyos intentos de solución produjeron un intenso debate que, a la larga, terminaría por modificar la propia teoría del consumo.

En el contexto del mencionado debate, Woytinsky (1946) publica *Relationship between Consumer's Expenditures, Savings and Disposable Income,* un trabajo donde plantea la tesis de que la *pmc* varía con la fase del ciclo en la que nos encontremos. Esta idea había sido apuntada por el propio Keynes en la *Teoría General.*

En opinión de Cook (2000), el trabajo de Woytinsky anticipa la denominada *hipótesis de la renta relativa,* propuesta por Duesenberry (1949), que constituyó el primer intento de modificar la teoría keynesiana del consumo, al que se añadirían poco tiempo después, la *hipótesis del ciclo vital* de Modigliani y Brumberg (1954) y la de la *renta permanente* de Friedman (1957). Pues, en efecto, Woytinsky señala que los gastos individuales en consumo no dependen sólo de la renta, sino de otros factores como el estilo de vida, la ocupación y, en definitiva, la posición en la escala de rentas.

Puesto que el ciclo es un fenómeno caracterizado por fluctuaciones al alza y a la baja a lo largo del tiempo, se desprende que si la tesis de Woytinsky fuese correcta, la *pmc* presentaría asimismo oscilaciones en el tiempo. El objeto de este artículo es someter a contrastación esta hipótesis con la ayuda de un nuevo procedimiento de contraste, que denominaremos *Trig* test, desarrollado por Ludlow y Enders (2000), y que se describe en el epígrafe siguiente.

Se revisarán los resultados del propio Woytinsky pero también se someterá a contraste la hipótesis con series más largas. Asimismo se realizará el contraste con datos de la economía española. El artículo está organizado del siguiente modo. En el segundo epígrafe se expo-

ne brevemente el contraste a emplear, ofreciéndose una descripción más detallada en el apéndice. En el tercero se utiliza este contraste para revisar los resultados de Woytinsky, contrastándose asimismo la hipótesis con series americanas más extensas. El contraste con series históricas españolas se lleva a cabo en el cuarto, y el quinto se dedica a resumir los resultados y exponer las conclusiones.

## 2. Descripción del contraste[2]

El contraste se encuentra desarrollado en Ludlow, J. y Enders, W. (2000). Se basa en la utilización del análisis de Fourier, planteando como hipótesis nula la constancia del parámetro en cuestión. Por ejemplo en una regresión simple, dicha hipótesis vendrá dada por:

$$H_0 : y_t = \beta x_t + \varepsilon_t \qquad [1]$$

en tanto que la hipótesis alternativa será:

$$H_A : y_t = \beta_t x_t + \varepsilon_t \qquad [2]$$

es decir, un parámetro variable con el tiempo, donde la variable *x* ha de ser estacionaria. Este parámetro variable puede aproximarse tanto como se quiera mediante el mencionado análisis de Fourier. En el límite, eligiendo todas las frecuencias enteras comprendidas en el intervalo [1, *T*/2], donde *T* es el número de observaciones, dicha aproximación será perfecta. En lugar de ello lo que se hace es escoger una única frecuencia, *f,* eligiéndola de forma que se minimice la suma cuadrática de los residuos de la ecuación (se maximice el ajuste):

$$\begin{aligned} y_t = \beta_0 x_t + \beta_1 \sin(2f\pi t / T) x_t + \\ + \beta_2 \cos(2f\pi t / T) x_t + \varepsilon_t \end{aligned} \qquad [3]$$

estimada por mínimos cuadrados ordinarios (MCO). Ello se basa en el hecho de que si la hipótesis nula puede rechazarse para una única frecuencia, es decir, si en la regresión anterior se rechaza la hipótesis $\beta_1 = \beta_2 = 0$, habrá evidencia suficiente para sostener que el parámetro no es invariante en el tiempo.

Seguidamente se aplica la técnica de las regresiones restringida e irrestricta para construir un estadístico de contraste de la forma:

$$F_{trig}^{OLS} = \frac{(SSR - SSR^*)/2}{SSR^* / (T - k - 1)} \qquad [4]$$

donde *SSR** es la suma cuadrática de los residuos de la regresión irrestricta [3], mientras que *SSR* es la suma cuadrática de los residuos de la regresión restringida [1]. Si la hipótesis nula es cierta, entonces $\beta_1 = \beta_2 = 0$, que es lo que se pretende contrastar. Si no se cumple esa hipótesis, entonces la diferencia entre *SSR** y *SSR* será elevada, es decir, estadísticamente significativa comparada con los valores tabulados.

Puesto que la frecuencia *f* no está identificada bajo la hipótesis nula, los valores del estadístico de contraste no siguen una distribución *F* estándar con 2 y *T–k–*1 grados de libertad. Esta distribución debe obtenerse por simulación, resultando que los valores críticos son más elevados que los de una distribución *F* estándar.

El procedimiento anterior puede fácilmente generalizarse para ser utilizado con una regresión múltiple, como se hará más adelante.

## 3. Revisión de la hipótesis con los datos de Woytinsky

Los datos utilizados por Woytinsky están referidos al consumo y la renta disponible ambos expresados en dólares constantes de 1941 (Gráfico 1)[3].

[2] El contraste se expone con más detalle en el Anexo A.

[3] Tanto éstos como el resto de los datos están disponibles bajo petición (*pperez@cee.uned.es*).

GRÁFICO 1

**DATOS BÁSICOS DE CONSUMO (CO) Y RENTA DISPONIBLE (YD), EMPLEADOS EN EL TRABAJO DE WOYTINSKY. (Período 1923-1940, EE UU)**

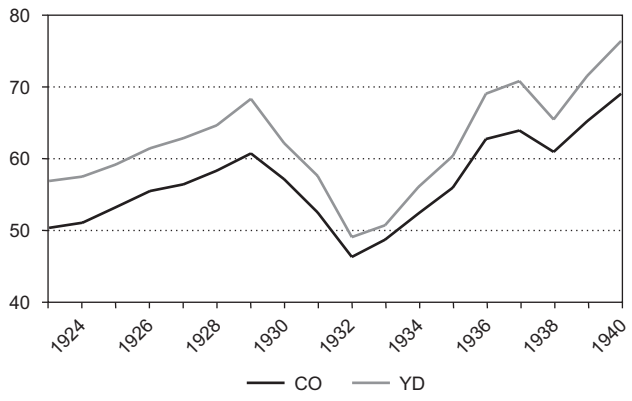
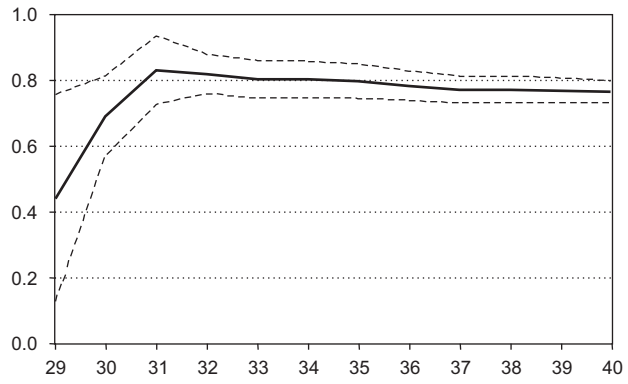



GRÁFICO 2

**MCR. REGRESIÓN DE COOK, $c_t = a + by_t + ct_t$**



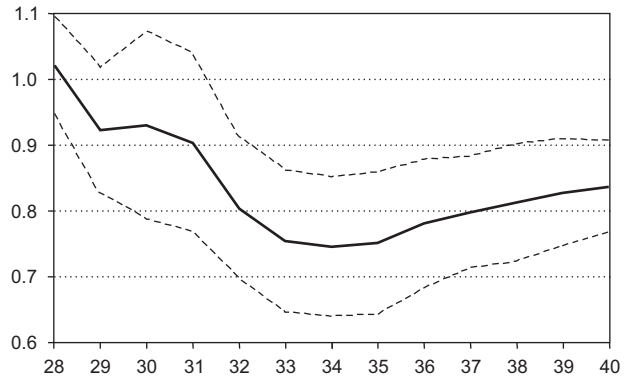

Woytinsky, utilizando datos del período 1923-1940, referidos a EE UU, señala que el período 1931-1934 es de depresión, por lo que estos años deberían ser excluidos de la medición. Para el resto encuentra una *pmc* = 0,925. Como ha mostrado Cook (2000), el modelo de Woytinsky pasa los contrastes de diagnóstico habituales.

Utilizando sus datos, la *pmc* entre 1931 y 1934, sería 0,713, que efectivamente mostraría una diferencia apreciable. Sin embargo, ello podría deberse a una inadecuada cronología del ciclo. Bennion (1946) estudió esta hipótesis y cuestionó la cronología utilizada por Woytinsky, dividiendo el período en años de *prosperidad* (1923-1930), *semidepresión* (1931, 1936, 1937, 1939 y 1940) y *depresión* (1932-1935 y 1938). Su trabajo concluye que la evidencia era demasiado débil y fragmentaria para apoyar la hipótesis de Woytinsky.

Cook (2000) en una revisión del trabajo de este autor, no encuentra evidencia de que la *propensión marginal a consumir* varíe cíclicamente. Llega a esta conclusión utilizando mínimos cuadrados recursivos (MCR) sobre una ecuación que no es exactamente la utilizada por Woytinsky, ya que incluye el tiempo como regresor, algo

GRÁFICO 3

**MCR. REGRESIÓN WOYTINSKY, $c_t = a + by_t$**




que éste había criticado. La conclusión hubiese sido diferente de haber empleado la ecuación propuesta por este autor, como puede verse en los Gráficos 2 y 3. Mientras en la primera, en la que además de la renta se

ha incluido el tiempo como regresor, se observa que la *pmc* se estabiliza en torno a 0,77 aproximadamente (hay una errata en la ecuación 12 de Cook), en el Gráfico 3 no hay tal, mostrando la *pmc* un movimiento oscilatorio que apoyaría la tesis de Woytinsky.

A la misma conclusión que Cook y Bennion, es decir, a la falta de evidencia que apoye la variación cíclica de la propensión marginal a consumir, llega Pérez (2003).

No obstante lo anterior, en los trabajos mencionados no se distingue entre *pmc* a corto y largo plazo, distinción que hoy es habitual en la literatura de la función de consumo. Así, mientras suele admitirse que la *pmc* (o la *elasticidad*), tendrían un valor constante de equilibrio a largo plazo (para la elasticidad se postula un valor unitario), ello sería compatible con oscilaciones en el corto plazo, en el que raramente se da una situación de equilibrio. De manera que la hipótesis relevante para ser sometida a contraste, sería ahora la existencia de una *pmc* (*elasticidad*) a corto cíclica, lo que exige la especificación y estimación de un modelo en el que aparezca este parámetro.

Por otra parte se aprecia que ni la renta ni el consumo son estacionarios. El contraste ADF proporciona unos valores de –2,02 y –1,78 para consumo y renta disponible respectivamente. Puesto que el valor crítico al 5 por 100 es –3,73, no se puede rechazar la no estacionaridad. Por tanto la regresión simple no es adecuada puesto que, como vimos, un requerimiento básico para la utilización del *Trig* test, es que la variable explicativa sea estacionaria.

Un modelo sencillo que contempla a la vez la *pmc* a corto y largo plazo, puede ser un *modelo autorregresivo con retardos distribuidos* ARD(1, 1), cuya estimación por MCO proporciona (estadísticos *t* entre paréntesis):

$$\hat{C}_t = \underset{(19,84)}{0,73Y_t} + \underset{(5,43)}{0,84C_{t-1}} - \underset{(-4,53)}{0,58Y_{t-1}}, \qquad [5]$$
$$R^2 = 0,99, \quad DW = 2,27, \quad SSR = 6,432633$$

siendo satisfactorios los resultados de los tests de diagnóstico más habituales, como muestran los siguientes valores:

$$z_1 = 0,42,\ z_2 = 0,42,\ z_3 = 0,99,\ z_4 = 0,33,\ z_5 = 0,73$$

donde $z_1$ es el contraste de multiplicadores de Lagrange de Breusch Godfrey para la autocorrelación[4], $z_2$ el contraste de heterocedasticidad de White, $z_3$ es el contraste de Jarque Bera para la normalidad de la perturbaciones, $z_4$ es el contraste ARCH de multiplicadores de Lagrange y $z_5$ es el contraste de especificación de Ramsey[5].

El modelo anterior puede reordenarse como:

$$\Delta C_t = 0,73\Delta Y_t - 0,16\ (C_{t-1} - 0,94Y_{t-1}) \qquad [6]$$

que es un modelo de corrección de error, según el cual la *pmc* a corto plazo sería 0,73 en tanto que la correspondiente a largo es 0,94. El término de corrección del error indica que se corrigen en el período el 16 por 100 de las desviaciones respecto de la senda de equilibrio a largo plazo. Todos los signos y valores de los parámetros son acordes con la teoría. La primera diferencia de la renta disponible puede considerarse estacionaria[6].

La cuestión sería ahora, contrastar si la *pmc* a corto varía con el tiempo, para lo que aplicamos el *trig* test. Encontramos que la frecuencia que mejor ajusta es $f = 1$ que, en este caso, corresponde a un período de 18 años, siendo los resultados de las regresiones restringida e

[4] El estadístico de Durbin y Watson no es suficiente al incluir la regresión una endógena retardada.

[5] Estos estadísticos siguen distribuciones $\chi^2$ dependiendo el número de grados de libertad del caso concreto. Mientras no se indique lo contrario, $z_4$ y $z_5$ $\chi^2$ con 1 gl; $z_1$ y $z_3$, $\chi^2$ con 2 gl; $z_2$ sigue una $\chi^2$ con 6 gl en modelos ADL(1, 1) y una $\chi^2$ con 10 gl en ADL(2, 2).

[6] El contraste ADF proporciona un valor de –3,04 prácticamente igual que el valor crítico al 5 por 100 (–3,05). Utilizando el contraste de raíces unitarias KPSS, en el que la hipótesis nula es la estacionalidad, el valor del estadístico es 0,12, de manera que no podría rechazarse la hipótesis nula de estacionaridad para ninguno de los niveles de significatividad habituales, dado que sus valores críticos al 10, 5 y 1 por 100 son respectivamente 0,35, 0,46 y 0,74. Por otra parte ninguno de los primeros valores del correlograma son significativos (0,26, 0,05, –0,14, –0,30, –0,10).

irrestricta respectivamente, los que muestran las ecuaciones [7] y [8]:

$$\Delta c_t = \underset{(19,8)}{0,73\Delta y_t} - \underset{(-1,0)}{0,16c_{t-1}} + \underset{(1,02)}{0,14y_{t-1}}, \qquad [7]$$
$$R^2 = 0,969, \quad SSR = 6,4326, \quad DW = 2,27$$

$$\Delta c_t = \underset{(19,2)}{0,71\Delta y_t} - \underset{(-1,6)}{0,068\cos f_t \Delta y_t} - \underset{(-1,36)}{0,07\sin f_t \Delta y_t} - \underset{(-1,36)}{0,22c_{t-1}} + \underset{(1,40)}{0,21y_{t-1}}, \qquad [8]$$
$$R^2 = 0,976, \quad SSR^* = 4,9661, \quad DW = 2,54$$

Con estos datos los resultados del contraste son:

$$F = \frac{(6,432633 - 4,966112)/2}{4,966112/14} = 2,06$$

que no es estadísticamente significativo ni siquiera en las tablas estándar, en las que el valor crítico al 5 por 100 $F_{2,\,14}$ = 3,74. En puridad, como vimos en el segundo epígrafe, el estadístico anterior no se distribuye como una *F* estándar y los valores críticos han de ser obtenidos por simulación. Sin embargo, en todas estas simulaciones esos valores son bastante más altos, como puede verse en el artículo de Ludlow y Enders (2000) mencionado, o en las simulaciones que nosotros mismos hemos efectuado más adelante. Por tanto, si el contraste no supera los valores de una *F* estándar, mucho menos superaría los valores simulados. Por ello no hemos considerado preciso efectuar esa simulación para concluir que no hay evidencia de *pmc* a corto variable. Lo mismo puede decirse de las ratios *t* referidas a las series trigonométricas: ninguna de ellas es significativa comparándola con los valores de una *t* de Student normal y, por tanto, tampoco con las que pudieran obtenerse por simulación.

Con las series en logaritmos, el modelo de corrección de error es:

$$\Delta c_t = 0,794\Delta y_t - 0,16(c_{t-1} - 0,99y_{t-1}) \qquad [9]$$

valores también acordes con la teoría toda vez que la elasticidad a largo es prácticamente unitaria, siendo menor la registrada a corto, concretamente 0,79.

Sin embargo, tampoco aquí se encuentran evidencias de que la elasticidad a corto plazo presente oscilaciones cíclicas, dado que el resultado del contraste es prácticamente el mismo, $F_{trig}$ = 2,69. Por otra parte, individualmente considerados, ninguno de los parámetros de las variables trigonométricas son significativos al 5 por 100 ni siquiera comparando con las tablas estándar de la *t* de Student[7].

No hay pues evidencia alguna de *pmc* o *elasticidad* cíclicas. Aunque el resultado que acabamos de obtener puede estar condicionado por el escaso número de observaciones disponibles (sólo 18), con los datos del período posterior a la II Guerra Mundial, se obtiene la misma conclusión. Así, considerando los datos del Bureau of Economic Analysis entre 1948 y 1999 expresados en logaritmos, se tendría (estadísticos *t* entre paréntesis):

$$\hat{c}_t = \underset{(9,62)}{0,76y_t} + \underset{(11,27)}{0,92c_{t-1}} - \underset{(-6,47)}{0,68y_{t-1}}, \qquad [10]$$
$$R^2 = 0,999, \quad SSR = 0,005757$$

siendo los resultados de los contrastes de diagnóstico:

$$z_1 = 0,64,\ z_2 = 0,37,\ z_3 = 1,66,\ z_4 = 0,63,\ z_5 = 1,94$$

de manera que el modelo es estadísticamente aceptable. Reformulándolo queda el siguiente modelo de corrección de error[8]:

$$\Delta c_t = 0,76\Delta y_t - 0,08(c_{t-1} - y_{t-1}) \qquad [11]$$

---

[7] Las respectivas regresiones son en este caso,

$$\Delta c_t = \underset{(19,79)}{0,794\Delta y_t} - \underset{(-1,5)}{0,157c_{t-1}} + \underset{(1,06)}{0,16y_{t-1}},$$

$$\Delta c_t = \underset{(19,08)}{0,846\Delta y_t} + \underset{(2,03)}{0,093\cos f_t \Delta y_t} - \underset{(-1,17)}{0,069\sin f_t \Delta y_t} - \underset{(-0,95)}{0,134c_{t-1}} + \underset{(-0,96)}{0,132y_{t-1}}$$

[8] La estacionaridad de $\Delta y_t$ ofrece ahora muchas menos dudas, al ser el valor del estadístico ADF = –7,20 (valor crítico al 1 por 100, –3,56).

cuyos valores son muy parecidos: la elasticidad a largo es ahora unitaria mientras que a corto vale 0,76, sólo tres centésimas más reducida que la obtenida en el período 1923-1940.

Los resultados del contraste son en este caso, para la regresión restringida:

$$\Delta c_t = \underset{(9,62)}{0,761}\Delta y_t - \underset{(-1,04)}{0,084} c_{t-1} + \underset{(1,05)}{0,084} y_{t-1}, \qquad [12]$$

$$R^2 = 0,639, \quad SSR = 0,005757, \quad DW = 1,89$$

que, a pesar de haber sido obtenidos de una muestra diferente, implican elasticidades a corto y largo plazo prácticamente idénticas a las de la ecuación [9], lo que apuntaría a la estabilidad de estos parámetros. Para la regresión no restringida tenemos ahora:

$$\Delta c_t = \underset{(10,54)}{0,799}\Delta y_t + \underset{(2,30)}{0,111} \cos f_t \Delta y_t - \underset{(-1,94)}{0,109} \sin f_t \Delta y_t - \underset{(-1,06)}{0,082} c_{t-1} + \underset{(1,07)}{0,081} y_{t-1}, \qquad [13]$$

$$R^2 = 0,695, \quad SSR^* = 0,004869, \quad DW = 1,93$$

donde la frecuencia de máximo ajuste ha resultado ser $f = 19$. Con estos valores el estadístico de contraste vale:

$$F = \frac{(0,005757 - 0,004869)/2}{0,004869/48} = 4,38$$

valor que sí sería significativo para una $F_{2,\,48}$, toda vez que al 5 por 100 el valor crítico en tablas es 3,19. Lo mismo cabe decir de las ratios *t:* el de la onda de coseno es significativo al 5 por 100 y prácticamente lo es el de la de seno (*p* value = 0,0584). De manera que ahora la situación no es tan clara en cuanto a la evaluación de la hipótesis, y necesitamos conocer los valores simulados de los estadísticos de contraste. Para ello se ha diseñado un experimento en el que, a partir de un modelo como el que estamos examinando, se han obtenido las regresiones restringida e irrestricta, computando a continuación los valores de *F* y *t* (en este último caso de la ecuación no restringida). El proceso se ha repetido 5.000 veces obteniéndose los resultados[9] que figuran en el Cuadro 1, que son muy parecidos a los del artículo de Ludlow y Enders (2000). Como se ve los valores críticos son sensiblemente superiores a los de las distribuciones estándar. Está claro que comparando el valor del estadístico de contraste *Trig* test, con los del Cuadro 1, éste no es significativo por lo que no puede rechazarse la hipótesis nula, es decir, la estabilidad del parámetro. El valor del parámetro correspondiente a la onda de coseno individualmente considerado, ahora no es significativo ni siquiera al 10 por 100.

CUADRO 1

**VALORES CRÍTICOS PARA TEST TIPO *F* Y *t*, OBTENIDOS POR SIMULACIÓN (*T* = 50)**

| % | *F trig* test | *t* test |
|---|---|---|
| 1 | 9,05 | 3,55 |
| 5 | 6,94 | 3,02 |
| 10 | 6,15 | 2,73 |

Resumiendo, en ninguno de los casos examinados se ha encontrado evidencia suficiente que sostenga la variación cíclica del parámetro. Por el contrario, cuando comparamos los resultados obtenidos en los dos períodos, lo que destaca, aparte de su correspondencia con la teoría, es la estabilidad de los parámetros obtenidos. Así, mientras la elasticidad a corto plazo medida con los datos de Woytinsky fue de 0,79, en el período

[9] El experimento ha consistido en tomar 5.000 muestras de la serie de consumo a partir del modelo «correcto» bajo la hipótesis nula. Para cada una de dichas muestras se han calculado las sumas cuadráticas de los residuos de las regresiones restringida [14] e irrestricta [15], calculándose a continuación el estadístico tipo F. Los valores críticos del *F trig* que aparecen en la Tabla 1 son los de los percentiles correspondientes al 1, 5 y 10 por 100 de esta distribución. Para los del *t* test se han tomado directamente las ratios *t* de la regresión irrestricta correspondientes a las ondas de seno y coseno.

1948-1999 sólo era tres centésimas menor, 0,76; siendo la elasticidad a largo plazo aún más parecida, 0,99 y 1 respectivamente. Esta circunstancia tiene aún mayor valor si tenemos en cuenta que no sólo los períodos, sino las bases de datos son diferentes.

## 4. Contrastación de la hipótesis en España

No ha sido posible encontrar datos de renta personal disponible, de manera que se han utilizado los de renta personal. Los datos referidos a España y correspondientes al período 1940-1997, se representan, expresados en logaritmos, en el Gráfico 4.

Un modelo ARD(1, 1) como los que se han venido ensayando hasta ahora, proporciona:

$$\hat{c}_t = \underset{(-3,23)}{-0,11} + \underset{(6,88)}{0,71}y_t + \underset{(13,07)}{0,78}c_{t-1} - \underset{(-3.56)}{0,48}y_{t-1}, \qquad [14]$$

$$R^2 = 0,998, \quad SSR = 0,0041$$

siendo los tests de diagnóstico:

$$z_1 = 5,44,\ z_2^{**} = 17,47,\ z_3 = 1,57,\ z_4 = 0,02,\ z_5 = 0,64$$

El valor del estadístico de contraste para la hipótesis de homocedasticidad, $z_2$, no permite mantener ésta a ninguno de los niveles de significatividad habituales, de manera que el modelo no es estadísticamente aceptable[10].

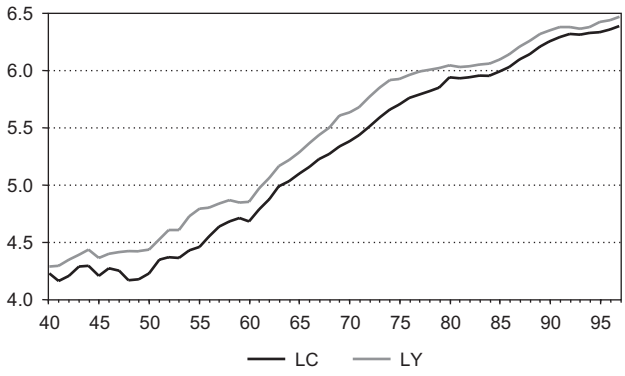
Probamos ahora con un modelo ADL(2, 2), obteniéndose:

$$\hat{c}_t = \underset{(-2,56)}{-0,09} + \underset{(7,17)}{0,74}y_t + \underset{(6,99)}{0,93}c_{t-1} - \underset{(-4,08)}{0,79}y_{t-1} - \underset{(-1,31)}{0,155}c_{t-2} + \underset{(1,98)}{0,29}y_{t-2}, \qquad [15]$$

$$R^2 = 0,998, \quad SSR = 0,036$$

GRÁFICO 4

**CONSUMO Y RENTA EN TÉRMINOS REALES, 1940-1997 (Datos en logaritmos)**




**FUENTE: Consejo de Economía Nacional y FBBVA en colaboración con el IVIE.**

y para el resto de los tests:

$$z_1 = 5,09,\ z_2 = 14,79,\ z_3 = 2,26,\ z_4 = 0,006,\ z_5 = 1,04$$

de manera que el modelo es ahora adecuado[11]. Su reordenación en forma de ECM queda:

$$\Delta c_t = -0,09 + 0,74\Delta y_t - 0,07\Delta c_{t-1} - 0,05\Delta y_{t-1} - 0,225(c_{t-2} - 1,06y_{t-2}) \qquad [16]$$

o sea que la elasticidad a corto plazo es ahora 0,74, no muy diferente de la derivada del modelo ARD(1, 1) que tenía un valor de 0,71[12]. A largo plazo la elasticidad está

[10] El estadístico $z_2$ se distribuye como una $\chi^2$ con 6 gl, de manera que al 5 por 100 el valor en tablas es 12,59.

[11] El estadístico $z_2$ se distribuye ahora como una $\chi^2$ con 10 gl, siendo el valor tabulado al 5 por 100, 18,3.

[12] En forma de ECM el modelo ARD(1, 1) quedaría,

$$\Delta c_t = -0,11 + 0,71\Delta y_t - 0,22(c_{t-1} - 1,05y_{t-1})$$

de manera que la elasticidad a largo es también muy parecida, así como el término de corrección de error.

CUADRO 2

**VALORES CRÍTICOS PARA TEST TIPO *F* Y *t*, MODELO [17] OBTENIDOS POR SIMULACIÓN (*T* = 56)**

| % | *F trig* test | *t* test |
|---|---|---|
| 1 | 9.53 | 3.52 |
| 5 | 7.34 | 2.97 |
| 10 | 6.37 | 2.66 |

razonablemente próxima a la unidad, 1,06, y el signo del ECM es negativo, acorde con lo esperado. Por tanto, el modelo sería también aceptable desde el punto de vista económico.

Los valores críticos obtenidos por simulación para un modelo como éste, son parecidos a los que figuran en el Cuadro 2.

Para el modelo [16] se ha encontrado que la frecuencia que proporciona un mejor ajuste es $f = 3$. Considerando esta frecuencia la ecuación no restringida es:

$$\Delta c_t = \underset{(-3,6)}{-0,127} + \underset{(7,36)}{0,715}\Delta y_t + \underset{(0,97)}{0,093}\cos f_t \Delta y_t + \underset{(2,70)}{0,265}\sin f_t \Delta y_t$$
$$\underset{(-1,01)}{-0,126}c_{t-1} - \underset{(-0,159)}{0,021}y_{t-1} - \underset{(-1,66)}{0,183}c_{t-2} + \underset{(2,52)}{0,347}y_{t-2}, \qquad [17]$$
$$R^2 = 0,683, \quad SSR^* = 0,029633, \quad DW = 1,68$$

donde se aprecia una importante reducción de la suma cuadrática de los residuos. El valor del estadístico de contraste para la hipótesis conjunta es $F_{trig} = 5,26$ aproximadamente, inferior a los valores críticos del Cuadro 2, de manera que no podría rechazarse dicha hipótesis. Por otra parte, los estadísticos *t* de las ondas de seno y coseno son, respectivamente, 2,7 y 0,97, de manera que al nivel del 5 por 100 tampoco son significativos, pero sí lo sería la de seno al nivel del 10 por 100, de manera que la situación no es del todo clara.

La década 1940-1950 es especial en la historia de nuestro país por motivos evidentes. En 1940 acababa de terminar la Guerra Civil y comenzar la II Guerra Mundial, a cuyo término España deberá afrontar el aislamiento promovido por las potencias vencedoras. Ello tiene su reflejo en la economía de nuestro país, que no mejora demasiado en este período a pesar de la firma del armisticio, debido en parte a la autarquía casi obligada dado el aislamiento internacional mencionado. Contrasta esta situación con el rápido crecimiento del resto de los países europeos una vez acabada la contienda mundial, beneficiados por la importante ayuda del Plan Marshall. En el caso de las series que estamos analizando, aunque en general los movimientos en renta y consumo son paralelos, observando el Gráfico 2 se percibe que entre los años 1945 y 1948 los movimientos son contrapuestos: mientras la renta crece ligeramente, el consumo cae, lo que puede ilustrar la cuestión de la especificidad de la década de los años cuarenta. La situación mejoraría después, sobre todo una vez que a principios de los cincuenta, USA estableciese una relación más fluida con nuestro país que significó de hecho el fin del aislamiento.

Por ello se analiza finalmente el período 1950-1997, en el que se han excluido los años correspondientes a este anormal período.

El modelo ARD(1, 1) resulta de nuevo inadecuado por la misma razón que antes, el incumplimiento de la hipótesis de homocedasticidad, $z_2\ (\chi^2_6) = 16,76$. Incluyendo en el modelo un retardo más tanto para el consumo como para la renta, se tiene:

$$\hat{c}_t = \underset{(-1,38)}{-0,07} + \underset{(5,86)}{0,61}y_t + \underset{(6,43)}{0,96}c_{t-1} - \underset{(-3,17)}{0,62}y_{t-1} -$$
$$\underset{(-1,23)}{-0,17}c_{t-2} + \underset{(1,56)}{0,22}y_{t-2}, \qquad [18]$$
$$R^2 = 0,999, \quad SSR = 0,02127$$

que ahora sí es estadísticamente apropiado:

$$z_1 = 1,96,\ z_2\ (\chi^2_{10}) = 16,26,\ z_3 =$$
$$= 0,58,\ z_4 = 2,89,\ z_5 = 0,94$$

De este modelo se deriva:

$$\Delta c_t = -0{,}07 + 0{,}61\Delta y_t - 0{,}04\Delta c_{t-1} - \\ -0{,}01\Delta y_{t-1} - 0{,}21(c_{t-2} - y_{t-2}) \qquad [19]$$

es decir, una elasticidad unitaria a largo plazo, siendo su valor menor en el corto plazo, concretamente 0,61. El término de corrección de error es negativo y su valor es –0,21. Todos estos resultados son acordes con la teoría y por tanto podemos considerar que el modelo es económicamente aceptable. En relación con el estimado para el período 1940-1997, la elasticidad a largo plazo es ahora exactamente la postulada por la hipótesis teórica, habiendo experimentado una considerable reducción la elasticidad a corto, que ha pasado de 0,74 a 0,61, es decir, aproximadamente un 17,5 por 100 menor. En este sentido y en contraste con los resultados en USA, las diferencias son mucho mayores.

Para este modelo la frecuencia que mejor ajusta es $f = 2$, pero el resultado del contraste global vuelve a ser contrario a la hipótesis de un parámetro variable, dado que, siendo la regresión irrestricta:

$$\Delta c_t = \underset{(-2{,}25)}{-0{,}108} + \underset{(6{,}17)}{0{,}598}\Delta y_t - \underset{(-2{,}66)}{0{,}226}\cos f_t \Delta y_t - \underset{(-0{,}75)}{0{,}072}\sin f_t \Delta y_t \\ \underset{(-0{,}53)}{-0{,}0746}c_{t-1} - \underset{(-0{,}29)}{0{,}038}y_{t-1} - \underset{(-1{,}77)}{0{,}30}c_{t-2} + \underset{(2{,}51)}{0{,}356}y_{t-2}, \qquad [20]$$

$$R^2 = 0{,}661, \quad SSR^* = 0{,}017488, \quad DW = 2{,}04$$

$F_{trig} = 4{,}43$, valor que se halla por debajo de los recogidos en el Cuadro 2. Sin embargo, considerando individualmente cada una de las series trigonométricas, se observa que el parámetro que corresponde a la onda de coseno presenta una ratio *t* que se halla justo en el nivel del 10 por 100, por lo que a este nivel sí sería significativo.

## 5. Resumen y conclusión

En este trabajo hemos tratado de someter a contraste la hipótesis de una *pmc* (*elasticidad*) cambiante con el tiempo, cuestión planteada en el año 1946 por Woytinsky. Para ello se ha hecho uso de un nuevo procedimiento de contrastación que parece especialmente adecuado para verificar una hipótesis de esta naturaleza. A diferencia de otros trabajos que ya habían considerado la revisión de esta tesis, en el nuestro se distingue claramente entre propensión (elasticidad) a corto y largo plazo.

En el caso de EE UU, la hipótesis ha resultado claramente rechazada, tanto cuando se ha llevado a cabo con los datos utilizados por el propio Woytinsky, como cuando se han empleado series históricas más largas. Para nuestro país podemos afirmar también que la evidencia examinada no apoya la hipótesis analizada. Sin embargo, aquí la situación no es tan nítida, toda vez que los estadísticos de contraste son mucho más elevados, próximos a los valores críticos e incluso alguno de ellos significativo al nivel del 10 por 100 (caso de la onda de seno en la ecuación [18]). Teniendo en cuenta que los valores críticos no son exactos, al haber sido obtenidos por simulación, ello parece requerir una investigación más profunda que tuviera en cuenta además el hecho de que no se han podido utilizar series de renta personal disponible, como en el caso americano.

Una diferencia notable en cuanto a los resultados obtenidos con series estadounidenses y españolas, es la notable estabilidad de los parámetros en USA, cualquiera que sea el período analizado. Sin embargo, en España las diferencias resultantes de considerar períodos diferentes, han sido mucho más marcadas. Aparte de la heterogeneidad de los dos períodos, circunstancia que también se daba en el caso americano, quizá las estimaciones de renta y consumo correspondientes a la inmediata posguerra no sean del todo precisas y debieran ser revisadas.

## Referencias bibliográficas

[1] BENNION, E. G. (1946): «The Consumption Function: Cyclically Variable?», *Review of Economic and Statistics,* v. 28.

[2] COOK, S. (2000): «A Neglected Controversy in the Modelling of Consumers' Expenditure», *Cambridge Journal of Economics,* número 24.

[3] DUESENBERRY, J. E. (1949): *Income, Saving and the Theory of Consumer Behaviour,* Cambridge, Harvard University Press.

[4] FRIEDMAN, M. (1957): *A Theory of the Consumption Function,* Princeton, Princeton University Press, Alianza ed., Madrid, 1973.

[5] HADJIMATHEOU, G. (1987): *Consumer Economics after Keynes: Theory and Evidence of the Consumption Function,* Brighton, Wheatsheaf.

[6] HALL, R. E. (1978): «Stochastic implications of the Life Cycle-Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence», *Journal of Political Economy,* v. 86.

[7] KEYNES, J. M. (1936): *Teoría general de la ocupación el interés y el dinero,* FCE (1997, XIV reimpresión de la 2.ª ed. corregida de 1965).

[8] KUZNETS, S. (1946): *National Product Since 1869 and National Income: A Summary of Findings,* Nueva York, NBER.

[9] KUZNETS, S. (1952): «Proportion of Capital Formation to National Product», *American Economic Review,* mayo, 42, páginas 507-526.

[10] LUDLOW, J. y ENDERS, W. (2000): «Estimating non Linear ARMA Models Using Fourier Coefficients», *International Journal of Forecasting,* 70, 261-290.

[11] MODIGLIANI, F. y BRUMBERG, R. (1954): *Utility Analysis and The Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data. Post-Keynesian Economics,* New Brunswick, Rutgers University Press.

[12] PATINKIN, D. (1976): «Keynes and Econometrics: on the Interaction between the Macroeconomic Revolutions of the Interwar Period», *Econometrica,* v. 44, número 6.

[13] PÉREZ, P. (2003): *La función de consumo en España y sus provincias, de 1967 a 1993,* Tesis doctoral inédita.

[14] THOMAS, J. J. (1989): «The Early Econometric History of the Consumption Function», *Oxford Economic Papers,* v. 41.

[15] TOBIN, J. (1975): *Consumption and Econometrics,* North Holland Publishing Company.

[16] WOYTINSKY, W. S. (1946): «Relationship Between Consumer's Expenditures, Savings and Disposable Income», *Review of Economics and Statistics,* 28.

## ANEXO

### *Test* trigonométrico

Considerando un modelo lineal con un parámetro $\beta(t)$ variable, es decir:

$$H_0: y_t = x_t\beta(t)+e_t \qquad e_t\ N\ (0,\sigma^2) \qquad [1]$$

puesto que cualquier función absolutamente integrable$\beta(t)$ puede ser aproximada utilizando el análisis de Fourier, podemos expresar [1] como:

$$y_t = x_t\left[\beta_0 + \beta_1 sin\left(\frac{2f\pi t}{T}\right) + \beta_2 cos\left(\frac{2f\pi t}{T}\right)\right] + e_t \qquad [2]$$

donde los $\beta$ son parámetros constantes a estimar, $f$ la frecuencia y $T$ el número de observaciones. Aunque para obtener una alta aproximación pueden ser necesarias muchas frecuencias, para el objetivo del contraste basta con una, dado que si la hipótesis $\beta_1 = \beta_2 = 0$ puede ser rechazada para una única frecuencia, la hipótesis nula de invarianza con respecto al tiempo, quedará inmediatamente rechazada[1].

Como $f$ es no identificada bajo la hipótesis nula $\beta_1 = \beta_2 = 0$, el test derivado de la utilización de estos parámetros no tendrá una distribución estándar y habremos de obtener los valores críticos por simulación.

Para tratar el problema de la no identificación de $f$, definamos un conjunto discreto $F$ que contiene $G$ frecuencias. Por tanto, hay que considerar $G$ contrastes de la hipótesis nula $H_0$: $\beta_1 = \beta_2 = 0$, uno para cada una de las $G$ frecuencias de $F$. Para cada $f$ los modelos bajo la hipótesis nula y la alternativa, son fácilmente estimables, pudiendo construirse un test de ratio de verosimilitud:

$$LR(f_j) = -2(l_T - l_T^f) \qquad [5]$$

donde $l_T$ es el log de verosimilitud del modelo restringido y $l_T^f$ el log de verosimilitud del modelo que incluye términos trigonométricos en la frecuencia $f$.

El siguiente paso consiste en reducir la información contenida en estos $G$ valores, en un *test* estadístico. Ello puede hacerse definiendo una función (*mapeando*) de $R^G$, $g[LR(f_1), LR(f_2),..., LR(f_j)]$, en R, para la que se han propuesto tres soluciones: el valor superior de entre todas las ratios, una media aritmética de las mismas o una media con ponderación exponencial:

$$\begin{aligned} LR_{sup} &= \max_{f_i \in F} LR(f_i) \\ LR_{ave} &= \frac{1}{G}\sum_{f_i \in F} LR(f_i) \\ LR_{exp} &= ln\left[\frac{1}{G}\sum_{f_i \in F} exp\left(\frac{LR(f_i)}{2}\right)\right] \end{aligned} \qquad [6]$$

Los dos últimos son más apropiados cuando las variaciones en el parámetro de interés no son exactamente de tipo trigonométrico. Aquí diversas frecuencias indicarían desviaciones de la hipótesis nula mientras que una única frecuencia podría no conducir a una refutación clara de aquélla.

Sea $LR_g$ el resultado de aplicar alguno de los criterios anteriores. La distribución de $LR_g$ bajo la hipótesis nula depende de cuatro factores, el conjunto de frecuencias elegido, la función de mapeado, la distribución individual de cada $LR(f_j)$, y la covarianza entre $LR(f_i)$ y $LR(f_j)$, para $i \neq j$, de manera que la construcción de los valores críticos es compleja, siendo la técnica *bootstrapping* una de las opciones más razonables.

---

[1] Sin embargo, puede suceder que haya variación temporal a pesar de que la hipótesis nula no haya podido ser rechazada para la frecuencia $f$ concreta elegida.

## ANEXO *(continuación)*

### Una implementación simple del contraste

Hay sin embargo una forma de implementar el contraste de manera más sencilla. Existe un caso especial descrito por Davis (1987) en el que la distribución del contraste es invariante bajo la hipótesis nula y es por tanto posible tabular los valores críticos. Esta situación se da cuando E[LR($f_i$), LR($f_j$)] = 0, para $i \neq j$. Considérese:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 sin(2f\pi t / T) + \beta_2 cos(2f\pi t / T) + e_t \qquad [7]$$

Si el dominio de las frecuencias $f_j$ se restringe a valores enteros en el intervalo 1,..., T/2[2], entonces los términos trigonométricos en [7] son ortogonales, resultado que puede ser aprovechado para construir un procedimiento de contraste de $H_0$: $\beta_1 = \beta_2 = 0$ de la siguiente manera.

Se estima [7] por MCO para cada uno de los valores de *f* en el dominio restringido. Denotar por *f** la frecuencia que produce una menor suma cuadrática de residuos, SSR* y sean ($\beta_0^*$), $\beta_1^*$ y $\beta_2^*$ los tres coeficientes asociados a esa frecuencia. La hipótesis nula, $H_0$: $\beta_1^* = \beta_2^* = 0$, puede ser contrastada por medio de un test tipo *F:*

$$F_{trig}^{OLS} = \frac{(SSR - SSR^*)/2}{SSR^*/(T-k-1)} \qquad [8]$$

donde SSR es la suma cuadrática de los residuos de la ecuación restringida. Como el *test* está calculado para la frecuencia de mayor ajuste, el procedimiento equivale a usar el primer criterio de mapeado definido anteriormente. Conviene observar no obstante que, aunque invariante, la distribución del test bajo la hipótesis nula no sigue una F estándar y sus valores críticos han de ser calculados por simulación obteniéndose (Cuadro A1, en la que los autores reproducen la de Ludlow y Enders):

CUADRO A1

| % | *T* = 50 | *T* = 100 | *T* = 250 | *T* = 1000 |
|---|---|---|---|---|
| 10 | 5,81 | 6,37 | 7,17 | 8,53 |
| 5 | 6,71 | 7,19 | 7,94 | 9,25 |
| 1 | 8,87 | 9,09 | 9,72 | 10,95 |

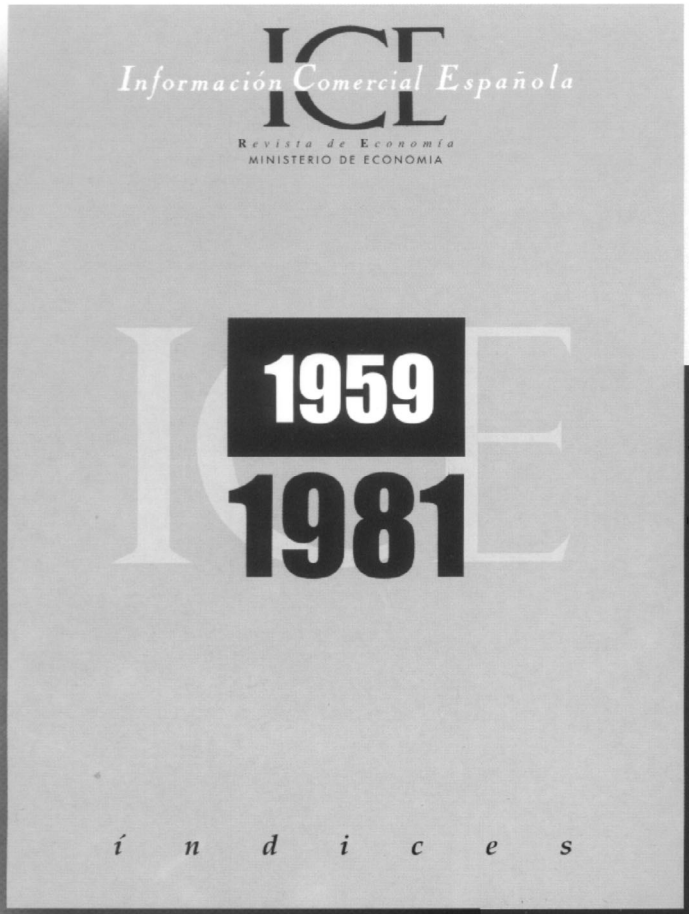
Desgraciadamente el procedimiento anterior sólo sirve para contrastar la constancia o no del término independiente. Sin embargo, hay otras posibilidades que ofrecen mayor interés, como la identificación de la variación temporal de coeficientes autorregresivos (o cualquier parámetro de un modelo de regresión).

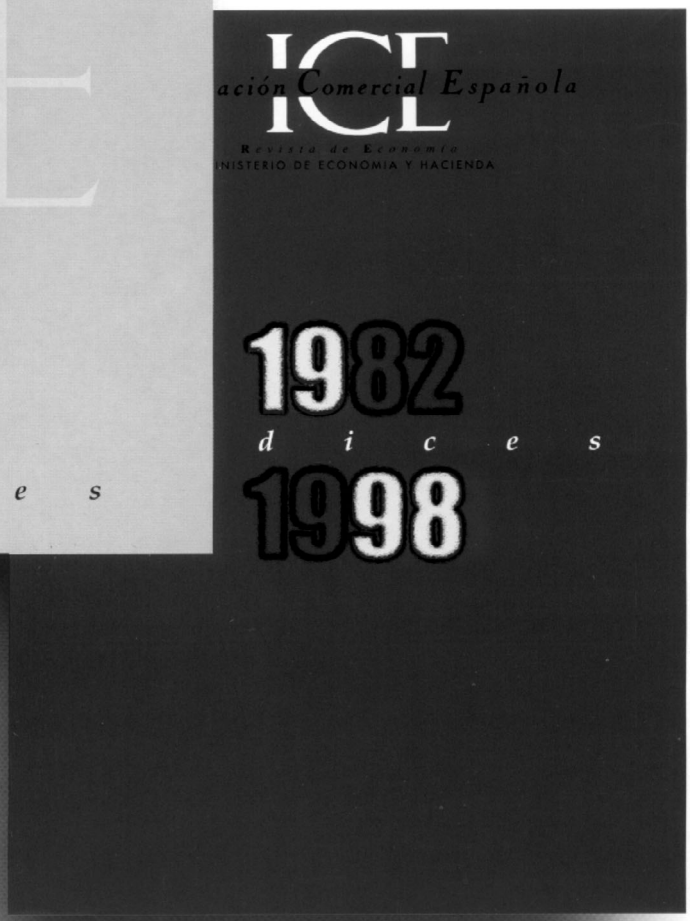
Aunque es aún posible desarrollar una estrategia sencilla basada en la elección de la frecuencia entera que minimiza la suma cuadrática de los residuos, se pierde la propiedad de ortogonalidad entre los términos trigonométricos. La distribución del *test* ya no es invariante bajo la hipótesis nula, pero la variación de los valores críticos es tan pequeña que en la práctica pueden utilizarse los valores tabulados sin pérdida significativa de precisión.

[2] En esta restricción se están considerando sólo las frecuencias de Fourier: 1 (ciclo teórico de *n* períodos), 2 (ciclo teórico de *n*/2 períodos), 3 (ciclo teórico de *n*/3 períodos),..., *T*/2 (ciclo teórico de 2 años).

# ICE Información Comercial Española

Revista de Economía




Más de cien años
al servicio de la
economía española